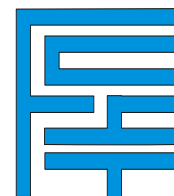


UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL



**MATERIAL DE APOYO DIDÁCTICO DE ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA DE INGENIERÍA ECONÓMICA
CIV-348**

“TEXTO ALUMNO”

Trabajo Dirigido, Por Adscripción Presentado Para Optar al Diploma
Académico de Licenciatura en Ingeniería Civil.

Presentado por: ARIEL RENATO SORIA BARRIENTOS

HEDBERT RIOJA HERRERA

Tutor: Ing. Juan Fernando Pardo Iriarte

COCHABAMBA – BOLIVIA

Junio, 2009

DEDICATORIA

A mis padres y hermanos

Hedbert

DEDICATORIA

A mi querida madre, a mi esposa e hija por
brindarme su apoyo incondicional.

Ariel

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por ser la luz que guía cada uno de mis pasos.

A mis padres Mercedes Herrera y Reynaldo Rioja, por brindarme todo el apoyo, comprensión y amor.

A nuestro Tutor Ing. Fernando Pardo por su ayuda incondicional y el intercambio de criterios basado en su experiencia profesional.

A mis compañeros de la Carrera de Ing. Civil por su compañía, sinceridad y amistad a lo largo de estos años de estudio.

A todo el personal Docente de la Carrera de Ing. Civil.

A la Universidad por abrirme las puertas y brindarme la oportunidad de ser profesional.

A mis amigos que me ayudaron y me apoyaron en los momentos difíciles.

A todos GRACIAS

Hedbert

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la luz y guía espiritual para mi crecimiento tanto intelectual como moral.

A mí madre Maritza Barrientos por todo el sacrificio que hizo por mí.

A mí amada compañera Cinthia García por su gran apoyo y comprensión.

A mi querida hija Micaela Soria, por ser la razón de mi vida.

Al Ing. Fernando Pardo por el apoyo brindado en todo momento.

A los docentes por sus consejos y enseñanzas, haciendo de mí una persona de bien.

A la Universidad por abrirme las puertas y cobijarme hasta la culminación mis estudios.

Y a todos mis amigos de la Carrera que me ayudaron y me apoyaron.

¡Muchas Gracias!

Ariel

FICHA RESUMEN

El presente Trabajo de Adscripción pretende mejorar los métodos de enseñanza y aprendizaje de la asignatura de “Ingeniería Económica” de la carrera de Ingeniería Civil, actualizando el texto guía, a través de la implementación de tres instrumentos de modernización académica, con las que el estudiante pueda adquirir conocimiento y un mejor aprovechamiento bajo supervisión del docente. Estos instrumentos son:

A. Un Texto Guía actualizado, desarrollado en un formato que permite al estudiante una lectura sencilla y un mejor entendimiento; presenta un lenguaje adecuado al nivel de formación del estudiante de octavo semestre. Es un instrumento académico y didáctico que contiene temas adaptables para la evaluación y toma de decisiones en proyectos privados y públicos, incluyendo ejemplos.

B. Un texto desarrollado expresamente para uso del docente de la materia, con el fin de hacer didácticas las clases, donde el alumno pueda participar y aportar con ideas. El texto docente, contiene el plan global de la materia de manera que el docente organice óptimamente el desarrollo del temario.

C. Se presenta un CD, en el cuál se encuentra todo el trabajo de Adscripción anteriormente mencionado.

ÍNDICE

Pág.

CAPITULO 1

1 FUNDAMENTOS DE ECONOMÍA Y DE INGENIERÍA

ECONÓMICA.....	1
1.1 INTRODUCCIÓN.....	2
1.2 FUNDAMENTOS DE ECONOMÍA.....	3
1.2.1 Concepto de economía.	3
1.2.2 Características de la economía.....	3
1.2.3 Divisiones de la economía.....	4
1.2.3.1 Microeconomía.....	4
1.2.3.2 Macroeconomía.....	4
1.2.4 Problema económico.....	5
1.2.4.1 Tierra.....	5
1.2.4.2 Trabajo.....	5
1.2.4.3 Capital.....	6
1.2.4.4 Capacidad empresarial o Conocimiento.....	6
1.2.5 Bienes y servicios.....	6
1.2.5.1 Finales.....	7
1.2.5.1.1 Duraderos.....	7
1.2.5.1.2 No duraderos.....	7
1.2.5.2 Intermedios o intermediarios.....	7
1.3 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ECONÓMICA.....	8
1.3.1 Orígenes de la ingeniería económica.....	8
1.3.2 Papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones.....	9
1.3.3 Conceptos generales de ingeniería economía.....	10
1.3.3.1 Balanza comercial.....	10
1.3.3.2 Balanza de pagos.....	12
1.3.4 El tiempo como valor.....	12
1.3.4.1 Interés simple.....	12
1.3.4.2 Interés compuesto.....	13
1.3.5 Políticas de control de la economía.....	13

1.3.5.1 Política fiscal.....	13
1.3.5.2 Política cambiaria.....	14
1.3.5.2.1 Tipos de política cambiaria.....	14
1.3.5.3 Política monetaria.....	14
1.3.6 Concepto básico de mercado.....	15
1.3.6.1 Oferta.....	15
1.3.6.2 Demanda.....	15
1.3.6.3 Punto de equilibrio.....	15
1.3.6.4 Precio del mercado.....	15
1.3.7 Inflación.....	16
1.3.7.1 Índice de precios al consumidor.....	16
1.3.7.2 Inflación.....	16
1.3.7.3 Devaluación.....	17

CAPITULO 2

2 TASA DE INTERES, CONCEPTOS Y MODALIDADES.....	18
2.1 INTRODUCCIÓN.....	19
2.2 VALOR DEL DINERO EN FUNCION DEL TIEMPO.....	19
2.3 INTERES.....	20
2.4 TASA DE INTERES.....	21
2.5 EQUIVALENCIA.....	24
2.6 TIPOS DE INTERES.....	24
2.6.1 Interés simple.....	25
2.6.2 Interés compuesto.....	27
2.7 TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS.....	29
2.8 TASA MINIMA ATRACTIVA DE RENDIMIENTO.....	30
2.9 DIAGRAMAS DE FLUJO.....	31
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	34

CAPITULO 3

3 RELACIONES DE EQUIVALENCIA.....	36
3.1 INTRODUCCION.....	37
3.2 RELACIONES DE PAGO ÚNICO (F/P Y P/F).....	37
3.3 FACTORES DE VALOR PRESENTE Y DE RECUPERACIÓN DE	

	CAPITAL EN SERIES UNIFORMES (P/A Y A/P).....	42
3.4	DERIVACIÓN DEL FACTOR DE FONDO DE AMORTIZACIÓN Y EL FACTOR DE CANTIDAD COMPUESTA SERIE UNIFORME (A/F Y F/A)...	46
3.5	FACTORES DE GRADIENTE ARITMÉTICO.....	50
3.5.1	Factor de gradiente aritmético P/G creciente o positivo.....	51
3.5.2	Factor de gradiente aritmético P/G decreciente o negativo.....	52
3.5.3	Factor de gradiente aritmético F/G creciente.....	52
3.5.4	Factor de gradiente aritmético F/G decreciente.....	54
3.5.5	Serie uniforme A y gradiente aritmético G (A/G).....	55
3.6	FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO CRECIENTES....	58
3.7	FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO DECRECIENTES.....	60
	EJERCICIOS PROPUESTOS.....	63

CAPITULO 4

4	TASAS DE INTERÉS Y AMORTIZACIÓN DE DEUDAS.....	67
4.1	INTRODUCCIÓN.....	68
4.2	TASA NOMINAL Y TASA EFECTIVA.....	68
4.2.1	Tasa de interés nominal.....	68
4.2.2	Tasa de interés efectiva.....	70
4.2.3	Relaciones de equivalencia Comparación del periodo de pago y del periodo de capitalización.....	75
4.2.3.1	Relaciones de equivalencia con pagos únicos y $PP \geq PC$	76
4.2.3.2	Relaciones de equivalencia de series con $PP \geq PC$	78
4.2.3.3	Relaciones de equivalencia de pagos únicos y series con $PP < PC$	81
4.3.	TASAS DE INTERÉS.....	82
4.3.1.	Tasas de interés equivalentes.....	82
4.3.2.	Tasas de interés discretas.....	83
4.3.3.	Tasas de interés variables.....	84
4.3.4.	Tasas de interés continua.....	85
4.3.5	Tasas de interés vencidas.....	86
4.3.6	Tasas de interés anticipadas.....	87
4.3.7	Tasa de interés en bolivianos y dólares.....	91
4.4	SERIES PERPETUAS.....	91

4.5	AMORTIZACIÓN DE DEUDAS.....	92
4.5.1	Sistema de amortización francés PRICE.....	93
4.5.1.1	Plan de amortizaciones.....	96
4.5.2	Sistema de amortización constante.....	96
4.5.2.1	Plan de amortizaciones.....	98
4.6	AMORTIZACIÓN CON CUOTAS EXTRAS NO PACTADAS.....	98
4.7	PERÍODOS DE GRACIA.....	101
	EJERCICIOS PROPUESTOS.....	103

CAPITULO 5

5	MÉTODOS DETERMINISTICOS EN ANÁLISIS DE INVERSIONES.....	106
5.1	INTRODUCCIÓN.....	107
5.2	TASA MÍNIMA ATRACTIVA (TMA).....	107
5.3	VALOR ACTUAL NETO (VAN).....	109
5.4	TASA INTERNA DE RETORNO (TIR).....	114
5.4.1	Representación gráfica de las raíces de un polinomio.....	115
5.4.2	Regla de los signos de Descartes.....	116
5.4.3	Método del tanteo.....	117
5.4.4	Desventaja en el uso de la tasa interna de retorno TIR, como método de análisis.....	120
5.4.5	Situaciones donde la TIR y el van conducen a decisiones contrarias.....	122
5.4.6	La TMA o costo de capital simple y mixto.....	123
5.5	VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (VAUE).....	125
5.5.1	Valor de salvamento (VS).....	127
5.6	COSTO ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (CAUE).....	128
5.7	ANÁLISIS DE LA INVERSIÓN ADICIONAL O INCREMENTAL.....	129
5.8	LA ALTERNATIVA DE “NO HACER NADA”.....	133
	EJERCICIOS PROPUESTOS.....	134

CAPITULO 6

6	APLICACIONES A PROYECTOS INDUSTRIALES.....	138
6.1	INTRODUCCIÓN.....	139
6.2	DEFINICIONES ADICIONALES.....	139
6.3	TIPOS DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS.....	142

6.3.1	Evaluación financiera de proyectos.....	143
6.3.2	Evaluación económica de proyectos.....	144
6.3.3	Evaluación social de proyectos.....	145
6.4	NATURALEZA DE LAS INVERSIONES.....	145
6.4.1	Inversión en activos fijos.....	145
6.4.1.1	Tangibles.....	146
6.4.1.2	Intangibles.....	146
6.4.2	Inversión en capital de trabajo.....	146
6.5	BALANCE GENERAL Y LA SITUACIÓN DE LA EMPRESA.....	147
6.5.1	Balance general.....	147
6.5.1.1	Activo.....	148
	Activo circulante.....	148
	Activo exigible.....	148
	Activo disponible.....	149
	Activo realizable.....	149
	Activo diferido.....	149
	Activo fijo.....	150
6.5.1.2	Pasivo.....	150
	Pasivo circulante.....	150
	Pasivo a largo plazo.....	150
6.5.1.3	Patrimonio.....	151
	Concepto de “debe y haber” de las cuentas.....	151
	Características de las cuentas y su manejo.....	153
6.5.2	Estados de resultados proyectados y el flujo neto de efectivo.....	154
6.6	CLASIFICACIÓN DE LOS COSTOS.....	154
6.6.1	Según su forma de imputación o fabricación.....	154
6.6.1.1	Costos directos.....	155
6.6.1.2	Costos indirectos.....	156
6.6.2	Según su variabilidad.....	160
6.6.2.1	Costos fijos.....	160
6.6.2.2	Costos variables.....	160
6.7	CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN.....	162
6.8	ANÁLISIS DE DEPRECIACIÓN.....	162
6.8.1	Tipos de depreciación.....	162

6.8.1.1 Depreciación lineal.....	163
6.8.1.2 Depreciación acelerada suma de los dígitos de los años.....	166
6.9 FLUJOS NETOS DE EFECTIVO.....	168
6.10 ANÁLISIS DEL PAGO DE IMPUESTOS.....	168
6.10.1 Impuestos al valor agregado.....	168
6.10.2 El RC-IVA.....	172
6.10.3 Impuestos a las transacciones.....	172
6.10.4 Impuestos a las utilidades de las empresas.....	174
6.11 ANÁLISIS DE RENTABILIDAD DE PROYECTOS.....	174
6.11.1 Análisis de rentabilidad del proyecto puro.....	175
6.11.2 Análisis de rentabilidad para el inversionista.....	175
6.11.3 Análisis de rentabilidad desde el punto de vista del financiador.....	176
6.12. ANÁLISIS ECONÓMICO FINANCIERO.....	176
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	177

CAPITULO 7

7 ANÁLISIS DE SUSTITUCIÓN.....	178
7.1 INTRODUCCIÓN.....	179
7.2 FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS DE REEMPLAZO.....	179
7.3 VIDA ÚTIL ECONÓMICA.....	183
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	196

CAPITULO 8

8 ANÁLISIS DE MÚLTIPLES ALTERNATIVAS.....	198
8.1 INTRODUCCIÓN.....	199
8.2 ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES.....	201
8.2.1 Análisis incremental mediante tasa interna de retorno en proyectos excluyente...	201
8.2.2 Alternativas con vidas útiles iguales.....	206
8.2.3 Análisis de alternativas con vidas útiles diferentes mediante el VAN.....	208
8.3 ALTERNATIVAS INDEPENDIENTES.....	214
8.4 ANÁLISIS DE PROYECTOS CON LIMITACIONES DE PRESUPUESTO DE INVERSIÓN.....	214
8.4.1 Análisis de valor presente para proyectos con vidas útiles iguales.....	218
8.4.2 Análisis de valor presente proyectos con vidas útiles diferentes.....	222

8.4.3 Elección de ejecución de proyectos mediante programación lineal.....	226
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	231

CAPITULO 9

9 ANALISIS BAJO CONDICIONES DE RIESGO E INCERTIDUMBRE.....	236
9.1 INTRODUCCIÓN.....	237
9.2 ANÁLISIS DE PROYECTOS BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE Y RIESGO.....	237
9.3 MODELOS DETERMINÍSTICOS Y MODELOS PROBABILÍSTICOS.....	238
9.4 TOMA DE DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE.....	238
9.4.1 Análisis de sensibilidad: modelo determinístico.....	240
9.4.2 Simulación: modelo probabilístico.....	248
9.5 TOMA DE DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO.....	249
9.5.1 Distribución de variables aleatorias.....	250
9.5.1.1 Variables aleatorias discretas.....	250
9.5.1.2 Variables aleatorias continuas.....	251
9.5.2 Esperanza matemática y momentos estadísticos seleccionados.....	252
9.5.3 Multiplicación de una variable aleatoria por una constante.....	253
9.5.4 Multiplicación de los variables aleatorias independientes.....	253
9.6 EVALUACIÓN DE PROYECTOS CON VARIABLES ALEATORIAS.....	254
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	258

CAPITULO 10

10 ANÁLISIS BENEFICIO COSTO.....	260
10.1 INTRODUCCIÓN.....	261
10.2 INVERSIONES GUBERNAMENTALES Y DE USO PÚBLICO.....	261
10.3 PROYECTOS AUTOFINANCIABLES.....	270
10.4 PROYECTOS DE MÚLTIPLES PROPÓSITOS.....	271
10.5 ANÁLISIS BENEFICIO COSTO DE UN SOLO PROYECTO.....	272
10.6 SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS B/C INCREMENTAL.....	278
EJERCICIOS PROPUESTOS.....	282

BIBLIGRAFIA.....	286
------------------	-----

ANEXOS A	TABLAS DE VALORES
ANEXOS B	LEYES I.V.A., I.U.E., I.T. I., T.F.
ANEXOS C	FORMULARIO
ANEXOS D	RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS PROPUESTOS

CAPITULO 1

FUNDAMENTOS DE ECONOMÍA Y DE INGENIERÍA ECONÓMICA



Objetivos del capítulo:

- ♦ *Importancia de este tema en la práctica de la ingeniería civil*
- ♦ *Recordar conceptos de economía*
- ♦ *Conocer los fundamentos de la ingeniería económica*
- ♦ *Orígenes de la Ing. Económica*
- ♦ *Papel de la Ing. Económica en la toma de decisiones*

1.1 INTRODUCCIÓN

El ingeniero civil para poder desenvolverse en su vida profesional debe tomar decisiones constantemente, debe elegir una alternativa sobre otra, tomando en cuenta muchos factores, como ser estabilidad, funcionabilidad, factores sociales y factores económicos. Este texto analiza uno de estos, que es el del factor económico estudiado por la ingeniería económica. Un Ing. Civil debe hacer la pregunta, si su proyecto es factible o no, si ha optimizado los recursos disponibles al máximo de tal forma que el proyecto pueda ser ejecutado, porque corre el riesgo de ser económicamente no viable a un siendo que el proyecto esté bien elaborado.

La **ingeniería económica** en forma bastante simple, hace referencia a la determinación de los factores y criterios económicos utilizados cuando se considera una selección entre una o más alternativas.

Otra definición de la ingeniería económica plantea que es una colección de técnicas matemáticas que simplifican las comparaciones económicas. Con estas técnicas, es posible desarrollar un enfoque racional y significativo para evaluar los aspectos económicos de los diferentes métodos (alternativas) empleados en el logro de un objetivo determinado. Las técnicas funcionan igualmente bien para un individuo o para una corporación que se enfrenta con una decisión de tipo económico.

Por lo expuesto, mostramos que un ingeniero civil debe realizar un estudio de factibilidad del proyecto, si es económico o no, porque un proyecto realizado con la tecnología más avanzada no será viable si no se cuenta con los recursos necesarios para poder ejecutar.

A continuación podemos citar algunas de las situaciones en las que un ingeniero civil puede emplear los conocimientos de la ingeniería económica:

- Aumento de personal o pago de tiempo extra en una empresa constructora
- Reemplazo de maquinaria obsoleta
- Adquisición de nueva maquinaria o rentarla por un tiempo

- Financiamiento del crecimiento de la empresa constructora con préstamos bancarios
- Elaboración de análisis de beneficios para la elaboración de proyectos públicos
- Optar por la mejor alternativa económica entre dos o más opciones
- Distinguir si una opción de inversión es adecuada y conocer si cumple con nuestras expectativas de inversión.

1.2 FUNDAMENTOS DE ECONOMÍA:

1.2.1 Concepto de economía.

Se define como una ciencia encargada en la administración de recursos escasos, con la objetividad de la producción de bienes y servicios, para a su vez distribuirlos en la sociedad con el fin de satisfacer sus necesidades crecientes e ilimitadas.

La economía responde tres preguntas de mucho interés: ¿Qué?, ¿Cómo? y ¿Para quién producir?

¿Qué producir y cuánto? Porque los recursos económicos tienen muchos usos, pero son limitados.

¿Cómo producir? Esta es una pregunta básicamente tecnológica. Qué técnicas de producción voy a utilizar para producir: Computarizada, tecnificada, enfatizando el trabajo humano.

¿Para quién producir? La pregunta se refiere a la forma en que se va a distribuir lo que se produce entre la gente que la necesita. Hoy en día básicamente esta distribución se hace a través del mercado en la generalidad de las economías mundiales.

1.2.2 Características de la economía:

- a) Ser una ciencia social que estudia el comportamiento humano y las consecuencias que de dicho comportamiento se derivan para la sociedad.

- b) Estudia el comportamiento humano en relación con sus necesidades.
- c) Estudia la utilización de los recursos que son escasos. La escasez es relativa, ya que los recursos son limitados porque los deseos humanos son prácticamente ilimitados y crecientes. La escasez afecta tanto a las economías desarrolladas como a países del tercer mundo, pues a pesar de que los recursos existentes son muchos, las necesidades son siempre mayores, y es función de la Economía resolver cual va a ser el mejor uso que se da a estos recursos.
- d) Estudia cómo se distribuyen y qué uso se da a estos recursos, esto da lugar al problema de la elección.

1.2.3 Divisiones de la economía

La economía está dividida en dos grandes ramas:

1.2.3.1 Microeconomía: Hablaremos de comportamiento de agentes económicos individuales.

1.2.3.2 Macroeconomía, para que todas esas partes se interrelacionen en armonía. La macroeconomía estudia el comportamiento de todas esas partes individuales juntas en un *todo*. Se hablará del nivel global de producción (Producto Nacional, PIB, etc.), nivel general de precios, la balanza de pagos. Es decir, problemas generales, la economía en su conjunto.

A nivel macroeconómico estamos hablando de grandes agregados. Mientras que en microeconomía hablamos de partes individuales que forman parte de ese todo. No existe microeconomía sin macroeconomía y viceversa. Es decir, ambas se complementan.

1.2.4 Problema económico.

El problema económico es la paradoja que hay entre la cantidad limitada de recursos y la ilimitada cantidad de necesidades que tienen que resolver.

Buscar la manera de producir eficientemente para satisfacer en la mayor medida las necesidades. Cuando hay crecimiento en una economía, es que puede producirse más. Tenemos que hacer frente a unas necesidades ilimitadas con ciertos recursos que son escasos, entonces estos recursos tienen que ser utilizados eficientemente.

¿Cuáles son los recursos?

Según la clasificación tradicional se han clasificado en tres grupos: *El trabajo, Tierra, Capital.*

Pero hay otra clasificación que dice que los recursos son cuatro: trabajo, tierra, capital y capacidad empresarial (el conocimiento)

1.2.4.1 Tierra: Son los recursos naturales: Todo lo que existe en la naturaleza y que puede ser aprovechado para producir bienes necesarios.

1.2.4.2 Trabajo: Es el esfuerzo realizado por un individuo encaminado a la producción de bienes económicos (físico o intelectual en la 1ra clasificación). Es decir, producir para el mercado.

"El trabajo es esfuerzo humano retribuido que incrementa la utilidad de los bienes."
Lucio Casado.

Una actividad humana, para que se considere trabajo desde el punto de vista económico, debe ser *retribuida*. Al ser retribuida, excluye al juego, los trabajos forzosos y las actividades sociales.

Trabajo: esfuerzo realizado por el hombre sin incluir el trabajo intelectual (en la 2da clasificación, porque el trabajo intelectual lo clasifican aparte en la *capacidad empresarial*).

1.2.4.3 Capital: Es un recurso económico limitado que sale de alguna unidad productiva (trabajo). Recursos económicos susceptibles de reproducirse. Capital en ningún momento se refiere a dinero. El dinero no es factor de producción; con el *dinero* obtenemos el *capital* que sí es factor de producción (maquinarias, herramientas, construcciones, carreteras, etc.) A diferencia de los recursos naturales, el capital tiene que salir de alguna unidad productiva (para producir capital se requieren de todo tipo de recursos productivos). *El capital es producido por el hombre.*

El objetivo del capital es ayudar al hombre en la producción de otros bienes y servicios.

Es cualquier bien que sea producido por el hombre en el seno de alguna unidad productiva, y que tenga la finalidad de producir otros bienes o servicios.

Todo bien llamado capital es un bien final.

El capital no se usa para satisfacer directamente las necesidades de los individuos.

1.2.4.4 Capacidad empresarial o conocimiento

El conocimiento es un recurso básico en sociedades modernas y se le da cada día más importancia. Se dice que en el futuro el conocimiento será el recurso productivo esencial.

1.2.5 Bienes y servicios

Todos los bienes y servicios que se producen en una economía durante un período cualquiera pueden clasificarse en dos grandes grupos: finales e intermediarios.

1.2.5.1 Finales: Son aquellos que ya están totalmente terminados, han pasado por todo el proceso de transformación. Ya están listos para su uso y destino final. Estos tienen dos posibles destinos finales: *el consumo* y la *inversión*. Los bienes finales que satisfacen directamente las necesidades del individuos son los de consumo.

Los bienes de consumo pueden separarse en dos grupos:

1.2.5.1.1 Duraderos: son los que duran muchos períodos para ser consumidos en su totalidad. Ej.: zapatos.

1.2.5.1.2 No duraderos: todo lo que se consume rápido. Por ejemplo, los alimentos.

Los bienes finales que no van a satisfacer necesidades de los individuos sino que van a formar parte de algún proceso productivo, esos son los que llamamos bienes de capital.

Hay bienes que *de acuerdo al uso que se les dé*, pueden ser bienes de consumo o intermedios.

Por ejemplo, la sal: cuando se la utiliza para preparar comida en una casa es un producto de consumo (porque no va a comercializarse en el mercado). Ahora bien, si se tiene un restaurante y se utiliza la sal para preparar la comida que se vende en él, entonces es un bien intermedio.

1.2.5.2 Intermedios o intermediarios: Aunque sean el producto final de una fábrica, no están listos para su uso final, necesitan seguir siendo procesados para poder usarse en su destino final. No son de consumo, ni de capital.

Los bienes son tangibles y satisfacen necesidades. Los servicios no son tangibles y satisfacen necesidades.

Otra confusión que hay es entre los bienes de consumo duradero y el capital:

Lo que la diferencia es el uso que se les da. Los bienes de consumo son utilizados para satisfacer directamente necesidades. Los bienes de capital son utilizados para producir otros bienes que van luego al mercado.

Ej.: Una nevera en una casa es de consumo duradero; en una cafetería es capital.

1.3 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ECONÓMICA:

1.3.1 Orígenes de la ingeniería económica

Las consideraciones y comparaciones de costos son aspectos fundamentales de la práctica de la ingeniería. Sin embargo, el desarrollo de la metodología de la ingeniería económica, que ahora se utiliza en casi todo el campo de trabajo de la ingeniería, es relativamente reciente. Esto no significa que en otros tiempos se omitieran los costos en las decisiones de ingeniería. Sin embargo, el considerar la economía básica como una preocupación primaria para el ingeniero y la disponibilidad actual de técnicas sólidas para solventar ésta preocupación, marcan la diferencia con ingeniería del pasado.

Un pionero en el campo fue Arthur M. Wellington (*The economic theory of railway location*), un ingeniero civil que a fines del siglo diecinueve trabajó específicamente en relación con el papel del análisis económico en los proyectos de ingeniería. Su área particular interés fue la construcción del ferrocarril en Estados Unidos. Después vinieron otros trabajos centrados esta vez en las técnicas vinculadas principalmente con matemáticas financieras. En 1930, Eugene Grant publicó la primera edición de su libro de texto (*Principles of engineering economy, 1930*). Esto fue un hito en el desarrollo de la ingeniería económica como la conocemos hoy en día. Su investigación se enfocó en la formulación de un punto de vista económico en la ingeniería, y este punto de vista implica comprender que un cuerpo de principios, a ser definido del todo, rige los aspectos económicos de una decisión de ingeniería como rige sus aspectos físicos.

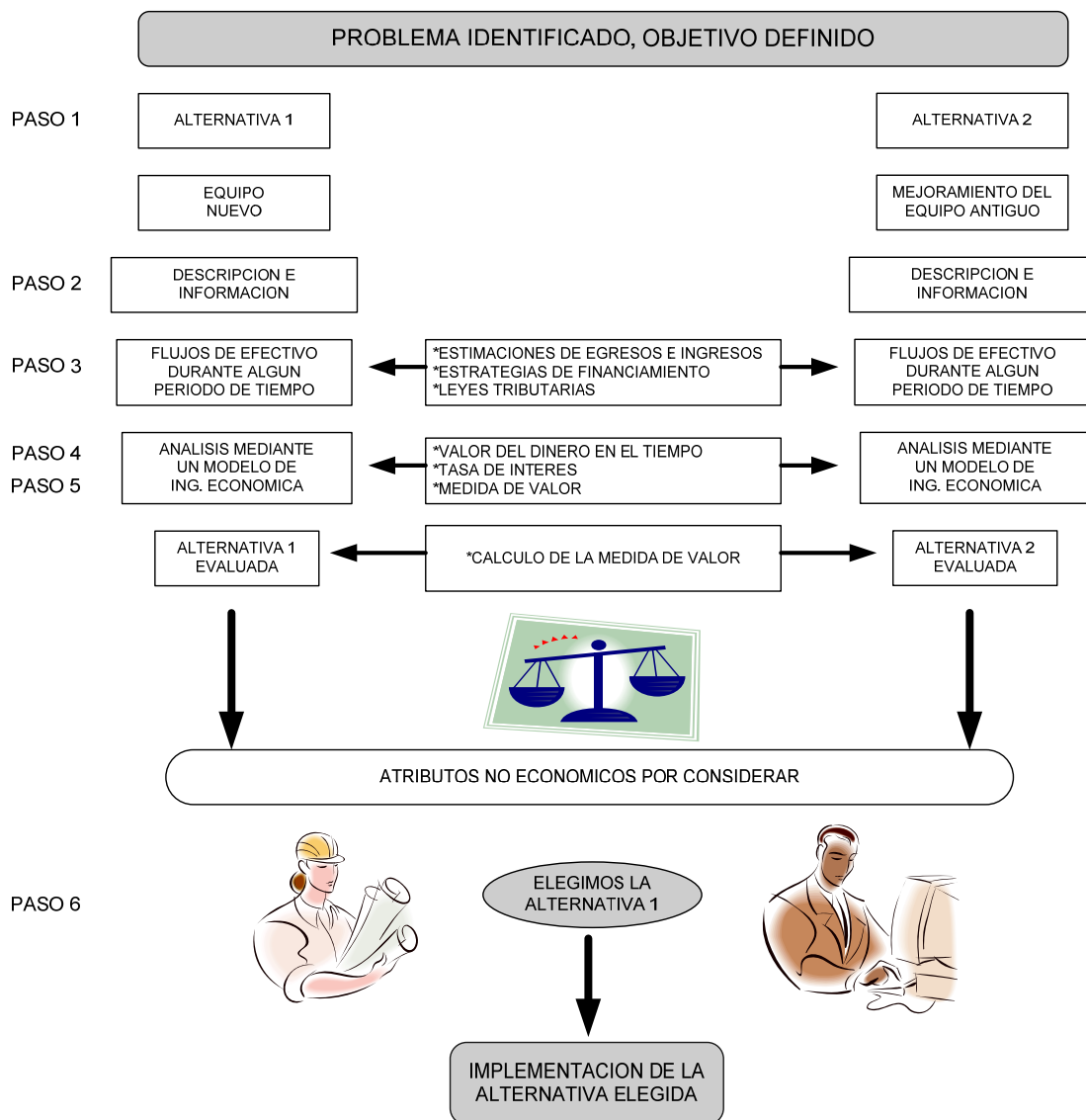
1.3.2 Papel de la ingeniería económica en la toma de decisiones

La gente toma decisiones; ni las computadoras, las matemáticas y otras herramientas lo hacen. Las técnicas y modelos de la ingeniería económica ayudan a la gente a tomar decisiones. Como las decisiones incluyen en lo que se hará, el marco de referencia temporal de la ingeniería económica es básicamente el futuro. Por lo tanto, en un análisis de ingeniería económica los números constituyen las mejores estimaciones de lo que se espera que ocurra.

La ingeniería económica también se aplica para analizar los resultados del pasado. Los datos observados se evalúan para determinar si los resultados satisficieron el criterio especificado. Existe un procedimiento importante para abordar la cuestión del desarrollo y elección de alternativas. Los pasos de este enfoque, comúnmente denominado enfoque de solución de problemas o proceso de toma de decisiones, son las siguientes:

- 1. Comprensión del problema y definición del objetivo.**
- 2. Recopilación de información relevante.**
- 3. Definición de posibles soluciones alternativas y realización de estimaciones realistas.**
- 4. Identificación de criterios para la toma de decisiones empleando uno o más atributos.**
- 5. Evaluación de cada alternativa aplicando un análisis de sensibilidad para reforzar la evaluación**
- 6. Elección de la mejor alternativa**
- 7. Implantar la solución.**
- 8. Vigilar los resultados.**

Existe un enfoque general, denominado enfoque de estudio de ingeniería económica, que ofrece una perspectiva general del estudio de ingeniería económica. Dicho enfoque se esquematiza en la siguiente figura, para dos alternativas:



1.3.3 Conceptos generales de ingeniería economía

1.3.3.1 Balanza comercial

La balanza comercial es la diferencia el registro de las importaciones y exportaciones de un país durante un período de tiempo.

Las importaciones se refieren a los gastos que las personas, las empresas o el gobierno de un país hacen en bienes y servicios que se producen en otros países y que se traen desde esos otros países a él.

Las exportaciones son los bienes y servicios que se producen en el país y que se venden y envían a clientes de otros países.

La balanza comercial se define como la diferencia que existe entre el total de las exportaciones menos el total de las importaciones que se llevan a cabo en el país.

$$\text{Balanza comercial} = \text{exportaciones} - \text{importaciones}$$

Esta diferencia, según cuales sean las importaciones y las exportaciones en un momento determinado, podría ser positiva (lo cual se denomina superávit comercial) o negativa (lo cual se denomina déficit comercial).

Se dice que existe un déficit cuando una cantidad es menor a otra con la cual se compara. Por lo tanto podemos decir que hay déficit comercial cuando la cantidad de bienes y servicios que un país exporta es menor que la cantidad de bienes que importa. Por el contrario, un superávit comercial implica que la cantidad de bienes y servicios que un país exporta es mayor a la cantidad de bienes que importa.

Nota

Existe un mito muy generalizado que afirma que para que un país se desarrolle es muy importante tener una balanza comercial positiva. Es decir, que las exportaciones superen a las importaciones. Esto es un error que deriva de la teoría mercantilista de la economía, donde se creía que la riqueza solo debía evaluarse según la acumulación de oro que se poseía (ahora por el dinero). Esto tenía una consecuencia muy importante porque con esta visión, quien compra siempre pierde porque estaría entregando parte de su riqueza (oro, dinero, etc.)

La realidad es que cuando uno compra algo, en un mercado libre, también se enriquece en términos económicos. Para que se concrete una transacción comercial, quien compra evalúa como menos valioso el dinero que va a entregar que el bien o servicio que desea adquirir con él. Si esto no fuere así, la transacción no se llevaría adelante. Toda transacción comercial genera riqueza en ambas partes dado que para que se produzca, ambas partes evalúan que es más valioso lo que van a recibir que lo que va a entregar.

Las importaciones no son una excepción a esta regla. Y de hecho, los países exportan para poder adquirir las divisas para poder importar y así, aprovechando la división del trabajo, maximizar la generación de riqueza, tanto con las compras como con las ventas (Importaciones y Exportaciones). Por lo tanto las balanzas comerciales, idealmente, deberían estar equilibradas.

1.3.3.2 Balanza de pagos

Balanza de pagos, relación entre la cantidad de dinero que un país gasta en el extranjero y la cantidad que ingresa de otras naciones. El concepto de balanza de pagos no sólo incluye el comercio de bienes y servicios, sino también el movimiento de otros capitales, como la ayuda al desarrollo, las inversiones extranjeras, los gastos militares y la amortización de la deuda pública.

Las naciones tienen que equilibrar sus ingresos y gastos a largo plazo con el fin de mantener una economía estable, pues, al igual que los individuos, un país no puede estar eternamente en deuda. Una forma de corregir un déficit de balanza de pagos es mediante el aumento de las exportaciones y la disminución de las importaciones, y para lograr este objetivo suele ser necesario el control gubernamental. Por ejemplo, un gobierno puede devaluar su moneda para lograr que los bienes nacionales sean más baratos fuera y de este modo hacer que las importaciones se encarezcan (*véase Devaluación*).

1.3.4 El tiempo como valor

1.3.4.1 Interés simple

Es el que se obtiene cuando los intereses producidos durante el tiempo que dura una inversión se deben únicamente al capital inicial. Cuando se utiliza el interés simple, los intereses son función únicamente del interés principal, el número de periodos y la tasa de interés.

1.3.4.2 Interés compuesto

El concepto y la fórmula general del interés compuesto es una potente herramienta en el análisis y evaluación financiera de los movimientos de dinero. El interés compuesto es fundamental para entender las matemáticas financieras. Con la aplicación del interés compuesto obtenemos intereses sobre intereses, esto es la capitalización del dinero en el tiempo. Calculamos el monto del interés sobre la base inicial más todos los intereses acumulados en períodos anteriores; es decir, los intereses recibidos son reinvertidos y pasan a convertirse en nuevo capital. Llamamos monto de capital a interés compuesto o monto compuesto a la suma del capital inicial con sus intereses. La diferencia entre el monto compuesto y el capital original es el interés compuesto. El intervalo al final del cual capitalizamos el interés recibe el nombre de período de capitalización. La frecuencia de capitalización es el número de veces por año en que el interés pasa a convertirse en capital, por acumulación. Tres conceptos son importantes cuando tratamos con interés compuesto: 1°. El capital original (P o VA) 2°. La tasa de interés por período (i) 3°. El número de períodos de conversión durante el plazo que dura la transacción (n).

1.3.5 Políticas de control de la economía

1.3.5.1 Política fiscal

La política fiscal es una política económica que usa el gasto público y los impuestos como variables de control para asegurar y mantener la estabilidad económica (entrar en déficit o superávit según convenga). Por lo tanto, es una política en la que el Estado participa activamente, a diferencia de otras como la política monetaria.

***Déficit:** Es una escasez de algún bien, ya sea dinero, comida o cualquier otra cosa.

***Superávit:** Es la abundancia de algo que se considera útil o necesario.

1.3.5.2 Política cambiaria

La política cambiaria atiende el comportamiento de la tasa de Cambio, forma de cambio de divisas. Lo ideal es un tipo de cambio equilibrado, que el tipo de cambio nominal esté relacionado con el tipo de cambio real. La escasez de dólares hace que cada vez sean más caros, esto beneficia a los exportadores, el gobierno debería colocar dólares en circulación. Por el contrario, cuando hay muchos dólares en circulación, se cotizan más baratos, eso beneficia a los importadores que compran dólares para comprar productos del extranjero, El gobierno debería retirar dólares de circulación para equilibrar el tipo de Cambio.

Tasa de Cambio: Moneda extranjera expresada en unidades de moneda nacional.

Divisas: Moneda utilizada en una región o país determinado.

1.3.5.2.1 Tipos de política cambiaria.

Tipo de cambio fijo. Forma en que la autoridad monetaria logra la estabilidad del tipo de cambio por medio de la intervención del Banco Central en el mercado de divisas.

Tipo de cambio fluctuante. Las fuerzas de la oferta y demanda de divisas determinan el tipo de cambio.

1.3.5.3 Política monetaria

La política monetaria es una política económica que usa la cantidad de dinero como variable de control para asegurar y mantener la estabilidad económica. Para ello, las autoridades monetarias usan mecanismos como la variación del tipo de interés, y participan en el *mercado de dinero*.

Cuando se aplica para aumentar la cantidad de dinero, se le llama política monetaria expansiva, y cuando se aplica para reducirla, política monetaria restrictiva.

1.3.6 Concepto básico de mercado

1.3.6.1 Oferta

Se define como la cantidad de bienes o servicios que los productores están dispuestos a ofrecer a diferentes precios y condiciones dadas, en un determinado momento.

1.3.6.2 Demanda

Se denomina Demanda al acto, actitud o predisposición de adquirir bienes y/o servicios, para prever la satisfacción de las necesidades, por parte de uno o más consumidores. Si la demanda se concreta, se realiza, se denomina Demanda Real o Efectiva, la cual debe estar plenamente respaldada con medios de pago. Si la Demanda no se concreta por cualquier circunstancia, se le conoce como Demanda Potencial.

1.3.6.3 Punto de equilibrio

El Punto de equilibrio es el punto en el cual las ganancias igualan a las pérdidas. Un punto de equilibrio define cuando una inversión generará una rentabilidad positiva. El punto donde las ventas o los réditos igualan a los costos. O también el punto donde los costos totales igualan a los réditos totales. No hay beneficio o pérdidas incurridas en el punto de equilibrio. Esto es importante para cualquier persona que maneje un negocio, puesto que el punto de equilibrio es el límite mínimo de beneficio para fijar precios de venta y determinar márgenes.

1.3.6.4 Precio del mercado

El precio de mercado es un concepto económico de gran aplicación en la vida diaria. El precio de mercado es el precio al que un bien o servicio puede adquirirse en un mercado concreto y se establece mediante la ley de la oferta y la demanda conforme a las características del mercado en cuestión. El estudio del precio de mercado tiene interés principalmente en microeconomía.

1.3.7 Inflación

1.3.7.1 Índice de precios al consumidor

Es un índice en el que se cotejan los precios de un conjunto de productos (conocido como "canasta" o "cesta") determinado sobre la base de la Encuesta continua de presupuestos familiares (también llamada Encuesta de gastos de los hogares), que una cantidad de consumidores adquiere de manera regular, y la variación con respecto del precio de cada uno, respecto de una muestra anterior. De esta forma se pretende medir, mensualmente, la evolución del nivel de precios de bienes y servicios de consumo en un país.

Todo IPC debe ser:

- Representativo (que cubra la mayor población posible)
- Comparable (tanto temporalmente como espacialmente, o sea con otros IPC de otros países)
- Fiable
- Preciso
- Congruente (con otras estadísticas del mismo país y con el IPC de otros países de la región)
- Útil
- Oportuno (que su fecha de publicación sea lo más temprana posible).

1.3.7.2 Inflación

Es el aumento sostenido y generalizado del nivel de precios de bienes y servicios, medido frente a un poder adquisitivo estable. Se define también como la caída en el valor de mercado o del poder adquisitivo de una moneda en una economía en particular, lo que se diferencia de la devaluación, dado que esta última se refiere a la caída en el valor de la moneda de un país en relación con otra moneda cotizada en los mercados internacionales, como el dólar estadounidense, el euro o el yen.

1.3.7.3 Devaluación

La devaluación es la reducción del valor nominal de una moneda corriente frente a otras monedas extranjeras. La devaluación de una moneda puede tener muchas causas entre estas por una falta de demanda de la moneda local o una mayor demanda de la moneda extranjera. Lo anterior puede ocurrir por falta de confianza en la economía local, en su estabilidad, en la misma moneda, etc.

En un sistema cambiario libre, es decir donde la intervención del banco central es nula o casi nula, la devaluación se conoce como depreciación.

CAPÍTULO 2

TASA DE INTERÉS, CONCEPTOS Y MODALIDADES



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Entender el valor del dinero en función del tiempo*
- ◆ *Conocer el concepto de interés*
- ◆ *Conocer el concepto de tasa de interés*
- ◆ *Entender el significado de equivalencia en términos económicos*
- ◆ *Comprender el concepto de interés simple e interés compuesto y sus diferencias*
- ◆ *Conocer los términos y símbolos que se emplean en la Ingeniería económica*
- ◆ *Entrar en conceptos básicos de la Tasa Interna de Retorno y Tasa mínima atractiva*
- ◆ *Familiarizarse con los diagramas de flujo aplicados en la ingeniería económica*

2.1 INTRODUCCIÓN

En innumerables ocasiones prestamos ciertas cantidades de dinero a otras personas, que pueden ser amistades, parientes o compañeros de trabajo, bajo ningún beneficio económico propio, esto estanca en sí, nuestros ingresos económicos.

En este capítulo, aprenderemos como el dinero aumenta su valor en función a una tasa de interés en un tiempo determinado, y así a sacar provecho a préstamos bajo ciertas condiciones que nos permitan recuperar el monto prestando y otro monto más, que es el interés ganado durante el tiempo prestado.

2.2 VALOR DEL DINERO EN FUNCION DEL TIEMPO

El dinero es un bien cuya función principal es la de intermediación en el proceso de cambio. El valor del dinero no es otra cosa que su poder adquisitivo, capacidad de compra o de intercambio. El valor del dinero cambia con el paso del tiempo. En efecto los bienes cambian de precios afectando la economía de los consumidores, derivado de un evento económico externo identificable y cuantificable, la pérdida del poder adquisitivo. Para comprobarlo basta con comparar los precios de los bienes y servicios entre un año y otro.



No es conveniente realizar comparaciones de valores monetarios de tiempos distintos, ya que el dinero cambia su valor a través del tiempo.

Ejemplo 2.1

En el año 1995 los mejores jugadores de futbol estaban cotizados en cifras que se acercaban entre los 5 a 8 millones de dólares, actualmente estas cifras subieron fácilmente entre 70 a 120 millones aproximadamente. ¿Se preguntaran si Maradona actualmente estuviera como lo estuvo en su mejor época, cuanto llegaría a costar su pase con relación a cuanto costo en su época?

Ejemplo 2.2

En julio del 2008 con “1 boliviano” se compran dos panes, en julio del 2007 con los mismos “1 boliviano” podíamos comprar cuatro panes.

2.3 INTERÉS

El interés es la manifestación del valor del dinero en el tiempo. Desde una perspectiva de cálculo, el interés es la diferencia entre una cantidad final de dinero y la cantidad original. Si la diferencia es nula, no hay interés.



$$I = F - P$$

Ec. (2.1)

Donde: I: Interés generado
 P: Cantidad inicial o cantidad original
 F: Cantidad final

Ejemplo 2.3, caso “sin interés”

Javier, quien acaba de cobrar su sueldo de 830 Bs, se encuentra en la universidad con Pablo quien es uno de sus mejores amigos, éste le pide un préstamo a Javier de 200 Bs y que se lo devolverá dentro de 2 meses. Al cabo del tiempo previsto, Pablo le devolvió a Javier los 200 Bs. adeudados, ¿Cuánto de Interés gana Javier?

Solución

P = 200 Bs.

F = 200 Bs.

$$I = F - P$$

$$I = 200 \text{ Bs} - 200 \text{ Bs}$$

$$\underline{I = 0 \text{ Bs.}}$$

En el ejemplo anterior podemos notar que el monto prestado fue de 200 Bs y el monto pagado por el amigo, también fue de 200 Bs, en este caso el préstamo fue con cero de intereses.

Ejemplo 2.4, caso “con interés”

Paola Rioja le presta a Juan Rodríguez la suma de 120 Bs, Juan al cabo de un mes le paga a Paola la suma de 126 Bs. ¿Cuánto de interés pago Juan?

Solución

$$F = 126 \text{ Bs.}$$

$$P = 120 \text{ Bs.}$$

$$I = ?$$

$$I = F - P$$

$$I = 126 \text{ Bs} - 120 \text{ Bs}$$

$$\underline{I = 6 \text{ Bs.}}$$

Para el caso anterior deducimos que el interés ganado por Paola fue de 6 Bs durante el periodo de un mes.

Aprovechando este ejemplo podemos indicar que existen dos variantes de interés: *Interés ganado* e *Interés pagado*. Para el caso de Paola será un “Interés ganado” de 6 Bs, para el caso de Juan Rodríguez será “Interés pagado” de 6 Bs.

2.4 TASA DE INTERÉS

Es el interés generado en una unidad de tiempo expresado en porcentaje. Las unidades de tiempo por lo general son expresadas por el periodo de un año (anual), aunque también se lo puede expresar mensualmente, trimestralmente, diariamente, etc.



$$i(\%) = \frac{I}{P \cdot n} \cdot 100\%$$

Ec. (2.2)

Donde:

$i(\%)$ = Tasa de interés expresado en porcentaje

I = Interés

P = Monto inicial

n = Número de períodos de tiempo

***Nota:** Como la tasa de interés esta expresado en porcentaje, se lo tiene que multiplica por 100, pero cuando se lo aplica en formulas se lo toma con decimales, 5%=0,05, 10%=0,1, etc.*

Ejemplo 2.5

En el “ejemplo 2.4” observamos que el capital prestado fue de 120 Bs y la cantidad pagada por Juan al cabo de un mes fue de 126 Bs. Ahora procedemos a calcular a que tasa de interés le prestó esa suma Paola a Juan para que se haya generado un interés de 6 Bs:

Solución

I = 6 Bs.

P = 120 Bs.

n = 1 mes

$$i (\%) = \frac{6 \text{ Bs}}{120 \text{ Bs} \cdot 1} \cdot 100\%$$
$$\underline{i (\%) = 5\%}$$

Ahora nos falta determinar la unidad de tiempo de la tasa de interés que puede ser mensual, anual, semestral (6 meses), trimestral (3 meses), etc. En el problema anterior se dice que Juan termino de pagar su deuda al cabo del primer mes, esto quiere decir que en “un mes” se genero ese interés, entonces la tasa de interés será de 5% mensual.

Ejemplo 2.6

El ingeniero Alberto Soto, se adjudicó el vaciado de cordón de acera con una longitud de 800 metros, para el cual necesita un monto inicial para material y equipo de 80 \$us, acude a su colega Ing. Freddy Lazarte quien le presta este monto con la condición de pagarle en tres meses la suma de 94.4 \$us. ¿A qué tasa de interés se realiza este préstamo?

Solución

Número de periodos (Mensuales) = 3

P=80 \$us

F=94.4 \$us

n=3

$$\text{Interés} = 80 \text{ \$us} - 94.4 \text{ \$us} = 14.4 \text{ \$us}$$

$$\text{Tasa de interés (\%)} = \frac{14.4 \text{ \$us}}{80 \text{ \$us} \cdot 3} \cdot 100\% = 6\% \text{ mensual}$$

Otra forma:

Número de periodos (Trimestrales) = 1

P=80 \$us

F=94.4 \$us

n=1

$$\text{Interés} = 80 \text{ \$us} - 94.4 \text{ \$us} = 14.4 \text{ \$us}$$

$$\text{Tasa de interés (\%)} = \frac{14.4 \text{ \$us}}{80 \text{ \$us} \cdot 1} \cdot 100\% = 18\% \text{ trimestral}$$

Nótese que se sacaron dos resultados de tasas de interés, la primera corresponde a una tasa de interés mensual y la segunda a una tasa de interés trimestral.

Ejemplo 2.7

La Empresa Constructora “Cochapampa S.A.” tiene planes de solicitar un préstamo bancario de 200 000 \$us. durante un año al 9% de interés anual para adquirir un camión especial para ensayos CPT en suelos. Calcular en interés y la cantidad total acumulada después de un año.

Solución

a) P = 200 000 \$us

n = 1 año

i(%) = 9 %

$$i(\%) = \frac{I}{P \cdot n} \cdot 100$$

$$I = \frac{i(\%) \cdot P \cdot n}{100}$$

$$I = \frac{9}{100} \cdot 200000 \cdot 1 = 18000 \text{ \$us}$$

$$I = F - P$$

$$F = I + P$$

$$F = 18000 + 200000 = 218000 \text{ \$us}$$

2.5 EQUIVALENCIA

El término de equivalencia se usa bastante para pasar de una escala de unidad a otra y significa igualdad en valores o igualdad en estimación.



Algunos ejemplos de equivalencia son:

$$100 \text{ centímetros} = 1 \text{ metro}$$

$$12 \text{ pulgadas} = 1 \text{ pie}$$

$$1 \text{ atmósfera} = 1 \text{ newton/metro}^2$$

La forma de comparar el valor del dinero a través del tiempo es mediante la tasa de interés que permite encontrar la equivalencia entre ambas sumas.

Ejemplo 2.8

El comparar 100 \$us hoy y 100 \$us dentro de un año no es correcto. Pero si con una tasa de interés de 6% anual y comparando 100 \$us hoy y 106 \$us después de un año sería equivalentemente correcto.

En caso que la tasa de interés fuera un valor diferente al 6% y haga la misma comparación de sumas entre 100 \$ hoy y 106 \$us en un año, no equivaldrían.

2.6 TIPOS DE INTERÉS

Existen dos tipos de intereses: Interés simple e interés compuesto

2.6.1 Interés simple

Es el que se obtiene cuando los intereses producidos durante el tiempo que dura un préstamo, se deben únicamente al capital inicial. Cuando se utiliza el interés simple, los intereses son función únicamente del capital inicial, el número de periodos y la tasa de interés.



$$I = P \cdot i \cdot n$$

Ec. (2.3)

Donde:

I = Interés

P = Cantidad inicial

i = Tasa de interés

n = Número de períodos de tiempo

Ejemplo 2.7

Se necesita la suma de 20 000 \$us para poder montar un laboratorio de Suelos en la ciudad de Cochabamba, dicho laboratorio contará solamente con equipos básicos, tales como 2 juegos de tamices, un horno para el secado de muestras, balanzas, etc. Se acudió a un prestamista que proporcionaría esa cantidad bajo una tasa de interés del 4% mensual. El préstamo se lo cubrirá en 1 año. Se desea saber cuánto de interés se tendrá que pagar.

Solución

Datos: P = 20000 \$us
 i (%) = 4% mensual
 n = 12 meses } Ambos tienen que estar expresados
 I = ? en unidades iguales.

Aplicando la Ec. 2.3

$$I = 20000 \cdot 0.04 \cdot 12$$

$$I = 9600 \text{ $us.}$$

Ejemplo 2.8

Un estudiante desea comprar un GPS para poder alquilar a 5 \$us la hora. Él, estima que aproximadamente lo podrá pagar en 6 meses. El precio del GPS es de 180 \$us y solo cuenta con 30 \$us, desea completar el resto con un prestamista que presta dinero con una tasa de interés simple al 6% mensual u otro que presta a un 15% trimestral. ¿Cual tasa de interés le conviene más?

Solución**Para el primer caso: $i = 6\%$ mensual**

Datos: $P = 150$ \$us.

Caso 1:	$i = 6\%$ mensual	}	Ambos tienen que ser iguales (Mensuales)
	$n = 6$ meses		
	$I = ?$		

Aplicando la Ec. 2.3

$$I = 150 \cdot 0.06 \cdot 6$$

$$\underline{I = 54 \text{ $us.}}$$

Para el segundo caso: $i = 15\%$ trimestral

Datos: $P = 150$ \$us.

Caso 2:	$i = 15\%$ trimestral	}	Ambos tienen que ser iguales (Trimestrales)
	$n = 2$ trimestres		
	$I = ?$		

Aplicando la Ec. 2.3

$$I = 150 \cdot 0.15 \cdot 2$$

$$\underline{I = 45 \text{ $us.}}$$

Respuesta: Conviene que el préstamo sea de 15% trimestral, ya que al cabo de 6 meses ó 2 trimestres se tendrá que pagar un interés de 45 \$us solamente.

2.6.2 Interés compuesto

Es el interés generado tanto por el monto inicial como por el interés de los periodos anteriores, es decir aparte del interés del monto inicial, los intereses también generan intereses. Esta es una práctica adoptada por el sistema financiero de bancos y cooperativas.



El interés compuesto está representado por la siguiente ecuación:

$$I = P \left[(1 + i)^n - 1 \right] \quad \text{Ec. (2.4)}$$

Donde:

I = Interés generado

P = Cantidad inicial

i = Tasa de interés

n = Número de períodos de tiempo

Ejemplo 2.9

Solucionar el ejemplo 2.7 aplicando la tasa de interés compuesto y haga comparaciones con el mismo.

Solución

Datos: P = 20000 \$us
 i (%) = 4% mensual
 n = 12 meses
 I = ?

Aplicando la Ec. 2.4

$$I = 20000 \cdot \left[(1 + 0.04)^{12} - 1 \right]$$

$$\underline{I = 12020.6 \text{ $us.}}$$

Comparación: Notamos que en este ejemplo que el interés a pagar son mayores a los del ejemplo 2.7, es porque en el interés compuesto los intereses también generan intereses.

Ejemplo 2.10

Un estudiante recién graduado de la carrera de Ing. Civil desea hacer estudios de postgrado (Maestría) en la UMSS, para ello requiere la suma de 3400 \$us para pagar al contado. Acude a una entidad bancaria que presta dinero una tasa de interés del 8 % anual con interés compuesto y decide pagarlo en 4 años. ¿Cuánto de interés tendrá que pagar este nuevo ingeniero al cabo del tiempo establecido?

Solución

Datos: $P = 3400 \text{ \$us}$
 $i = 8\%$
 $n = 4 \text{ años}$
 $I = ?$

Aplicando la Ec. 2.4

$$I = 3400 \cdot \left[(1 + 0.08)^4 - 1 \right]$$

$$\underline{I = 1225.7 \text{ \$us.}}$$

Ejemplo 2.11

Se desea comprar una retroexcavadora, para lo cual se pide un préstamo de \$us 50000 al 5% de interés anual compuesto. Calcule la suma total a pagar si se debe pagar la deuda al cabo de 3 años.

Solución

Resolveremos este ejemplo paso a paso, sin la aplicación de la fórmula para entenderlo mejor, y posteriormente aplicaremos la fórmula:

El interés generado durante el primer año es:

$$\text{Interés} = 50000 * 0.05 = 2500 \$us$$

La suma total después del primer año es:

$$50000 + 2500 = 52500 \$us$$

El interés del segundo año es:

$$\text{Interés} = 52500 * 0.05 = 2625 \$us$$

La suma total después del segundo año es:

$$52500 + 2625 = 55125 \$us$$

El interés del tercer año es:

$$\text{Interés} = 55125 * 0.05 = 2756.25 \$us$$

La suma total después del tercer año es:

$$55125 + 2756.25 = 57881.25 \$us.$$

Entonces la suma apagar después de 3 años es de 57881,25 \$us

El interés generado es:

$$\underline{57881.25 - 50000 = 7881.25 \$us}$$

Aplicando la fórmula:

$$I = 50000 \cdot \left[(1 + 0.05)^3 - 1 \right]$$

$$\underline{I = 7881.25 \$us}$$

2.7 TERMINOLOGÍA Y SÍMBOLOS

Las diversas ecuaciones y procedimientos en la ingeniería económica emplean los siguientes términos y símbolos:



P = Valor o cantidad de dinero en un momento denotado como presente o tiempo 0. También P recibe el nombre de valor presente (VP), valor

presente neto (VPN), flujo de efectivo descontado (FED) y costo capitalizado (CC); sus unidades son monetarias.

F = Valor o cantidad de dinero en un tiempo futuro. F también recibe el nombre de valor futuro (VF); sus unidades son monetarias.

A = Serie de cantidades uniformes, igualitarias y consecutivas. A también se denomina valor anual (VA) y valor anual uniforme equivalente (VAUE); sus unidades son monetarias por año o monetarias por mes, etc.

n = Número de periodos de tiempo, años, meses, días, etc.

i = Tasa de interés o tasa de retorno por periodo; puede estar expresado en porcentaje anual, porcentaje mensual, por ciento diario, etc.

Debe tomarse en cuenta que A representa a una *cantidad uniforme*, es decir la misma cantidad en cada periodo, la cual se extiende a través de *períodos de interés consecutivos*.

Se da por entendido que la tasa de interés corresponde a una tasa de interés compuesto y estará expresado en porcentaje, aunque al momento de utilizarlo en una ecuación, se la tomara en decimales.

2.8 TASA MÍNIMA ATRACTIVA DE RENDIMIENTO

Para que una inversión sea rentable, el inversionista ya sea una corporación o un individuo, espera recibir una cantidad de dinero mayor a la que originalmente invirtió. En otras palabras, debe ser posible obtener una *tasa interna de retorno* sobre la *inversión* de atractivos. En esta explicación se utilizara definición de TIR como *la tasa interna de retorno* y para calcularlo basta con ver la siguiente ecuación:



$$\text{Tasa interna de retorno (TIR) \%} = \frac{\text{interés acumulado por unidad de tiempo}}{\text{cantidad original}} \cdot 100\%$$

Ec. (2.5)

Coincidentemente la *tasa interna de retorno* es igual en valor a *tasa de interés*.

En ingeniería las alternativas se evalúan con base en un pronóstico de una TIR razonable. Por consiguiente se debe establecer una tasa razonable para la fase de elección de criterios de un estudio de ingeniería económica. La tasa razonable recibe el nombre de *tasa mínima atractiva* (TMA) y es superior a la tasa que ofrece un banco o alguna inversión segura que implique un riesgo mínimo.

La TMA es establecida por la dirección financiera o los interesados en realizar el proyecto o compra de algún objeto necesario, con el cuidado de elegir una tasa que por lo menor recupere el capital invertido a futuro.

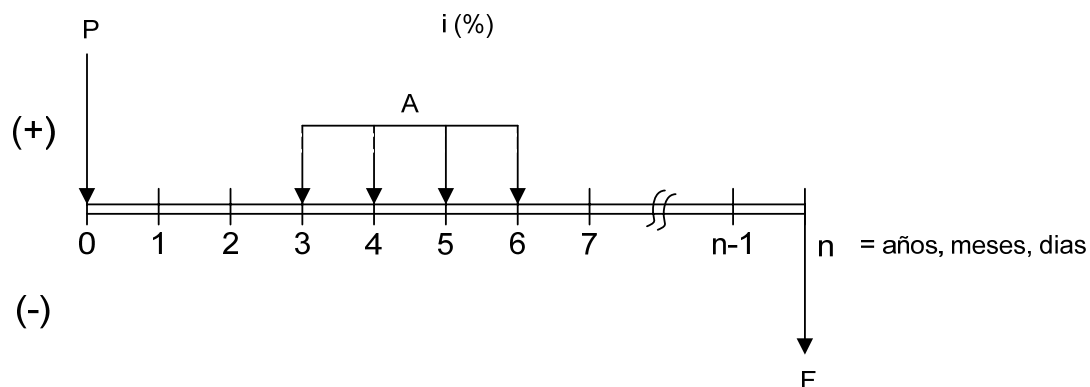
$$\text{TIR} \geq \text{TMA} > \text{Costo del capital}$$

Si el TIR que es una tasa de interés, es superior TMA, entonces habrá ganancias para el inversionista.

2.8 DIAGRAMAS DE FLUJO

Los diagramas de flujo son representaciones gráficas de entradas y salidas de dinero o efectivo por lo general, separados por periodos. Se los emplea para un mejor entendimiento de problemas, que pueden resultar muy confusos a la hora de resolverlos.

Un diagrama de flujo se lo representa de la siguiente manera:

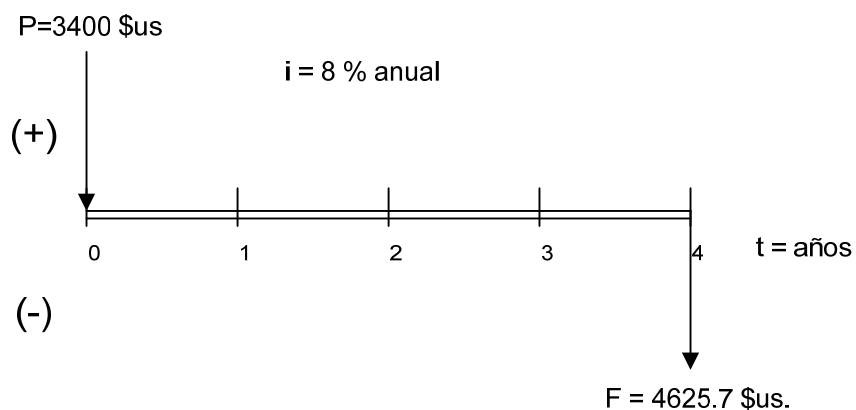


Donde las flechas en la parte superior indican las entradas de efectivo, las flechas de la parte inferior indicaran las salidas de efectivo, el tiempo estará en años, meses o días, $i (\%)$ será la tasa de interés expresada en porcentaje y A son entradas uniformes o iguales en períodos consecutivos.

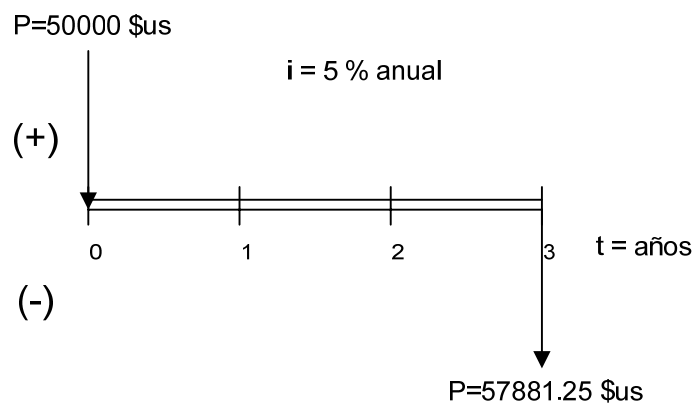
Ejemplo 2.12

Expresar en dos gráficas de diagramas de flujo los ejemplos 2.10 y 2.11

Ejemplo 2.10:



Ejemplo 2.11:



EJERCICIOS PROPUESTOS

P 2.1 Un estudiante recibe la suma de 320 Bs. de un préstamo hecho hace 3 meses. Si el interés generado fue de 50 Bs. ¿Cuánto es el monto prestado?

Respuesta. $P=270$ Bs.

P 2.2 Claudia se presta 1500 Bs. con un interés de 200 Bs para un tiempo de 2 meses. ¿Cuánto tendrá que pagar al cabo del tiempo previsto?

Respuesta. $F=1700$ Bs.

P 2.3 ¿Calcular a que tasa de interés simple realizo el préstamo el estudiante del ejercicio propuesto 2.1?

Respuesta. $i(\%)=6.17\%$

P 2.4 ¿Calcular a que tasa de interés simple se prestó Claudia, del ejercicio propuesto 2.2?

Respuesta. $i(\%)=6.67\%$

P 2.5 Si se acumulan 6500 \$us después de 6 años a una tasa de interés simple del 14% anual. Calcular: (a) El monto inicial y (b) El interés.

Respuesta. a) $P=3532.61$ \$us,

b) $I=2967.39$ \$us.

P 2.6 Si usted solicita un préstamo de 3000 \$us por dos años al 10% anual de interés simple. ¿Cuánto dinero deberá pagar al finalizar el tiempo previsto?

Respuesta. $F=3600$ \$us.

P 2.7 Se realiza un préstamo de 5000 \$us a una tasa de interés compuesto del 8% trimestral, determine el interés que se va a pagar después de 2 años.

Respuesta. $F=9254.65$ \$us.

P 2.8 Compare el interés simple y el interés compuesto generado al depositar 10000 \$us durante 5 años a una tasa de interés del 12% anual.

Respuesta. $F_{(simple)}=16000$ \$us,

$F_{(compuesto)}=17623.42$ \$us

P 2.9 Si se realiza un anuncio que si usted hace un depósito y al cabo de 7 años duplicara el monto depositado, ¿A qué tasa de interés se lo tendría que realizar?

Respuesta. $i(\%)=10.41\%$

P 2.10 Un inversionista tiene la opción de comprar una extensión de tierra que valdrá 15000 \$us dentro de cinco años. Si el valor de la tierra aumenta 6% cada año, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar ahora el inversionista por esta propiedad?

Respuesta. $P=11208.87$ \$us.

P 2.11 Falta un mes para las elecciones del centro de carrera, para esto el frente PODER-CIVIL necesita la suma de 2000 Bs. para gastos de propaganda. El presidente del frente acude una persona externa quien le prestará el monto a una tasa de interés de 5% mensual y que tendrá que devolver en 5 meses. ¿Cuánto se tendrá que devolver al cabo del tiempo?

Respuesta. $F=2552.56$ Bs.

P 2.12 ¿En qué tiempo se podrá triplicar una cantidad a una tasa de interés del 4%?

Respuesta. $n=28$ meses.

P 2.13 Un egresado de la carrera realizó un pago adeudado de 3250 Bs. a un familiar cercano, si este le prestó la suma de 2800 Bs. con una tasa de interés del 3% mensual, ¿En qué tiempo se devolvió el dinero?

Respuesta. $n=5$ meses.

P 2.14 Si se desea ahorrar durante un año una cantidad de 20000 Bs. en un banco que paga un interés de 1.3% mensual, ¿cuando tres tendrá que depositar actualmente para que esta cifra llegue al monto deseado?

Respuesta. $P=17128.4$ Bs.

P 2.15 El interés generado de un préstamo es de 120 dólares, si el monto inicial es de 1300 dólares y el tiempo transcurrido es de 5 meses. ¿Cuál es la tasa de interés?

Respuesta. $i(\%)=1.78\%$

CAPÍTULO 3

RELACIONES DE EQUIVALENCIA



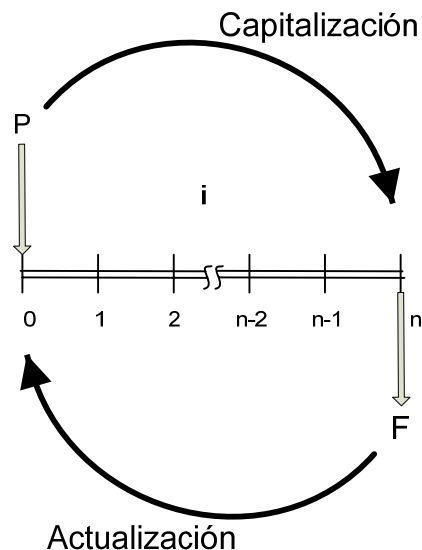
Objetivos del capítulo:

- ◆ *Identificar los flujos de caja y determinar las relaciones de equivalencia entre dos cantidades en función del tiempo y en función de la tasa de interés.*
- ◆ *Identificar cuáles son las relaciones matemáticas que permiten calcular valores actualizados, pasados y futuros.*
- ◆ *Manejar las fórmulas y las relaciones de equivalencia entre valores simples y valores de series uniformes de pagos.*
- ◆ *Manejar las relaciones de equivalencia entre valores de series geométricamente.*

3.1 INTRODUCCIÓN

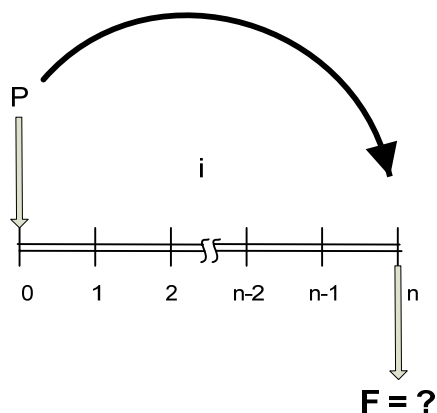
Las relaciones de equivalencia son representadas por flujos de efectivos, ya que esta resulta fundamental en todo estudio económico. Los flujos de efectivo ocurren en muchas configuraciones y cantidades: valores únicos aislados, series que son uniformes y series que aumentan o disminuyen en cantidades o porcentajes constantes. El presente capítulo realiza deducciones para todos los factores utilizados comúnmente en la ingeniería económica, que toman en cuenta el valor del dinero en el tiempo.

Cuando algún valor se lleva al futuro se lo llama *Capitalización*, en cambio si se trae al presente será *Actualización*



3.2 RELACIONES DE PAGO ÚNICO (F/P Y P/F)

El factor fundamental en la ingeniería económica es el que determina la cantidad de dinero F que se acumula después de n periodos, a partir de un valor único presente P con un interés de una vez por periodo.



Estas relaciones están representadas por las siguientes ecuaciones:

Para un periodo el valor futuro es

$$F_1 = P + P \cdot i \quad \dots\dots\dots(a)$$

$$F_1 = P \cdot (1 + i)^1 \quad \dots\dots\dots(b)$$

de la misma forma se tiene para el siguiente periodo F_2

$$F_2 = F_1 + F_1 \cdot i \quad \dots\dots\dots(c)$$

$$F_2 = F_1 \cdot (1 + i) \quad \dots\dots\dots(d)$$

$$F_2 = P \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \quad \dots\dots\dots(e)$$

$$F_2 = P \cdot (1 + i)^2 \quad \dots\dots\dots(f)$$

para el F_3 se tiene

$$F_3 = F_2 + F_2 \cdot i \quad \dots\dots\dots(g)$$

$$F_3 = F_2 \cdot (1 + i) \quad \dots\dots\dots(h)$$

$$F_3 = P \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$F_3 = P \cdot (1 + i)^3 \quad \dots\dots\dots(j)$$

de esta forma se induce la ecuación

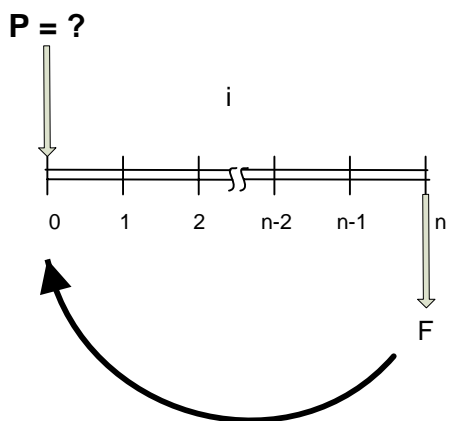
$$F = P \cdot (1+i)^n$$

Ec. (3.1)

Despejando P se tiene la siguiente ecuación:

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

Ec. (3.2)



Otra forma de representar las ecuaciones 3.1 y 3.2 es:

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \Leftrightarrow \quad F = P(F/P, i\%, n)$$

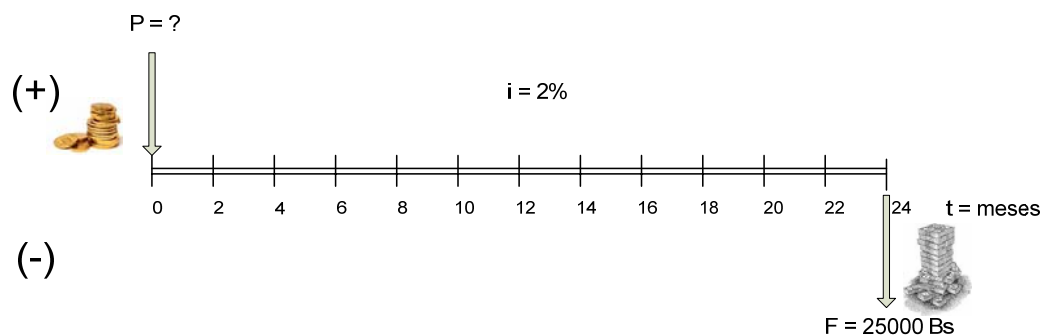
$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \Leftrightarrow \quad P = F(P/F, i\%, n)$$

Se cuenta con tablas del 1 al 29 en “ANEXOS A” para determinar los valores de P y F; dichas tablas disponen los valores de P/F y F/P , para distintos valores de tasas de interés (i) y distintos números de periodos con interés compuesto.

Ejemplo 3.1

Un estudiante espera contar con la suma de 25 000 Bs al cabo de 2 años para invertirlo en sus estudios de posgrado. ¿Cuánto deberá depositar en el banco hoy, si este ofrece una tasa de interés del 2% mensual?

Solución



Datos:

- $F = 25000$ Bs
- $i = 2\%$ mensual
- $n = 24$ meses
- $P = ?$

Utilizando la ecuación 3.2 se tiene:

$$P = 25000 \cdot \frac{1}{(1+0.02)^{24}}$$

$$P = 15543.04 \text{ Bs.}$$

Utilizando la tabla 7 del anexo A, se tiene:

$$P = F(P/F, i\%, n)$$

$$P = 25000(P/F, 2, 24)$$

de la tabla 7 se tiene

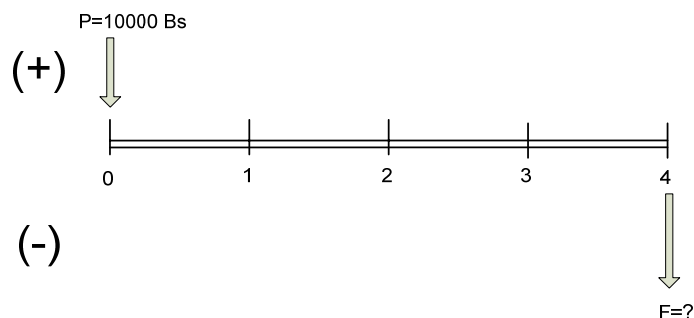
$$P = 25000(0.6217)$$

$$P = 15542.5 \text{ Bs.}$$

El estudiante deberá depositar actualmente 15542.5 Bs para que en 2 años genere la cantidad deseada.

Ejemplo 3.2

Si se solicita un préstamo de 10 000 Bs con un interés del 14% anual. ¿Cuánto dinero deberá al cabo de 4 años?

Solución

$$F = 10000 \cdot (1 + 0.14)^4$$

$$F = 16889.6 \text{ Bs}$$

Utilizando las tablas se tiene:

$$F = P(F / P, i\%, n)$$

$$F = 10000(F / P, 14\%, 4)$$

de la tabla 18 se tiene

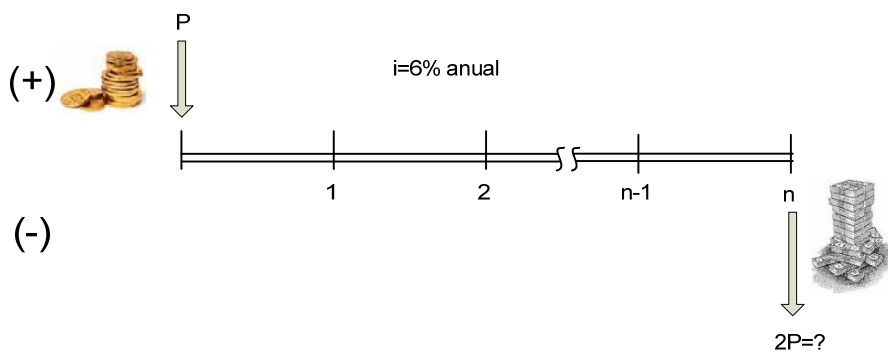
$$F = 10000(1.6890)$$

$$F = 16890 \text{ Bs}$$

Ejemplo 3.2

Cuántos años se requieren para duplicar una inversión con una tasa de interés del 6%.

Solución



$$F = P(1+i)^n$$

Como $F = 2P$

$$2P = P(1+i)^n$$

$$2 = (1+0.06)^n$$

$$\log 2 = \log(1+0.06)^n$$

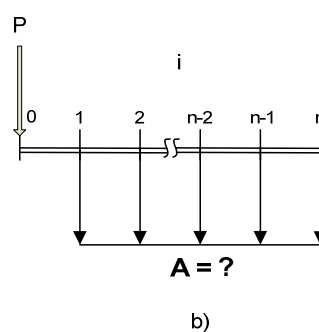
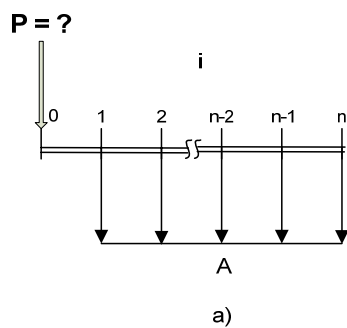
$$\log 2 = n \cdot \log(1+0.06)$$

$$n = \frac{\log 2}{\log(1+0.06)}$$

$$n = 11.9 \approx 12 \text{ años}$$

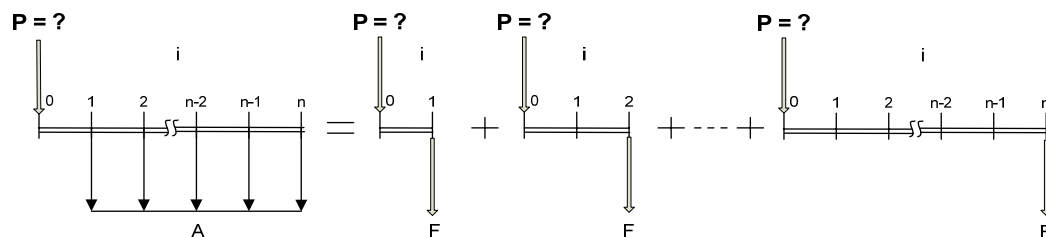
3.3 FACTORES DE VALOR PRESENTE Y DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL EN SERIES UNIFORMES (P/A Y A/P)

El valor presente P equivalente de una serie uniforme A de flujo de efectivo al final de cada periodo.



Diagramas de flujo efectivo para determinar: a) P de una serie uniforme y b) A para un valor presente

Según la gráfica a), para poder calcular el valor presente P a través de valores uniformes conocidos A , se lo puede analizar separando cada valor de A de modo que sea F valor futuro, para formar P/F y posteriormente sumar los resultados.



$$P = A \left[\frac{1}{(1+i)^1} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^2} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^3} \right] + \dots + A \left[\frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right] + A \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad \text{.....(a)}$$

Los términos entre corchetes representan los factores P/F durante los años 1 hasta n , respectivamente. Si se factoriza A ,

$$P = A \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad \text{.....(b)}$$

Multiplicar toda la ecuación por $\frac{1}{1+i}$

$$\frac{P}{1+i} = A \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)^{n+1}} \right] \quad \text{.....(c)}$$

Multiplicamos toda la ecuación (b) por -1 y sumamos a la ecuación (c)

Simplificando esta operación de suma queda se la siguiente manera:

$$\frac{-i}{1+i} P = A \left[\frac{1}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{(1+i)^1} \right] \quad \text{.....(d)}$$

$$P = \frac{A}{-i} \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right] \quad \text{.....(e)}$$

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

Ec. (3.3)

Para la correcta utilización de esta ecuación, el primer valor de A debe ocurrir un periodo después que P .

Según la gráfica b), para poder calcular la cantidad equivalente A de serie uniforme conociendo el valor presente P , simplemente despejamos A de la ecuación (3.8).

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \text{Ec. (3.4)}$$

Otra forma de representar las ecuaciones (3.3) y (3.4) es:

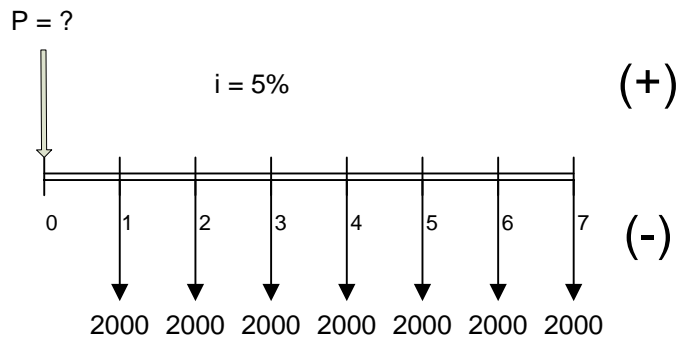
$$\begin{aligned} P &= A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \Rightarrow \quad P = A(P/A, i\%, n) \\ A &= P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \Rightarrow \quad A = P(A/P, i\%, n) \end{aligned}$$

Al igual que para la ecuación anterior, para la correcta utilización de esta ecuación, el primer valor de A debe ocurrir un periodo después que P .

Las tablas 1 al 29 en “ANEXOS A” incluyen los valores de los factores.

Ejemplo 3.3

Un docente de esta universidad fue retirando una cantidad de 2000 Bs. mensualmente de una cuenta de ahorro que paga el 5% de interés, al cabo de 7 meses le recordaron que ya saco todo su dinero. ¿Cuánto deposito a un principio el docente?

Solución

$$P = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \text{o} \quad P = A(P/A, i\%, n)$$

$$P = 2000 \left[\frac{(1+0.05)^7 - 1}{0.05(1+0.05)^7} \right]$$

$$P = 11572.7 \text{ Bs.}$$

Utilizando las tablas se tiene:

$$P = A(P/A, i\%, n)$$

$$P = 2000(P/A, 5\%, 7)$$

de la tabla 10 se tiene

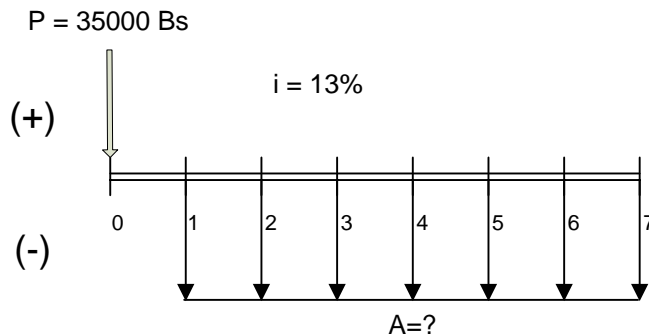
$$F = 2000(5.7864)$$

$$F = 11572.8 \text{ Bs}$$

Ejemplo 3.4

Se obtuvo un préstamo de 35 000 Bs para comprar equipo. Este préstamo tiene una tasa de interés del 13% anual y deberá reponerse mediante pagos anuales iguales durante los próximos 7 años. ¿De cuánto serán los pagos?

Solución



$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = 35000 \left[\frac{0.14(1+0.14)^7}{(1+0.14)^7 - 1} \right]$$

$$A = 8161.73 \text{ Bs}$$

Utilizando las tablas se tiene:

$$A = P(A/P, i\%, n)$$

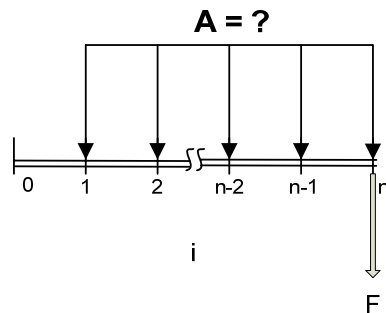
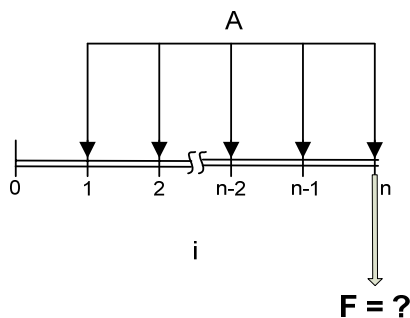
$$A = 35000(A/P, 14\%, 7)$$

de la tabla 18 se tiene

$$A = 35000(0.23319)$$

$$A = 8161.65 \text{ Bs}$$

3.4 DERIVACIÓN DEL FACTOR DE FONDO DE AMORTIZACIÓN Y EL FACTOR DE CANTIDAD COMPUESTA SERIE UNIFORME (A/F Y F/A)



Una forma rápida y simple de derivar el factor A/F consiste en sustituir en la ecuación (3.8) el término P que está en la ecuación (3.2)

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \dots\dots\dots(a)$$

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \dots\dots\dots(b)$$

$$A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = \frac{F}{(1+i)^n} \dots\dots\dots(c)$$

$$A = F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \dots\dots\dots(d)$$

$$\boxed{A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]} \quad \text{Ec. (3.5)}$$

De la ecuación (3.5) despejamos F :

$$\boxed{F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]} \quad \text{Ec. (3.6)}$$

Las ecuaciones (3.5) y (3.6) serán válidas siempre y cuando el último valor de la serie uniforme A coincide en el mismo periodo con el valor futuro F como indica la gráfica anterior.

Las tablas del 1 al 29 en anexos incluyen los valores de los factores.

Otra forma de representar las ecuaciones (3.5) y (3.6) es:

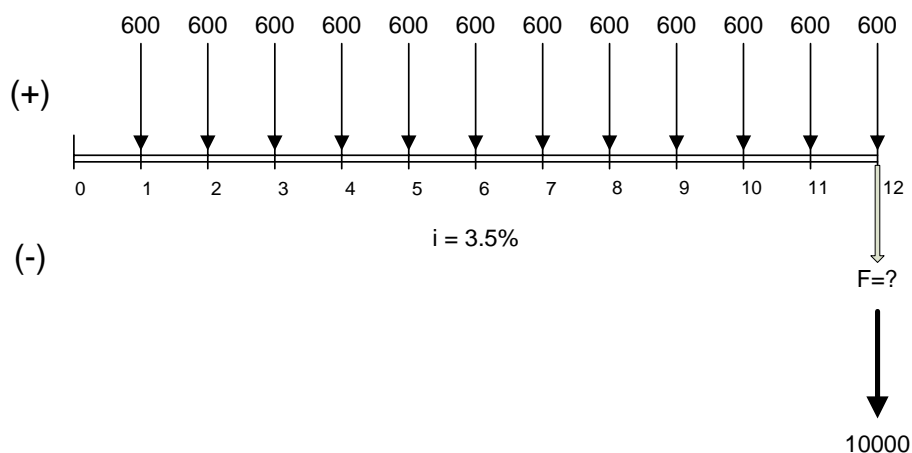
$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \Rightarrow A = F(A/F, i\%, n)$$

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Rightarrow F = A(F/A, i\%, n)$$

Ejemplo 3.5

Se necesita contar con una cantidad de 10 000 Bs. en un año, para esto se abonara una suma de 600 Bs. durante cada mes, incluido el mes en que se retirará el capital. El interés es de 3.5%, en caso de no ahorrar lo suficiente se pedirá un préstamo para cubrir lo previsto. ¿A cuánto se llegó a ahorrar y en caso que sea necesario el préstamo, de cuánto asciende?

Solución



$$F = 600 \left[\frac{(1 + 0.035)^{12} - 1}{0.035} \right]$$

$F = 8761.2 \text{ Bs.}$

Utilizando las tablas se tiene:

Debido a que no se cuenta tablas para la tasa de interés de 3.5 % se debe realizar una interpolación de los valores.

Para $i=3\%$ se tiene un valor de $F/A=14.1920$

Para $i=4\%$ se tiene un valor de $F/A=15.0258$

b	a	3%	14.1920	c	d
		3.5%	x		
		4%	15.0258		

$$c = \left(\frac{3.5 - 3}{4 - 3} \right) \cdot (15.0258 - 14.1920)$$

$$c = 0.4169$$

entonces el valor a encontrar es:

$$x = 14.1920 + 0.4169$$

$$x = 14.6089$$

$$F = A(F / A, i\%, n)$$

$$A = 600(A / P, 3.5\%, 12)$$

$$A = 600(14.6089)$$

$$A = 8765.34 \text{ Bs}$$

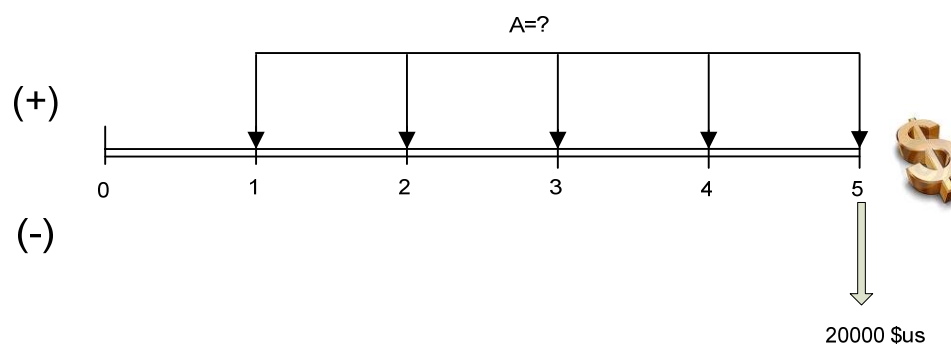
Se llegó a ahorrar 8761.2 Bs, y para llegar a la suma deseada se precisará un préstamo de 1238.8 Bs.

Como se ve existe una pequeña variación entre los resultados, en estas situaciones se recomienda utilizar las ecuaciones planteadas para determinar un valor más exacto.

Ejemplo 3.6

Una persona desea contar con 20 000 \$us dentro de 5 años, su intención para obtener esta suma es ahorrar una cantidad igual cada año empezando el próximo fin de año, en un banco que paga del 8% capitalizado anualmente. ¿A cuanto asciende los depósitos iguales que deberá hacerse para juntar el monto deseado?

Solución



$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$
$$A = 20000 \cdot \left[\frac{0.08}{(1+0.08)^5 - 1} \right]$$
$$A = 3409.13 \$us$$

Utilizando las tablas se tiene:

$$A = F(A/F, i\%, n)$$
$$A = 20000(A/F, 8\%, 5)$$

de la tabla 13 se tiene

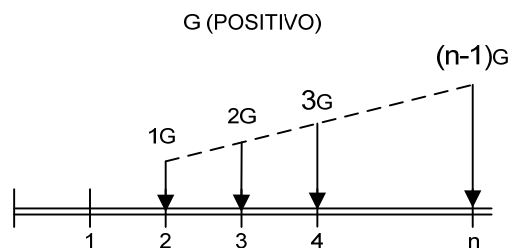
$$A = 20000(0.17046)$$
$$A = 3409.2 \$us$$

3.5 FACTORES DE GRADIENTE ARITMÉTICO

El gradiente aritmético es una serie de flujos de efectivo que aumenta o disminuye en una cantidad constante. Es decir, el flujo de efectivo, ya sea ingreso o desembolso, cambia por la misma cantidad aritmética cada periodo. La cantidad del aumento o de la disminución es el gradiente.

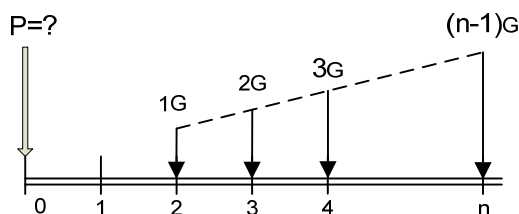
Un ejemplo sencillo para un mejor entendimiento podemos mencionar que un ingeniero civil predice que el costo de mantenimiento de su volqueta aumentara por año en 1000 Bs. hasta que esta se deseché por completo. Existe una serie gradiente relacionada y su cantidad es de 1000 Bs.

Dicho gradiente es conocido con la letra G que es el *cambio aritmético constante en la magnitud de los ingresos o desembolsos de un periodo al siguiente*, G puede ser positivo o negativo y se lo entenderá mejor con la siguiente gráfica:



G es positivo porque va en aumento, ya sea que este sea ingreso o costo, nótese que en el periodo 1 no hay valor, en realidad hay y es 0G (cero veces G)

3.5.1 Factor de gradiente aritmético P/G creciente o positivo.



$$P = G(P/F, i\%, 2) + 2G(P/F, i\%, 3) + 3G(P/F, i\%, 4) + \dots + (n-1)G(P/F, i\%, n) \quad \dots\dots\dots(a)$$

$$P = \frac{G}{(1+i)^2} + \frac{2G}{(1+i)^3} + \frac{3G}{(1+i)^4} + \dots + \frac{(n-1) \cdot G}{(1+i)^n} \quad \dots\dots\dots(b)$$

$$P = G \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \dots + \frac{n-1}{(1+i)^n} \right] \quad \dots\dots\dots(c)$$

Multiplicamos a ambos lados por $(1+i)^1$

$$P \cdot (1+i)^1 = G \cdot (1+i)^1 \left[\frac{1}{(1+i)^2} + \frac{2}{(1+i)^3} + \frac{3}{(1+i)^4} + \dots + \frac{n-1}{(1+i)^n} \right] \quad \dots\dots\dots(d)$$

Realizamos operaciones en el lado derecho

$$P \cdot (1+i)^1 = G \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{2}{(1+i)^2} + \frac{3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{n-1}{(1+i)^{n-1}} \right] \quad \dots\dots\dots(e)$$

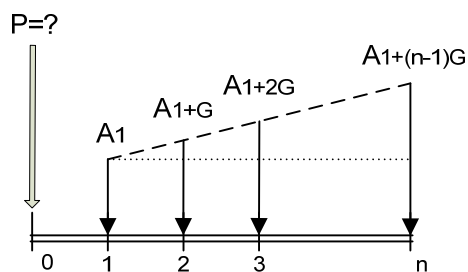
Restamos la ecuación (c) de la ecuación (e) y simplificamos

$$Pi = G \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right] - G \cdot \left[\frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \dots\dots\dots(f)$$

De la ecuación anterior el primer valor entre corchetes se asemeja al valor entre corchetes de la ecuación 3.5

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \dots\dots\dots(g)$$

La ecuacion anterior representa al factor de gradiente aritmetico con base cero (empieza en el periodo 1 con valor cero). A continuacion presentamos la ecuacion para un valor base A_1



$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \text{Ec. (3.7)}$$

$$P = A_1 (P/A_1, i\%, n) + G (P/G, i\%, n)$$

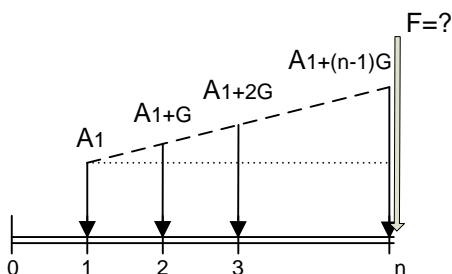
3.5.2 Factor de gradiente aritmético P/G decreciente o negativo.

Para el factor aritmético P/G decreciente, simplemente cambia el signo de G

$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \text{Ec. (3.8)}$$

$$P = A_1 (P/A_1, i\%, n) - G (P/G, i\%, n)$$

3.5.3 Factor de gradiente aritmético F/G creciente

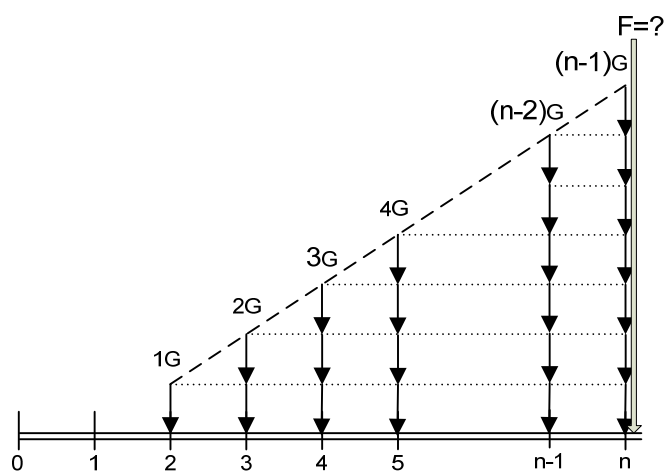


$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \quad \text{Ec. (3.9)}$$

$$F = A_1 (F / A_1, i\%, n) + G (F / G, i\%, n)$$

Demostración:

Primero para F/G con base cero en el primer periodo



$$F = G(F / A, i\%, n-1) + G(F / A, i\%, n-2) + G(F / A, i\%, n-3) + \dots + G(F / A, i\%, 1) \quad \text{.....(a)}$$

$$F = G \cdot \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-3} - 1}{i} + \dots + \frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right] \quad \text{.....(b)}$$

$$F = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^{n-1} - 1 + (1+i)^{n-2} - 1 + (1+i)^{n-3} - 1 + \dots + (1+i)^1 - 1 \right] \quad \text{.....(c)}$$

Para que la suma de los *números negativos unos* lleguen a sumar “-n” falta un -1, por eso se sumara un +1 y -1.

$$F = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^{n-1} - 1 + (1+i)^{n-2} - 1 + (1+i)^{n-3} - 1 + \dots + (1+i)^1 - 1 + 1 - 1 \right] \quad \text{.....(d)}$$

$$F = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-3} + \dots + (1+i)^1 + 1 - n \right] \quad \text{.....(e)}$$

Multiplicamos a ambos lados (1+i)

$$F \cdot (1+i) = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-3} + \dots + (1+i)^1 + 1 - n \right] \cdot (1+i) \quad \dots\dots\dots(f)$$

Realizando operaciones

$$F + F \cdot i = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^n + (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) - n \cdot (1+i) \right] \quad \dots\dots\dots(g)$$

Restamos la ecuación (e) a la ecuación (g)

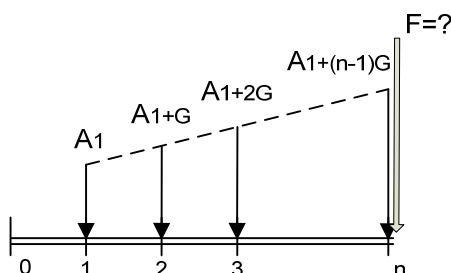
$$F \cdot i = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^1 + (1+i)^1 + (1+i)^1 + \dots + (1+i)^1 + (1+i)^1 - 1 - ni \right] \quad \dots\dots\dots(h)$$

$$F \cdot i = \frac{G}{i} \cdot \left[(1+i)^n - 1 - ni \right] \quad \dots\dots\dots(i)$$

Despejamos F

$$F = \frac{G}{i} \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \quad \dots\dots\dots(j)$$

Ahora sumamos la ecuación F/A porque A1 será la base de empiezo



$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \quad \dots\dots\dots(k)$$

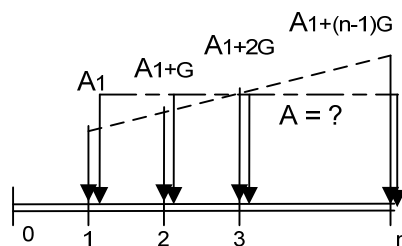
3.5.4 Factor de gradiente aritmético F/G decreciente

$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

Ec. (3.10)

$$F = A_1 (F / A_1, i\%, n) - G (F / G, i\%, n)$$

3.5.5 Serie uniforme A y gradiente aritmético G (A/G)



$$A = F(A/F, i\%, n) = F \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots(a)$$

$$F = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \dots\dots\dots(b)$$

Reemplazando la (b) en la (a) se tiene

$$A = \frac{G}{i} \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots(c)$$

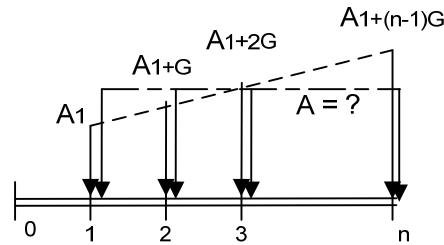
$$A = \left[\frac{G}{i} \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) - \frac{G}{i} \cdot n \right] \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots(d)$$

$$A = \frac{G}{i} \cdot \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) - \frac{G}{i} \cdot n \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots(e)$$

$$A = \frac{G}{i} - G \cdot n \cdot \left(\frac{i}{(i+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots(f)$$

$$A = G \left[\frac{1}{i} - \left(\frac{n}{(i+i)^n - 1} \right) \right] \dots\dots\dots(g)$$

Ahora sumamos la base A_1 y la ecuación será



$$A = A_1 + G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Ec. (3.11)

Ejemplo 3.7

Una carretera construida hace 9 años debe empezar sus periodos de mantenimiento hasta que alcance el tiempo de vida útil de 20 años previsto durante su diseño.

Una empresa privada se encargara de este servicio, para el cual dentro de un año gastará 70000 Bs, aumentando 5000 Bs más por año. Si la empresa desea depositar un monto para cubrir dicho mantenimiento hasta que se alcance la vida útil de la carretera, en un banco que paga el 4% de interés ¿Cuánto tendrá que depositar?

Solución

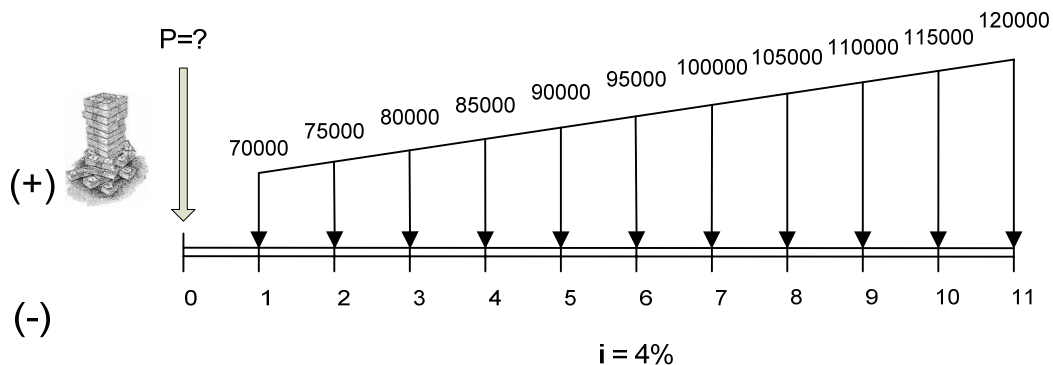
Datos: $P = ?$

$A_1 = 70000$ Bs

$G = 5000$ Bs

$n = 11$ años

$i = 4\%$



Aplicamos la ecuación 3.7:

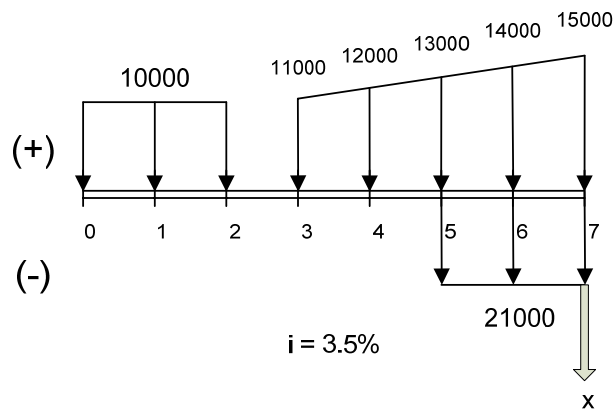
$$P = 70000 \left[\frac{(1+0.04)^{11} - 1}{0.04(1+0.04)^{11}} \right] + \frac{5000}{0.04} \left[\frac{(1+0.04)^{11} - 1}{0.04(1+0.04)^{11}} - \frac{11}{(1+0.04)^{11}} \right]$$

$$P = 815119.2 \text{ Bs.}$$

Ejemplo 3.8

Un contratista deposito hoy en un banco la suma de 10000 \$us anuales durante 3 años, posteriormente se aumento 1000 \$us cada año hasta llegar a depositar 15000 \$us. Si paralelamente fue sacando para la compra de materiales de construcción 21000 \$us durante los últimos 3 años, ¿Cuánto dinero les queda sabiendo que la tasa del interés que el banco ofrece es de 3.5%?

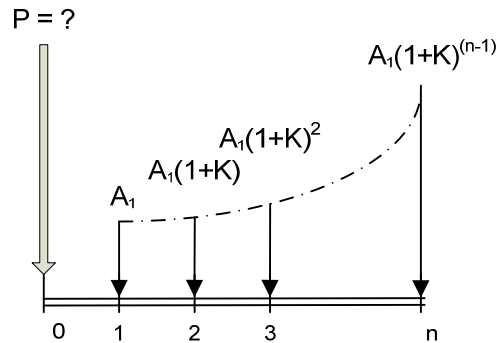
Solución



$$X = \left\{ 10000 \left[\frac{(1+0.035)^3 - 1}{0.035} \right] \right\} (1+0.035)^5 + 11000 \left[\frac{(1+0.035)^5 - 1}{0.035} \right] + \frac{1000}{0.035} \left[\frac{(1+0.035)^5 - 1}{0.035} - 5 \right] - 21000 \left[\frac{(1+0.035)^3 - 1}{0.035} \right]$$

$$X = 41004.8 \text{ $us}$$

3.6 FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO CRECIENTES



$$P = \frac{A_1}{i - K} \left[1 - \left(\frac{1 + K}{1 + i} \right)^n \right]$$

Ec. (3.12)

Demostración:

$$P = \frac{A_1}{(1+i)^1} + \frac{A_1(1+K)}{(1+i)^2} + \frac{A_1(1+K)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{A_1(1+K)^{n-1}}{(1+i)^n} \quad \text{.....(a)}$$

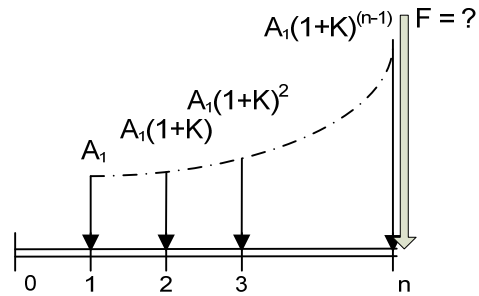
$$P = A_1 \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1+K}{(1+i)^2} + \frac{(1+K)^2}{(1+i)^3} + \dots + \frac{(1+K)^{n-1}}{(1+i)^n} \right] \quad \text{.....(b)}$$

Multiplicamos ambos lados de la ecuación anterior por $(1+K) / (1+i)$, restamos la ecuación (b) del resultado y factorizamos P:

$$P \left(\frac{1+K}{1+i} - 1 \right) = A_1 \left[\frac{(1+K)^n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{1}{1+i} \right] \quad \text{.....(c)}$$

$$P = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+K}{1+i} \right)^n}{i - K} \right] \quad \text{.....(d)}$$

$$P = \frac{A_1}{i - K} \left[1 - \left(\frac{1+K}{1+i} \right)^n \right] \quad \text{.....(e)}$$

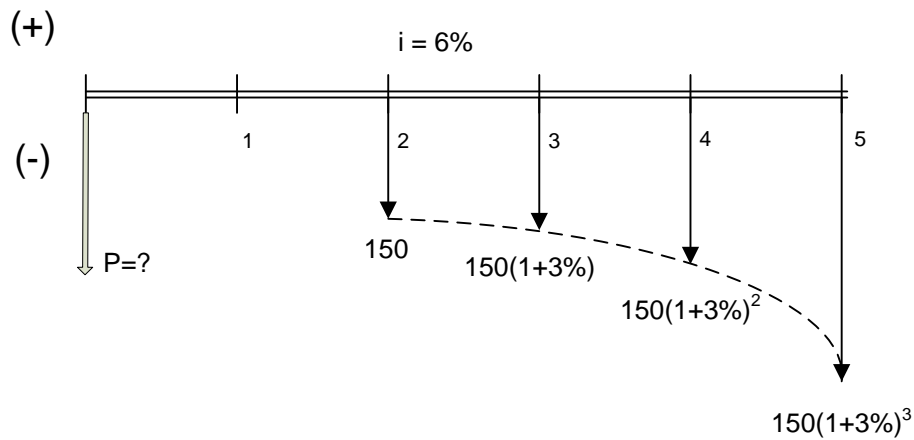


$$F = \frac{A_1}{i - K} \left[(1+i)^n - (1+K)^n \right]$$

Ec. (3.13)

Ejemplo 3.9

Se da el siguiente diagrama de flujo, encontrar P



Solución

$$P = \left[150(P/A, 3\%, 6\%, 4) \right] (P/F, 6\%, 1)$$

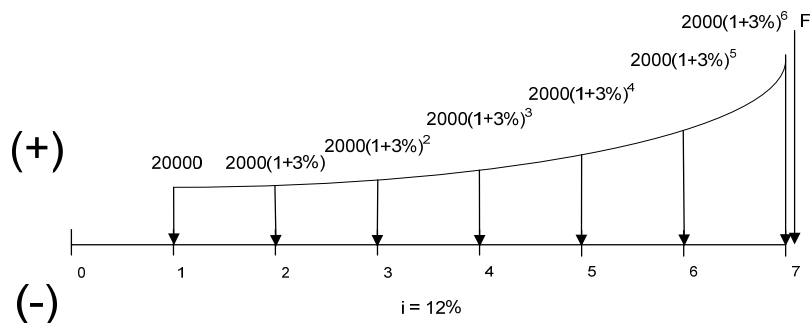
$$P = \left[\frac{150}{0.06 - 0.03} \cdot \left(1 - \left(\frac{1+0.03}{1+0.06} \right)^4 \right) \right] \cdot (1+0.06)^1$$

$$P = 575$$

Ejemplo 3.10

Una empresa realizo un estudio y dentro de un año generará 20000 \$us, posteriormente cada año aumentara en un 3%. Si la empresa depositara en un banco que paga el 12% anual, Cuanto tendrá depositado en 7 años?

Solución

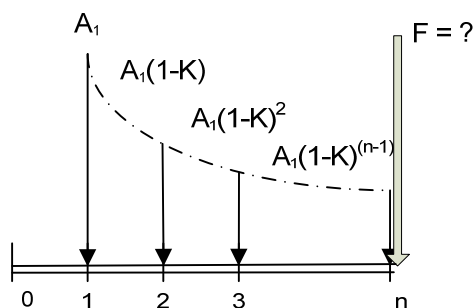


$$P = 20000(P/A, 3\%, 12\%, 7)$$

$$P = \frac{20000}{0.12 - 0.03} \cdot \left[(1 + 0.12)^7 - (1 + 0.03)^7 \right]$$

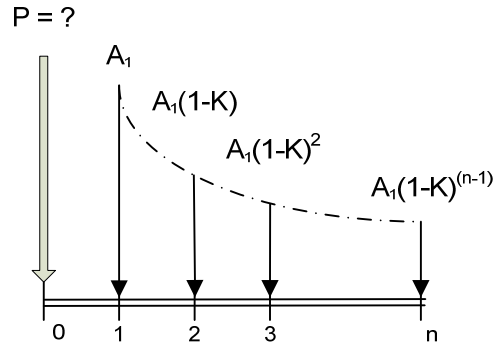
$$P = 217957.2 \$us$$

3.7 FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO DECRECIENTES



$$F = \frac{A_1}{i + K} \left[(1 + i)^n - (1 - K)^n \right]$$

Ec. (3.14)

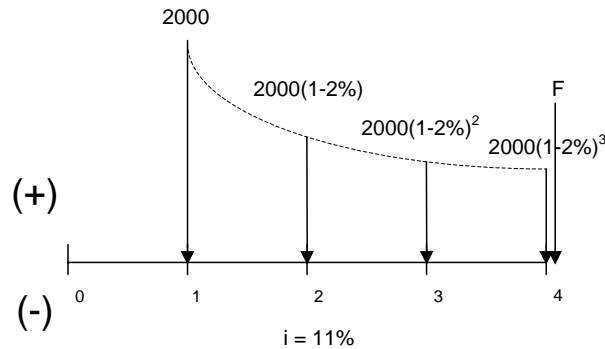


$$P = \frac{A_1}{i + K} \left[1 - \left(\frac{1-K}{1+i} \right)^n \right]$$

Ec. (3.15)

Ejemplo 3.11

Se da el siguiente diagrama de flujo en \$us, encontrar F



Solución

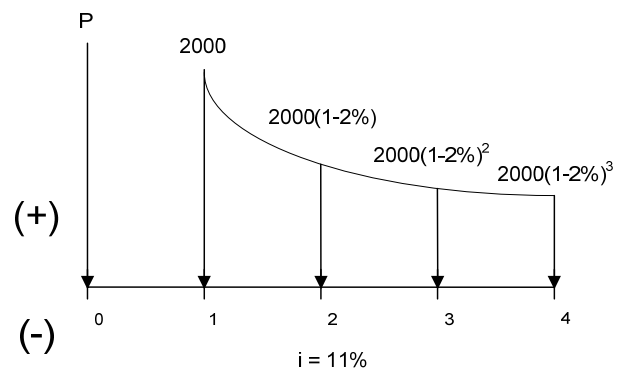
$$F = \frac{2000}{0.11 + 0.02} \cdot \left[(1 + 0.11)^4 - (1 - 0.02)^4 \right]$$

$$F = 9164.65 \$us$$

Ejemplo 3.12

Hallar P en el ejemplo anterior

Solución



$$P = \frac{2000}{0.11 + 0.02} \cdot \left[1 - \left(\frac{1 - 0.02}{1 + 0.11} \right)^4 \right]$$

$$\underline{P = 6037 \$us}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

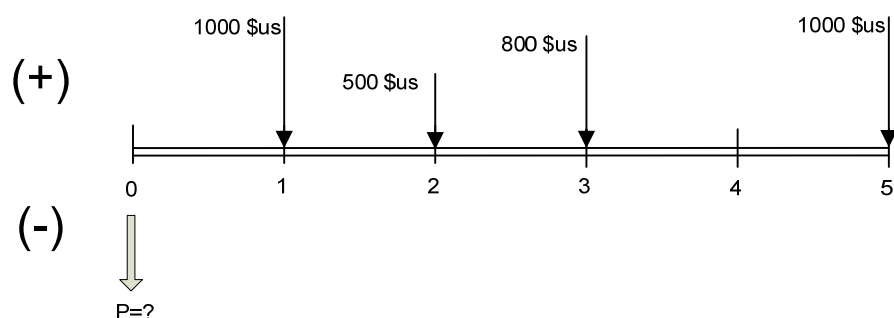
P 3.1. Suponga que una persona recibirá 15 000 \$us dentro de 3 años. Si la tasa de interés anual es del 6% ¿Cuál es el valor actual de esta cantidad?

Respuesta. $P=12594.29$ \$us.

P 3.2. A que tasa de interés anual se invertirán 2300 \$us hoy para que tengan un valor de 4500 \$us en 10 años.

Respuesta. $i(\%)=6.94\%$.

P 3.3. Encuentre P en el diagrama de flujo siguiente, si la i es igual al 14%

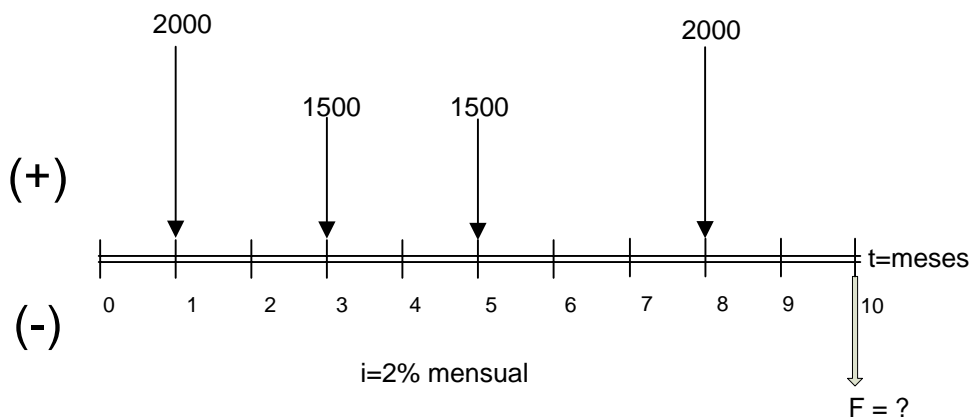


Respuesta. $P=2321.27$ \$us

P 3.4. Encuentre el valor futuro “F” si se deposita hoy un cantidad de 15000 Bs a una tasa de interés de 5% trimestral durante 4 años.

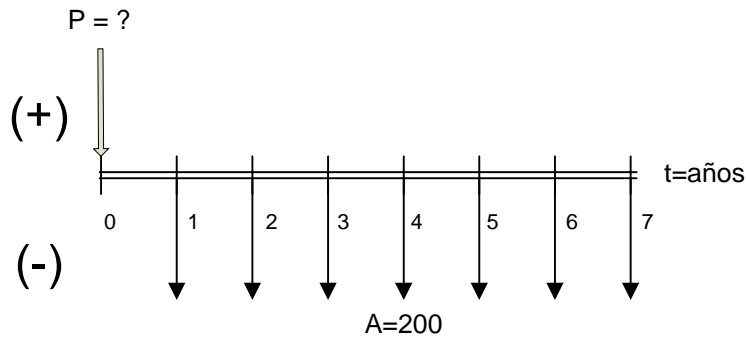
Respuesta. $F=32743.12$ Bs

P 3.5. Determine el valor futuro “F” para el siguiente diagrama de flujo.



Respuesta. $F=7850.13$

P 3.6. Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo, si la tasa de interés compuesto es de 11% anual



Respuesta. $P=942.44$

P 3.7. Determine el valor de serie uniforme “A” para un valor de $P=20000$ Bs si la tasa de interés compuesto es de 1.25% mensual, para un periodo de 24 meses

Respuesta. $A=969.73bs.$

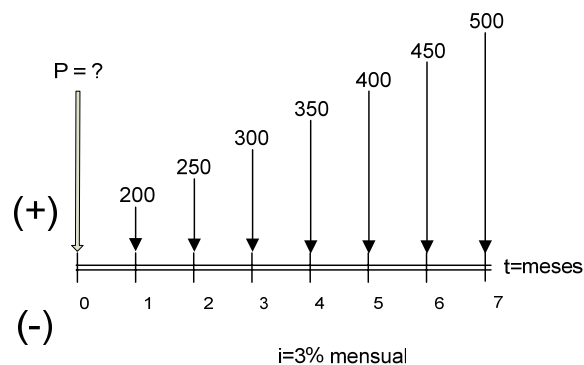
P 3.8. Cuanto se debe depositar mensualmente en una cuenta de ahorros con una tasa mensual de 1.2% para obtener una suma de 20000 Bs dentro de 3 años.

Respuesta. $A=447.44 Bs.$

P 3.9. Se desea abrir una cuenta de ahorros a una tasa de interés compuesto del 12% anual en la cual se depositara anualmente una suma de 2000 Bs. Determine con cuánto dinero contara en la cuenta de ahorros dentro 10 años.

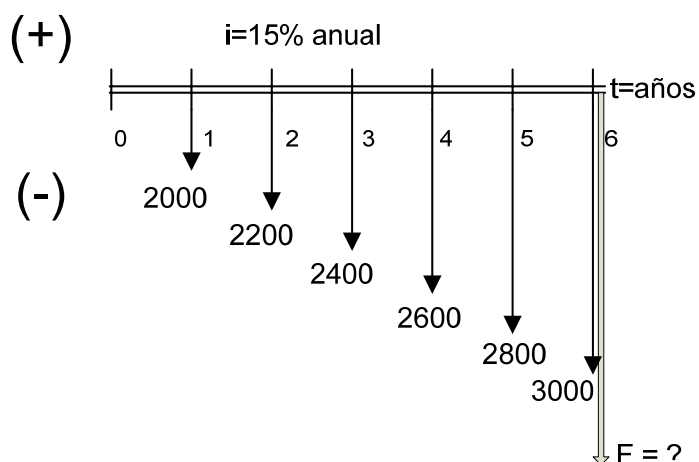
Respuesta. $F=35097.47 Bs$

P 3.10. Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo.



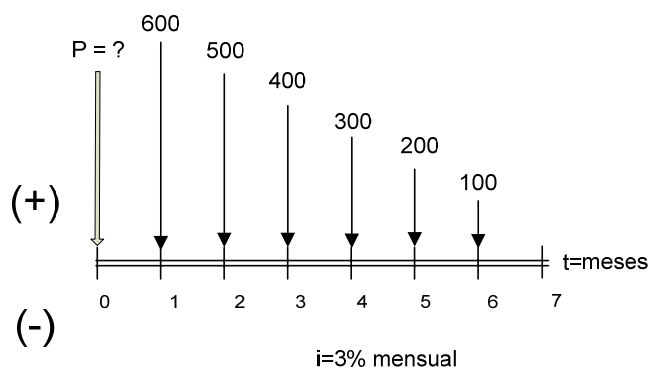
Respuesta. $P=2143.8$

P 3.11. Calcular el valor futuro “F” para el siguiente diagrama de flujo.



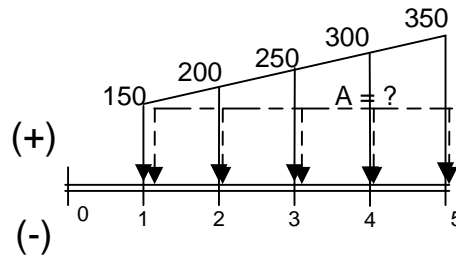
Respuesta. $F=21179.13$

P 3.12. Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo.



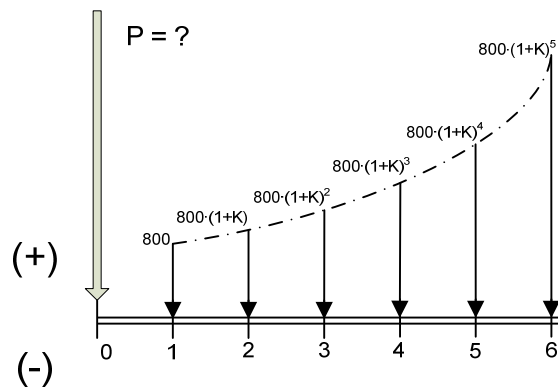
Respuesta. $P=1942.7$

P 3.13. Calcular la serie uniforme “A” para el siguiente diagrama de flujo con una tasa de interés del 12% anual.



Respuesta. $A=238.73$

- P 3.14. Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo, donde se tiene una tasa de interés $i=10\%$ anual y una constante geométrica $K=13\%$



Respuesta. $P=4672.2$

- P 3.15. Se realizaron pagos de 500 \$us durante 24 meses los cuales aumentaran en un 10% cada mes, determine el valor futuro “F” para una tasa de interés del 2% mensual.

Respuesta. $F=51508.1$

CAPITULO 4

TASAS DE INTERÉS Y AMORTIZACIÓN DE DEUDAS



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Diferenciar una tasa nominal de una tasa efectiva.*
- ◆ *Mostrar las relaciones de equivalencia que se tienen para la comparación de pago y el periodo de capitalización*
- ◆ *Mostrar las diferentes entre las tasas de interés*
- ◆ *Realizar análisis de depósitos o pagos mediante series perpetuas.*
- ◆ *Realizar un análisis de amortización de deudas*

4.1 INTRODUCCIÓN

En las relaciones que se ha llevado hasta este momento la tasa de interés ha sido un valor constante anual. En muchos proyectos evaluados en la práctica profesional se utiliza el interés compuesto para periodos diferentes a un año, los más usados son periodos mensuales, trimestrales y semestrales.

También en nuestras vidas personales muchos de nuestros movimientos financieros como ser préstamos, hipotecas, compra de automóviles, maquinarias, muebles, cuentas de cheque, cuentas de ahorros, inversiones, etc. poseen un interés compuesto menor a un año.

En este capítulo se implementarán nuevos términos como ser la tasa de interés nominal y tasas de interés efectivas las cuales se tratarán de aplicar a ejemplos de la ingeniería económica y práctica de la vida real.

4.2 TASA NOMINAL Y TASA EFECTIVA

La tasa nominal y la tasa efectiva implica al igual que el interés simple y el interés compuesto la misma relación básica, en el caso de la tasa nominal y efectiva se tiene que calcular el interés compuesto más de una vez al año, o sea se refiere a que el periodo de capitalización o de pago es menor que un año.

Para poder comprender y poder emplear correctamente los términos de interés nominal e interés efectivo veamos que es cada uno de estos.

4.2.1 Tasa de interés nominal

Se la representa con la letra “ r ” y es la tasa de interés que no considera la capitalización de intereses o sea que no toma en cuenta el interés acumulado del periodo anterior. La tasa de interés nominal ignora el valor del dinero en el tiempo y la frecuencia con la cual capitaliza el interés.

$$r = \text{tasa de interés por periodo} \times \text{número de periodos}$$

Ec. (4.1)

Esta tasa puede fijarse para cualquier periodo como ser 1 año, 6 meses, 1 trimestre, 1 mes, 1 semana, 1 día, etc.

Ejemplo 4.1

$r=1.5\%$ mensual

La tasa nominal para 2 años es:

$n=24$ meses

$r=1.5 \cdot 24 \text{ meses}=36\%$ en un periodo de dos años

Como se ve la tasa de interés nos da un $r=36\%$ en 2 años, esta tasa no considera el interés que se pueda ganar en cada mes.

$r=1.5\%$ mensual $\cdot 12$ meses (1 año)

$r=18\%$ anual

Mayor a un mes

$r=1.5\%$ mensual $\cdot 6$ meses (semestre)

$r=9\%$ semestral

Mayor a un mes

$r=1.5\%$ mensual $\cdot 1$ meses

$r=1.5\%$ mensual

Igual a un mes

$r=1.5\%$ mensual $\cdot 0.233$ de mes (1 semana)

$r=0.3495\%$ semanal

Menor que un mes

$r=1.5\%$ mensual $\cdot 0.0333$ de mes (1 día)

$r=0.3495\%$ diario

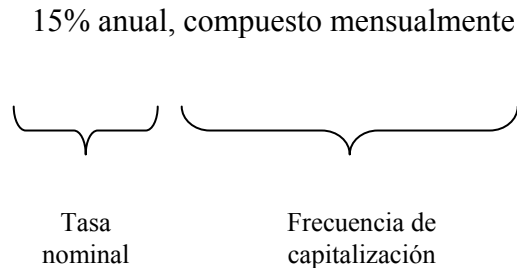
Menor a un mes

Se ha de notar, al igual que el ejemplo anterior, ninguna de las anteriores tasas nominales menciona la frecuencia de la capitalización.

4.2.2 Tasa de interés efectiva

Es una tasa real que se aplica en un periodo de tiempo establecido. Esta tasa toma en cuenta la acumulación del interés durante el periodo de la tasa nominal correspondiente, por lo general se expresa como tasa anual efectiva i_a , pero se puede utilizar cualquier periodo como base como ser anual, mensual, trimestral, etc.

La frecuencia de capitalización de la tasa efectiva se incluye en el enunciado de la tasa nominal. Si la frecuencia de capitalización no se menciona explícitamente, se considera que es la misma que el periodo de r .



Podemos mencionar algunos enunciados más de tasas efectivas como ser:

6% anual, compuesto semestralmente
12% anual, compuesto mensualmente
6% semestral, compuesto mensualmente
4% mensualmente, compuesto semanalmente

Antes de calcular la tasa de interés efectiva debemos definir algunos conceptos.

Las siglas TPA (Tasa Porcentual Anual) y RPA (Rendimiento Porcentual Anual) se utilizan en muchas situaciones financieras individuales en lugar de la tasa de interés nominal y efectivo.

El Periodo de Tiempo “ t ”, es el periodo en que se expresa el interés, por ejemplo 13% anual, el periodo es un año, 2% semestral, el periodo es un semestre.

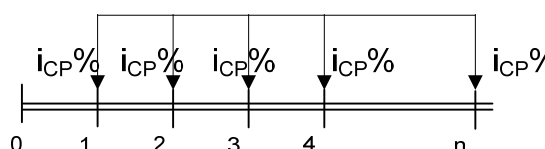
El Periodo de Capitalización o Composición “PC”, es la unidad de tiempo más corta durante la que se realizan los pagos o cobran los intereses, el cual se identifica por el termino capitalización. Por ejemplo: 6% semestral, compuesto mensualmente, el periodo de capitalización es un mes

Frecuencia de Composición “n”, es el número de veces que ocurre la capitalización (PC) dentro del periodo de tiempo “t”.

Ejemplo 4.2

10% anual, compuesto mensual, la frecuencia de capitalización m es igual a 12 y si fuera 10% anual, compuesto anualmente, la frecuencia m es 1.

La tasa efectiva se acostumbra expresar sobre la misma base de tiempo que el periodo de capitalización, y esta se determina con la siguiente relación:


$$i_{CP} \% = \frac{r \%}{n} \quad \text{Ec. (4.2)}$$

Donde: r%: el la tasa expresado por periodo de tiempo t

n: es el número de periodos de capitalización en el periodo t

Ejemplo 4.3

Se tiene una tasa efectiva de 9% anual, compuesta trimestralmente.

Solución

t = 1 año

PC = trimestre

n = 4 (el año tiene 4 trimestres)

$$\text{tasa efectiva por PC} = \frac{9\%}{4} = 2.25\% \text{ trimestral}$$

Otra forma de obtener la tasa de interés efectiva es determinar el interés capitalizado al final del periodo n:

$$i_a = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \quad \text{Ec. (4.3)}$$

Esta tasa efectiva representa la tasa en el periodo de tiempo “t”, en este caso i_a representa una tasa efectiva anual.

La anterior ecuación puede ser aplicada para cualquier periodo de tiempo.

$$\text{tasa de interes efectiva } i_n = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \quad \text{Ec. (4.4)}$$

Ejemplo 4.4

Para la tasa 8% anual, compuesta mensualmente, determine la tasa de interés efectiva anual i_a .

Solución

La tasa efectiva es:

$$r=8$$

$$n=12 \text{ meses}$$

$$i_a = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^r - 1$$

$$i_a = \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_a = 0.0823$$

$$i_a = 8.23\%$$

En el siguiente cuadro se muestra tres formas de expresar la tasa de interés.

<i>Formato del enunciado de la tasa</i>	<i>Ejemplo del enunciado</i>	<i>¿Que se dice de la tasa efectiva?</i>	<i>Comentario*</i>
1. Tasa de interés nominal establecida, periodo de capitalización establecida	8% anual compuesto mensualmente	Se determina la tasa efectiva	No se define el formato de tasa interés efectiva, pero el periodo de capitalización para determinar la tasa efectiva.
2. Tasa efectiva establecida	Tasa <i>efectiva</i> de 8,243% anual con periodo de capitalización trimestral	La tasa efectiva se utiliza directamente	El valor es una tasa efectiva determinada por la ecuación Ec. (4.3).
3. Tasa de interés establecida; no se establece el periodo de capitalización	8% anual o 2% trimestral	La tasa es efectiva sólo para el periodo establecido, la tasa efectiva debe calcularse para todos los periodos	No se identifica el periodo de capitalización, por lo tanto dicha tasa es efectiva exclusivamente.

Tabla 4.1 del libro ingeniería económica Leland Blank, Anthony Tarquin

*Elaboración propia

Para poder entender mejor como funciona una tasa de interés efectiva veremos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4.5

Determinar cuánto se pagara al final del año, para un préstamo de 1000 \$us con una tasa nominal de 12 % anual y otra de 12% anual, compuesta mensualmente.

Solución

Para la tasa nominal 12% anual

$$i=0.12$$

$$F=P \cdot (1+i)$$

$$F=1000 \cdot (1+0.12)$$

$$F=1120 \text{ \$us}$$



Para la tasa efectiva de 12% anual, compuesta mensualmente

La tasa efectiva mensual es

$$\text{tasa efectiva por mes} = \frac{12\%}{12} = 1\% \text{ mensualmente}$$

Periodo n	Monto del préstamo	tasa de interés efectivo mensual	interés	adeudo	suma a pagar
0	1000				
1		1	10.00	1010.00	
2		1	10.10	1020.10	
3		1	10.20	1030.30	
4		1	10.30	1040.60	
5		1	10.41	1051.01	
6		1	10.51	1061.52	
7		1	10.61	1072.13	
8		1	10.72	1082.86	
9		1	10.83	1093.68	
10		1	10.94	1104.62	
11		1	11.05	1115.67	
12		1	11.16	1126.82	1126.82

$$F=1126.82 \text{ \$us}$$



Otra forma es calculando la tasa de interés efectivo anual

$$i_a = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$i_a = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 0.12682$$

$$i_a = 12.682\%$$

$$F = P \cdot (1 + i_a) = 1000 \cdot (1 + 0.12682)$$

$$F = 1126.82 \text{ \$us}$$



Se puede notar la diferencia de una tasa nominal anual y una tasa efectiva anual, la diferencia es de 6,82 \$us, si bien el monto no parece muy importante, este puede aumentar la importancia de la diferencia cuando el monto del préstamo aumente al igual que la tasa de interés y el numero de capitalizaciones en la tasa efectiva también aumente.

4.2.3 Relaciones de equivalencia

Comparación del periodo de pago y del periodo de capitalización

Cuando el periodo de capitalización de una inversión o préstamo no coincide con el periodo de pago, se hace necesario manipular la tasa de interés y/o el pago con el fin de determinar la cantidad correcta de dinero acumulado o pagado en diversos momentos.

Por ejemplo los flujos de efectivo pueden ser trimestrales mientras que la capitalización puede ser semestral o anual. Para poder llevar a cabo un correcto cálculo de equivalencias resulta esencial que utilice el mismo periodo para el periodo de capitalización y el periodo de pago, lo cual lleva a que se debe ajustar las tasas de interés.

Para poder explicar mejor este tipo de equivalencia se presentan tres tipos de casos o procedimientos para poder determinar correctamente los valores de i y n (la tasa de interés y el número de periodos). Uno de los primeros pasos que se toma, es de comparar la duración del periodo de capitalización PC y el periodo de pago PP , después se identifica la serie de flujos de efectivo con pagos únicos (P y F) o con una serie (A , G o K).

4.2.3.1 Relaciones de equivalencia con pagos únicos y $PP \geq PC$

Cuando se trata exclusivamente de flujos de efectivo único, hay dos formas correctas de determinar i (interés efectivo) y n (números de periodos) para los factores P/F y F/P

Método 1.

Se determina la tasa de interés efectiva durante el periodo de capitalización PC y se iguala n al número de periodos de capitalización entre P y F . Las relaciones para calcular P y F son:

$$P = F(P/F, i\% \text{ efectiva por } PC, \text{ número total de periodos } n)$$

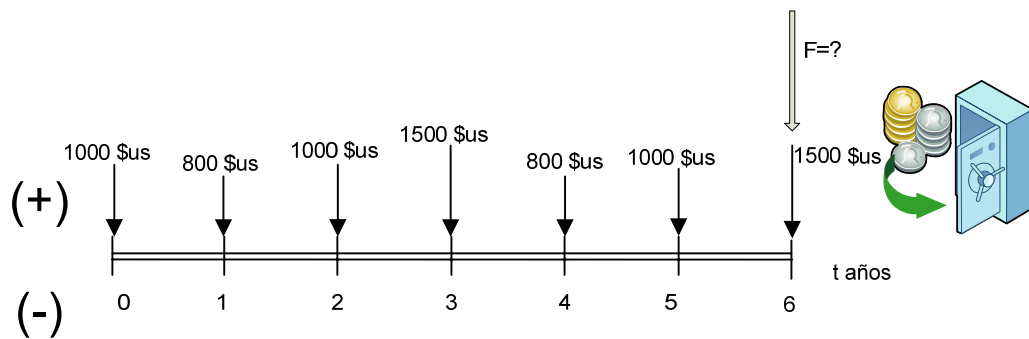
$$F = P(F/P, i\% \text{ efectiva por } PC, \text{ número total de periodos } n)$$

Método 2

Se determina la tasa de interés efectiva para el periodo t de la tasa nominal y sea n igual al número total de periodos utilizando el mismo periodo. Las formulas de P y F son las mismas que la del método 1 con la excepción que el termino $i\% \text{ efectiva por } t$ se sustituye por la tasa de interés.

Ejemplo 4.6

Se ha realizado depósitos en una cuenta de ahorro. Se muestra un diagrama del flujo en la siguiente figura. Calcule cuanto hay en la cuenta después de 6 años a una tasa de interés de 16% anual, compuesto semestralmente.



Solución

El periodo de pago es cada año y el periodo de capitalización es cada semestre por lo tanto el $PP > PC$.

Método 1

$$i_{\text{semestral}} = \frac{16}{2} = 8\% \text{ semestralmente}$$

El número de periodo es $n = 2 \cdot (\text{número de años})$

$$F = 1000(F/P, 8\%, 12) + 800(F/P, 8\%, 10) + 1000(F/P, 8\%, 8) + 1500(F/P, 8\%, 6)$$

$$+ 800(F/P, 8\%, 4) + 1000(F/P, 8\%, 2) + 1500$$

$$F = 1000(2.5182) + 800(2.1589) + 1000(1.8509) + 1500(1.5869) + 800(1.3605)$$

$$+ 1000(1.1664) + 1500$$

$$F=12231.37 \text{ \$us}$$

Método 2

Se ha de calcular la tasa efectiva anual

$$i_{\text{efectiva anual}} = \left(1 + \frac{0.16}{2}\right)^2 - 1 = 0.1664$$

$$i_{\text{efectiva anual}} = 16.64\%$$

$$F = 1000(1 + 0.1664)^6 + 800(1 + 0.1664)^5 + 1000(1 + 0.1664)^4 + 1500(1 + 0.1664)^3 + 800(1 + 0.1664)^2 + 1000(1 + 0.1664)^1 + 1500$$

$$F=12231.34 \text{ \$us}$$

4.2.3.2 Relaciones de equivalencia de series con $PP \geq PC$

Cuando se incluyen series gradientes o uniformes en la sucesión de flujo de efectivo, el procedimiento es el mismo que el método 2 de relaciones de equivalencia de pagos únicos, salvo que ahora el periodo de pago PP queda definido por la frecuencia de los flujos de efectivo. Esto también establece la unidad de tiempo de la tasa de interés efectiva.

Ahora si los flujos de efectivos son mensuales, el periodo de pago (PP) es un mes y por lo tanto se necesita una tasa de interés efectiva mensual. El valor del número de periodos n es el número total de meses. Si el periodo de pagos es un mes, en 2 años se tiene un valor de $n=24$ meses.

Cuando los flujos de efectivo implican una serie como ser **A, G, K** (ver Cap. 3) y el periodo de pago es igual o mayor que el periodo de capitalización, **se debe calcular la tasa de interés efectiva i por periodo de pago y se determina n como el número total de periodos de pago.**

Al llevar a cabo cálculos de equivalencia para series, solo estos valores de i y n se pueden utilizar en las tablas de interés, las formulas de de factores y las funcione de hoja de cálculo. En otras palabras no hay otras combinaciones que proporcionen respuestas correctas, como en los casos de los flujos de efectivo de pago único.

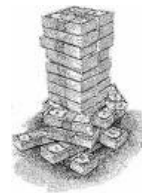
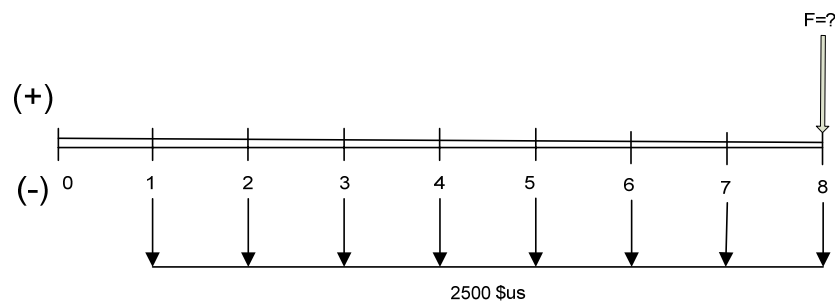
En la siguiente tabla se muestran algunas formulaciones correctas de diversas series de flujo de efectivo y tasa de interés. Obsérvese que n es siempre es igual al número total de periodo de pago y que i es una tasa de interés efectiva que se expresa de acuerdo con el mismo periodo que n .

<i>Serie de flujo de efectivo</i>	<i>Tasa de interés</i>	<i>Que encontrar; que esta dado</i>	<i>PP≥PC</i>	<i>n</i>	<i>i</i>	<i>Notación estándar</i>
500 \$us trimestral durante 2 años	12% anual compuesto mensualmente	Encontrar P dado A	3 > 1 meses	8 trimestre	1% mensual	P=500(P/A, 1%, 8)
750 \$us semestralmente durante 10 años	15% anual compuesto trimestralmente	Encontrar F dado A	6 > 3 meses	20 meses	3,75% trimestral	F=750(F/A, 3.75%, 20)
50 \$us mensualmente durante 1 años	2% mensual	Encontrar F dado A	1=1	12 meses	2% mensual	F=50(F/A, 1%, 12)
Incremento de 50 Bs mensualmente durante 2 años	0.8% mensual	Encontrar P dado G	1=1	24 meses	0.8% mensual	P=50(P/G, 0.8%, 24)

Ejemplo 4.7

Un ingeniero a determinado desembolsar 2500 Bs trimestralmente en una cuenta, durante un periodo de 2 años, se desea determinar cuánto es la cantidad equivalente después del último pago si el interés del banco es 18% anual compuesto mensualmente.

Solución



Primero se nota que el periodo de pago PP es un trimestre y el periodo de capitalización es mensual, por lo tanto $PP > PC$.

Como la composición es de un mes y el periodo de pago es un trimestre se determina una tasa de interés efectiva trimestralmente

$$i = \frac{18\%}{4} = 4.5 \text{ trimestral}$$

$$n = 3 \text{ meses}$$

$$i_{\text{efectivo trimestral}} = \left(1 + \frac{0.045}{3}\right)^3 - 1 = 0.04568$$

$$i_{\text{efectivo trimestral}} = 4.568\%$$

El número de periodos de pago es $n=2 \cdot 4=8$

Entonces la relación es:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 2500 \left[\frac{(1+0.04568)^8 - 1}{0.04568} \right]$$

$$\underline{F = 23507.03 \text{ Bs}}$$

4.2.3.3 Relaciones de equivalencia de pagos únicos y series con $PP < PC$

Si una persona deposita dinero cada mes en una cuenta de ahorros con un interés compuesto trimestralmente, el dinero que deposita mensualmente no gana interés debido a que la composición es trimestral, así también si otra persona paga con anticipación los intereses mensuales de una deuda, la institución financiera no reduce los intereses de lo adeudado. Sin embargo puede existir que una empresa grande tenga una deuda y que hiciera pagos mensuales para cubrir un préstamo de 2 millones de dólares, el ejecutivo de finanzas de la empresa probablemente insistiría en que el banco redujera la cantidad de intereses basándose en el pago anticipado, este termino de pago anticipado se verá más adelante en el punto de tasa de interés anticipadas.

Estos casos constituyen en la relación de $PP < PC$. En el momento de ocurrencia de las transacciones de flujo de efectivo entre puntos de capitalización implica la pregunta de cómo manejar la capitalización interperiódica. Fundamentalmente existen dos políticas: los flujos de efectivo entre periodos de capitalización (PC) no ganan intereses o ganan un interés compuesto.

En el caso de una política de no intereses interperiódicos, se considera que los depósitos (flujo de efectivos negativos o PP) se realizan al final del periodo de capitalización; asimismo se considera que los retiros se hacen al principio del periodo de capitalización PC. Tal procedimiento puede alterar significativamente la distribución de los flujos de efectivo, antes que se aplique la tasa de interés efectiva para determinar P, F o G. Debido al procedimiento de llevar al final o al principio del periodo de capitalización, esto lleva, en efecto a los flujos de efectivo a una situación donde $PP = PC$. En este procedimiento y el hecho económico de que, de un marco temporal de un periodo de capitalización, no hay ninguna ventaja en intereses de se efectúan pagos anticipados. Por su puesto, quizás se presenten factores no económicos.

Si $PP < PC$ y se obtienen intereses por composición entre el periodo de capitalización PC, los flujos de efectivos no se trasladan; así los valores equivalentes P, F o A se

determinan utilizando la tasa de interés efectiva por periodo de pago. Las relaciones de la ingeniería económica se determinan de la misma forma que en las acciones anteriores para $PP \geq PC$. La fórmula de la tasa de interés efectiva tendrá un valor m menor que 1, ya que tan solo hay una parte fraccionaria de periodo de composición PC en un periodo de pago PP.

4.3. TASAS DE INTERÉS

Debido a que existen diferentes tipos de flujo de efectivos en las transacciones s que se tiene diferentes tipos de tasa de interés, aquí presentaremos algunas.

4.3.1. Tasas de interés equivalentes

El concepto de tasas equivalentes, que significa: dos tasas expresadas en distintas unidades de tiempo, son equivalentes cuando aplicadas a un capital inicial durante un período producen el mismo interés o capital final.

Para evaluar alternativas de inversión, deben compararse montos monetarios que se producen en diferentes momentos, ello sólo es posible si sus características se analizan sobre una base equivalente. Tres factores participan en la equivalencia de las alternativas de inversión:

- el monto del dinero
- el tiempo de ocurrencia
- la tasa de interés

Los factores de interés que se desarrollarán, consideran el tiempo y la tasa de interés. Luego, ellos constituyen el camino adecuado para la transformación de alternativas en términos de una base temporal común.

Ejemplo 4.8

Determinar el valor futuro de 1000 Bs. para las siguientes tasas:

- a) 16% anual
- b) 8% semestral
- c) 2% trimestral

Solución

- a) $r=16\%$ $m=4$; $VF = 1000 \cdot (1 + (4 \cdot 0.16)) = 1640$ Bs
- b) $r=8\%$ $m=8$; $VF = 1000 \cdot (1 + (8 \cdot 0.08)) = 1640$ Bs
- c) $r=4\%$ $m=16$; $VF = 1000 \cdot (1 + (16 \cdot 0.04)) = 1640$ Bs

4.3.2. Tasas de interés discretas

Es una tasa que se aplica cuando el tiempo o periodo de capitalización es una variable discreta, es decir, cuando el periodo se mide en intervalos fijos de tiempo. Es el caso de la tasa que se han tratado hasta este momento y otras como 12% anual, el 15% semestral, 6% trimestral, etc.

En tiempo discreto una tasa debe causarse en periodos regulares entre sí que generalmente deben coincidir con las unidades de medida del tiempo físico, léase: años, semestres, cuatrimestres, trimestres, bimestres, meses, quincenas, semanas, días, horas, minutos, segundos

4.3.3. Tasas de interés variables

Es aquella que se modifica de acuerdo a una base preestablecida, durante la vigencia del crédito.

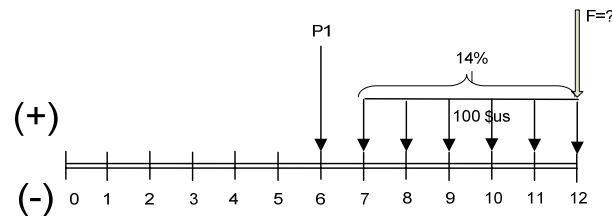
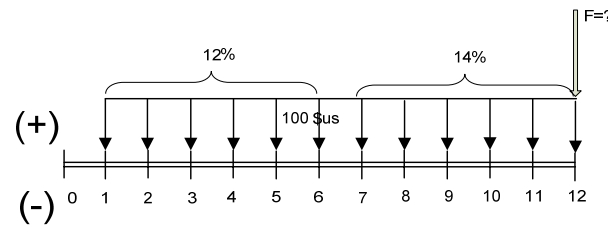
Tasa de interés variable. Está referenciado a un índice que viene predeterminado en el contrato, con plazo determinado (normalmente un año) y revisable periódicamente (la revisión más general es la anual). Debido a esto, la cuota varía por cada revisión.

Ejemplo 4.9

Se tiene que realizar una serie de depósitos de 100 \$us mensuales durante 2 años, a una tasa de 12% anual compuesto mensualmente durante el primer año, pero debido al incremento en la inflación se conviene en modificar la tasa del segundo año en 14% anual compuesto mensualmente, determine la cantidad con que se cuenta al final de los 2 años.

Solución

Los diagramas de flujo correspondientes son:



$$F = P1(F / P1, i\%, n) + A(F / A, i\%, n)$$

$$F = A(P1 / A, i\%, n) \cdot (F / P1, i\%, n) + A(F / A, i\%, n)$$

$$F = 100(P1 / A, 12\%, 6) \cdot (F / P1, 14\%, 6) + 100(F / A, 14\%, 6)$$

$$F = 100(8.1152) \cdot (2.1950) + 100(8.5355)$$

$$\boxed{F = 2634.84 \$us}$$

4.3.4. Tasas de interés continuas

A medida que el periodo de capitalización disminuye, el valor de m , 'número de periodos de capitalización por periodo de interés, aumenta. Cuando el interés se capitaliza en forma continua, m se acerca a infinito y la fórmula de tasa de interés efectiva en la ecuación puede escribirse de una nueva forma. Primero recuerde la definición de la base del logaritmo natural.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^h = e = 2,71828 \quad \text{Ec. (4.5)}$$

De la ecuación

$$i = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

y

$$\frac{r}{m} = \frac{1}{h} \quad \Rightarrow \quad m = hr$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{h}\right)^{hr} - 1 = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{h}\right)^h\right]^r - 1$$

$$i = e^r - 1$$

A medida que m se acerca al infinito la tasa de interés efectiva se expresa de la forma $i = e^r - 1$

Para determinar la tasa nominal teniendo la tasa efectiva es: $r = \ln(1+i)$

Ejemplo 4.10

Dada la tasa nominal $r=9\%$ calcular la tasa efectiva continua

$$i = e^r - 1$$

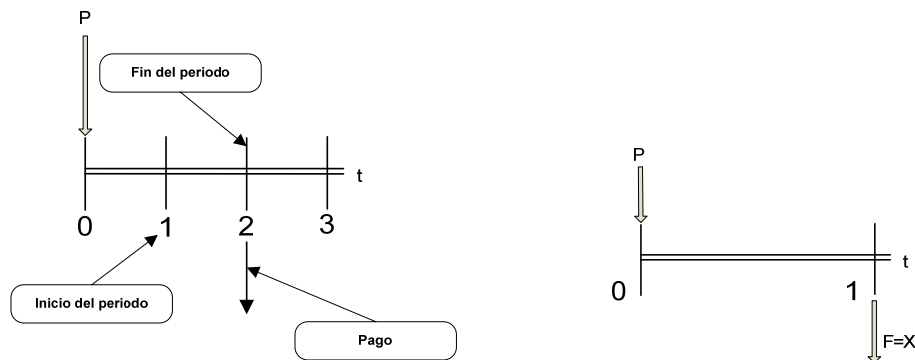
$$i = e^{0.09} - 1$$

$$i = 0.09417$$

$$i = 9.417\%$$

4.3.5 Tasas de interés vencidas

Es aquella tasa de interés en que los pagos se efectúan al final del periodo. Cabe anotar que la tasa efectiva es siempre vencida y por lo tanto esta última palabra se omite en su declaración.



$$P = X - i_a \cdot X$$

$$P = X(1 - i_a)$$

$$F = X$$

$$F = P(1 + i_v)$$

Reemplazando las expresiones de P y F

$$X = X \cdot (1 - i_a) \cdot (1 + i_v)$$

$$1 = (1 - i_a) \cdot (1 + i_v)$$

$$1 + i_v = \frac{1}{1 - i_a}$$

$$i_v = \frac{1}{1 - i_a} - 1$$

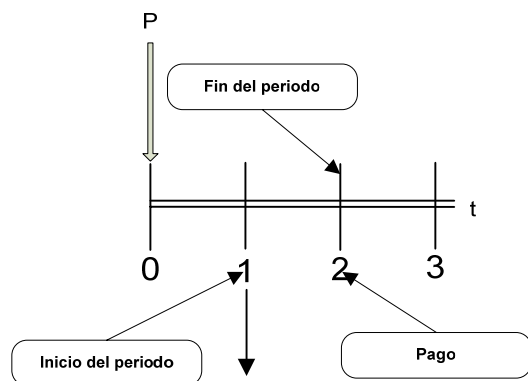
$$i_v = \frac{1 - 1 + i_a}{1 - i_a}$$

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a} \quad \text{Ec. (4.6)}$$

Donde ia : Tasa de interés anticipada por periodo
 iv : Tasa de interés vencida

4.3.6 Tasas de interés anticipadas

Es aquella tasa de interés en que los pagos se efectúan al principio del periodo. Cabe anotar que la Tasa Efectiva no puede darse, por definición, en forma anticipada, es decir no existe una tasa efectiva anticipada.



$$i_a = \frac{i_{pv}}{1 + i_{pv}} \quad \text{Ec. (4.7)}$$

Donde ia : Tasa de interés anticipada por periodo
 iv : Tasa de interés vencida

Ejemplo 4.11

Se tienen dos opciones de inversión las cuales son:

1ra Invertir 150 000 \$us en un año, con una tasa anticipada de 24% anual compuesto trimestral.

2da Invertir 150 000 \$us en un año, con una tasa vencida de 28% anual compuesta mensualmente.

En cuál de las dos opciones se debe realizar la inversión.

Solución

La tasa de interés anticipado por periodo es:

$$i_a = \frac{16\%}{4} = 4\% \text{ trimestral}$$

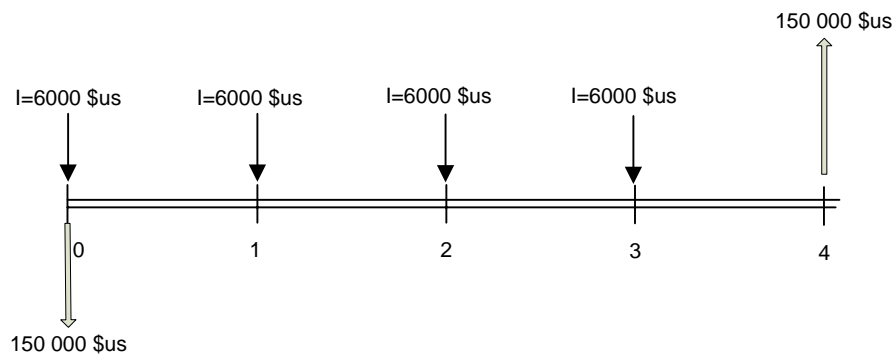
Determinemos el interés anticipado que se pagara cada trimestre:

$$I = i_a \cdot P$$

$$I = 0.04 \cdot 150\,000$$

$$I = 6\,000 \text{ \$us}$$

El diagrama de flujo es:



Determinando el interés vencido de la opción 2

$$i_a = \frac{18\%}{12} = 1.5\% \text{ mensual}$$

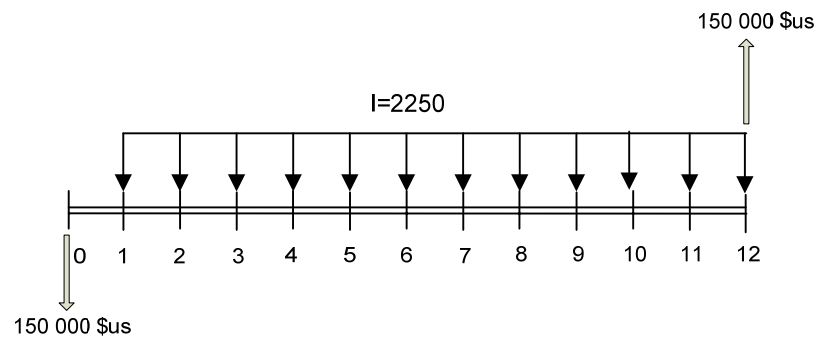
Determinemos el interés anticipado que se pagara cada trimestre:

$$I = i_a \cdot P$$

$$I = 0.015 \cdot 150\,000$$

$$I = 2250 \text{ \$us}$$

El flujo de caja para la opción 2 es:



Debido a que cada diagrama de flujo es diferente no, no se puede tomar un criterio de elección, lo que se debe realizar es convertir la opción 1 en un flujo con una tasa de interés vencida.

$$i_a = 4\% \text{ mensual}$$

$$i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

$$i_v = \frac{0.04}{1 - 0.04}$$

$$i_v = 0.0417$$

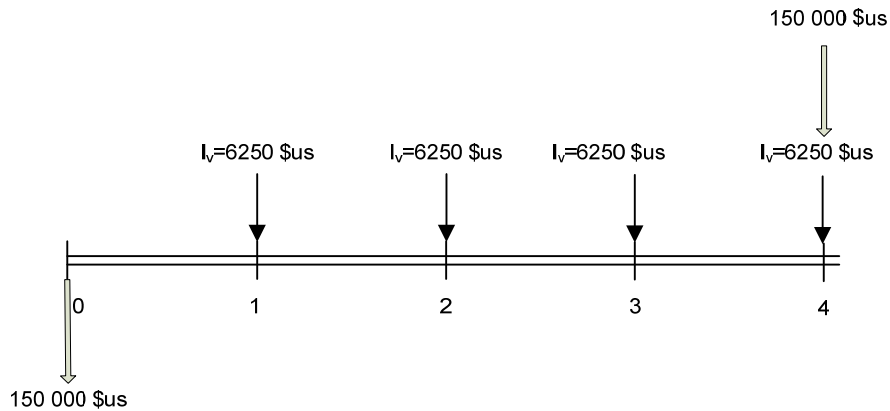
El interés vencido es:

$$I_v = 6\,000(1 + i_v)$$

$$I_v = 6000(1 + 0.0417)$$

$$I_v = 6250 \text{ \$us}$$

Determinando el valor futuro del diagrama de flujo:



$$I_{final} = 6250(1 + 0.0417)^3 + 6250(1 + 0.0417)^2 + 6250(1 + 0.0417)^1 + 6250$$

$$I_{final} = 26607.67 \text{ \$us}$$

La tasa de interés es:

$$i = \frac{I_{final}}{P} = \frac{26607.67}{150000} = 0.1705$$

$$i = 17.05\%$$

ó se puede determinar la tasa efectiva (Ec (4.4)) con

$$i_{efectiva} = (1 + i_v)^n - 1$$

Determinando para la opción 2 se tiene:

$$i_{efectiva} = (1 + 0.015)^{12} - 1$$

$$i_{efectiva} = 19.56\%$$

Comparando la tasa efectivas se tiene que la opción 2 es la mejor.

4.3.7 Tasa de interés en bolivianos y dólares

Las monedas nacionales tienen dificultades para sobrevivir en períodos de inflación elevada. Existe la tendencia natural a que la moneda doméstica pierda las funciones tradicionales del dinero en aquellos países con inflación crónica. La moneda local es probablemente más vulnerable como reserva de valor debido a que sus rendimientos reales, altamente variables e inciertos, inducen al público a utilizar gradualmente activos financieros denominados en moneda extranjera. No es extraño que en muchos países con elevadas tasas de inflación la función de reserva de valor de la moneda local haya desaparecido. Asimismo, una moneda extranjera estable resulta más conveniente como unidad de cuenta para hacer frente a las altas tasas de inflación. Eventualmente, varias transacciones, en particular aquellas que involucran montos importantes de dinero, como los bienes raíces y automóviles, son efectuadas en dólares americanos. Sin embargo, generalmente la moneda doméstica continúa siendo usada en la adquisición de la mayor parte de los bienes perecederos

4.4 SERIES PERPETUAS

Son anualidades que tienen infinito número de pagos, en la realidad, las anualidades infinitas no existen, todo tiene un final; sin embargo, cuando el número de pagos es muy grande asumimos que es infinito. Este tipo de series son típicas cuando colocamos un capital y solo retiramos intereses.

$$P = A \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

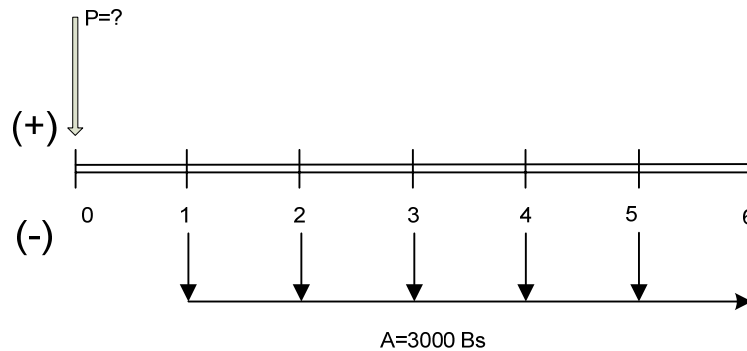
$$P = A \cdot \left(\frac{1}{i} \right)$$

Ec. (4.8)

Ejemplo 4.11

Supongamos que queremos establecer un fondo de pensiones, de tal manera que atienda a perpetuidad los retiros de 3000 Bs mensuales para alguien que desea obtener su pensión de jubilación. Este fondo reconoce una tasa de interés efectiva anual del 18%. Determine el valor presente para obtener el fondo de pensiones.

Solución



la tasa efectiva mensual es

$$\text{tasa efectiva por } PC = \frac{r\%}{m} = \frac{18}{12} = 1.5\%$$

El valor presente es

$$P = 3000 \cdot \left(\frac{1}{0.015} \right)$$

$$\underline{P = 200000 \text{ Bs}}$$

4.5 AMORTIZACIÓN DE DEUDAS

Amortizar es el proceso de cancelar una deuda con sus intereses por medio de pagos periódicos. La amortización toma curso cuando un prestatario le paga a su prestamista un monto del dinero prestado en un cierto lapso de tiempo, incluyendo

las correspondientes tasas de interés. La deuda puede extinguirse de una sola vez, o bien, hacerlo en forma gradual por medio de pagos parciales por una determinada cantidad de tiempo, la que ha sido previamente establecida.

El éxito en el desarrollo de un esquema de amortización dependerá exclusivamente del buen criterio para interpretar las condiciones económicas y desarrollo futuro de su comunidad.

Algunas formas de amortización son:

Pago de una deuda mediante pagos consecutivos al acreedor.

Extinción gradual en libros de una prima de seguros o bonos.

Reducción al valor en libros de una partida de activo fijo.

Depreciación o agotamiento

Baja en libros

4.5.1 Sistema de amortización francés PRICE

El sistema francés de amortización consiste en la amortización de éste mediante una renta constante de n términos. Es un sistema matemático que se utiliza para amortizar un crédito. Su característica principal radica en la cuota de amortización, ya que es igual para todo el período del préstamo, en créditos a tasa fija. Su cálculo es complejo pero en líneas generales se puede decir que el capital se amortiza en forma creciente, mientras que los intereses se calculan sobre el saldo, motivo por el cual son decrecientes. Es el sistema de amortización más difundido entre los bancos y usualmente va asociado a una tasa más baja que el crédito con sistema alemán de amortización. Sin embargo, presenta la desventaja de que si existen posibilidades de precancelar el crédito en un lapso breve de su otorgamiento, el capital adeudado sea más abultado.

Cada anualidad es la suma de la cuota de interés y la cuota de amortización correspondiente al año de que se trate. Este sistema se llama también progresivo, porque a medida que transcurre el tiempo las cuotas destinadas a la amortización de

capital van siendo mayores, mientras que las cuotas de interés irán disminuyendo porque el capital pendiente por amortizar irá siendo menor.

También asume que el tipo de interés es único durante toda la operación.

Para el cálculo primero se debe calcular el valor de la serie A:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right) \quad \text{Ec. (4.9)}$$

El interés es:

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i \quad \text{Ec. (4.10)}$$

Para de determinar el valor de la amortización k:

$$k = \text{Pago} - I \quad \text{Ec. (4.11)}$$

Representado en una tabla será:

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	P			
1	P1=P-k	A-P <i>i</i>	P <i>i</i>	A
2	P2=(P-k)-k	A-P1 <i>i</i>	P1 <i>i</i>	A
3	P3=P2-k	A-P2 <i>i</i>	P2 <i>i</i>	A
4	P4=P3-k	A-P3 <i>i</i>	P3 <i>i</i>	A
5	P5=P4-k	A-P4 <i>i</i>	P4 <i>i</i>	A

Ejercicio 4.12

Una empresa constructora toma un préstamo bancario por 30000 \$us para su liquidación en 6 cuotas mensuales con una tasa de interés del 4.5% mensual. Calcular el valor de cada cuota y elabora la tabla de amortización.

Solución:

$P = 30000$ \$us; $n = 6$; $i = 0.045$; $A = ?$

1º Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 30000 \cdot \left(\frac{0.045(1+0.045)^6}{(1+0.045)^6 - 1} \right) = 5816.35 \text{ $us}$$

Elaboramos la tabla de amortización francés del préstamo:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	30000,00			
1	25533,65	4466,35	1350,00	5816,35
2	20866,31	4667,34	1149,01	5816,35
3	15988,95	4877,37	938,98	5816,35
4	10892,10	5096,85	719,50	5816,35
5	5565,90	5326,21	490,14	5816,35
6	0,01	5565,88	250,47	5816,35

Saldo = Saldo_i - amortización
Interés = Saldo_{i-1} · (Tasa de interés)
Pago = A
Amortización = Pago - Interés

La cuota mensual a pagar por el préstamo es **5816.35 \$us**, contiene la amortización del principal y el interés mensual.

4.5.1.1 Plan de amortizaciones

Se define como plan de amortización a un cuadro de pagos establecido, por ejemplo un plan de amortización es:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	30000,00			
1	25533,65	4466,35	1350,00	5816,35
2	20866,31	4667,34	1149,01	5816,35
3	15988,95	4877,37	938,98	5816,35
4	10892,10	5096,85	719,50	5816,35
5	5565,90	5326,21	490,14	5816,35
6	0,01	5565,88	250,47	5816,35

4.5.2 Sistema de amortización constante

En este tipo de préstamos la amortización de capital es constante en todas las cuotas. También y a efectos de simplificar, vamos a considerar que el tipo de interés es constante durante toda la operación, aunque este requisito no es necesario. Calculamos fácilmente el importe de la amortización de capital constante. Basta con dividir el importe del préstamo por el número de períodos.

La amortización será:

$$k = \frac{P}{n}$$

Ec. (4.12)

El interés es:

$$I = Saldo_{i-1} \cdot i$$

Ec. (4.13)

La cuota (Pago) es:

$$A = k + I$$

Ec. (4.14)

En una tabla será:

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	P			
1	$P_1 = P - k$	k	$P \cdot i$	$k + P \cdot i$
2	$P_2 = (P - k) - k$	k	$P_1 \cdot i$	$k + P_1 \cdot i$
3	$P_3 = P_2 - k$	k	$P_2 \cdot i$	$k + P_2 \cdot i$
4	$P_4 = P_3 - k$	k	$P_3 \cdot i$	$k + P_3 \cdot i$
5	$P_5 = P_4 - k$	k	$P_4 \cdot i$	$k + P_4 \cdot i$

Ejemplo 4.13

Realizar un plan de amortización constante para un préstamo de 20 000 \$us a una tasa de interés del 15% anual capitalizado mensualmente en un plazo de 5 meses.

Solución

Primero determinaremos la amortización k

$$k = \frac{P}{n} = \frac{20000}{5} = 4000 \text{ $us}$$

Para el primer periodo se tiene.

El saldo es:

$$\begin{aligned} \text{saldo} &= P - k = 20000 - 4000 \\ \text{saldo} &= 16000 \text{ $us} \end{aligned}$$

El interés es:

$$\begin{aligned} I &= P \cdot i = 20000 \cdot 0.0125 \\ I &= 250 \text{ $us} \end{aligned}$$

El pago es:

$$Pago = k + I = 4000 + 250$$

$$Pago = 4250 \$us$$

Realizando una tabla se tiene:

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	20000			
1	16000	4000	250	4250
2	12000	4000	200	4200
3	8000	4000	150	4150
4	4000	4000	100	4100
5	0	4000	50	4050

4.5.2.1 Plan de amortizaciones

El plan de amortizaciones como ya dijimos es la tabla que se la realiza para determinar el plan de pagos que se va a tener por ejemplo.

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	20000			
1	16000	4000	250	4250
2	12000	4000	200	4200
3	8000	4000	150	4150
4	4000	4000	100	4100
5	0	4000	50	4050

4.6. AMORTIZACIÓN CON CUOTAS EXTRAS NO PACTADAS

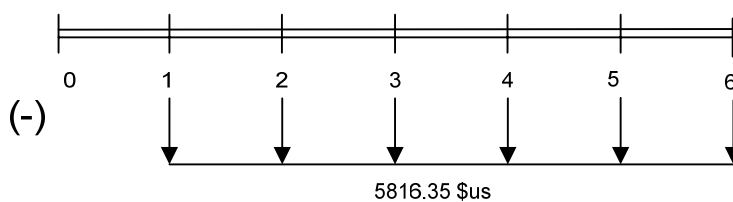
Como ya hemos visto en los anteriores puntos en el sistema de amortización se realiza una serie de pagos en periodos establecidos ya sea en el sistema de amortización de cuota fija (PRICE) o de amortización constante, pero en algunos casos las partes se ponen de acuerdo en el cual se haga un pago mayor al establecido en amortización, reduciendo la deuda y las cuotas de amortización siguientes por lo cual se debe hacer un nuevo plan de amortización con lo que resta de la deuda.

Ejemplo 4.14

Utilizando el ejemplo anterior, se realiza un pago de 10 000 \$us en el periodo 3, determine el nuevo plan de pagos.

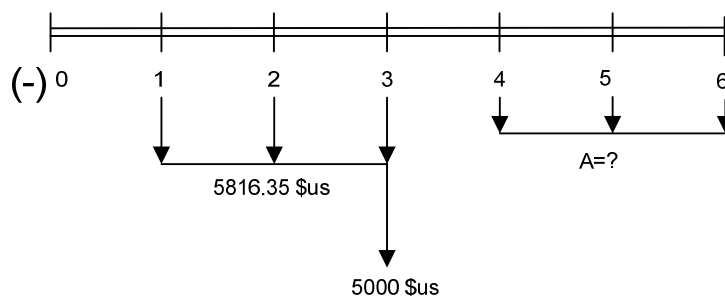
Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	30000,00			
1	25533,65	4466,35	1350,00	5816,35
2	20866,31	4667,34	1149,01	5816,35
3	15988,95	4877,37	938,98	5816,35
4	10892,10	5096,85	719,50	5816,35
5	5565,90	5326,21	490,14	5816,35
6	0,01	5565,88	250,47	5816,35

Solución



La nueva tabla es:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A	Pago extra
0	30000,00				
1	25533,65	4466,35	1350,00	5816,35	
2	20866,31	4667,34	1149,01	5816,35	
3	10988,95	9877,37	938,98	5816,35	5000
4	?	?	?	?	
5	?	?	?	?	
6	?	?	?	?	

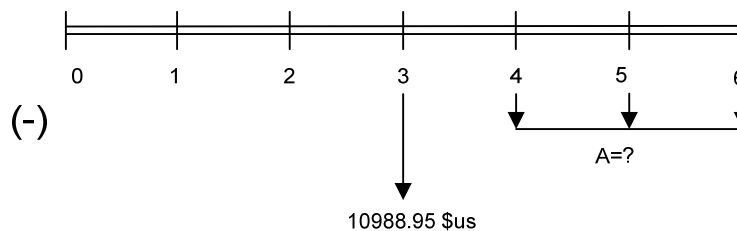


$$P = 10988.95 \text{ \$us}; \quad n = 3; \quad i = 0.045; \quad A = ?$$

Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 10988.95 \cdot \left(\frac{0.045(1+0.045)^3}{(1+0.045)^3 - 1} \right) = 3997.48 \text{ \$us}$$



Elaboramos la tabla de amortización de los últimos tres periodos del préstamo:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	10988,95			
1	7485,97	3502,98	494,50	3997,48
2	3825,36	3660,61	336,87	3997,48
3	0,02	3825,34	172,14	3997,48

4.7. PERÍODOS DE GRACIA

La facilidad que se brinda con este concepto es que no existe amortización a capital durante el periodo o los periodos de gracia y solo se cancela interés ya sea para la amortización francés o amortización constante.

La amortización constante será:

$$k = \frac{P}{n - a} \quad \text{Ec. (4.15)}$$

El interés es:

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i \quad \text{Ec. (4.16)}$$

La cuota (Pago) es:

$$A = k + I \quad \text{Ec. (4.17)}$$

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	P			
1	P		$P \cdot i$	$P \cdot i$
2	P		$P \cdot i$	$P \cdot i$
3	$P1 = P - k$	k	$P \cdot i$	$k + P \cdot i$
4	$P2 = (P - k) - k$	k	$P1 \cdot i$	$k + P1 \cdot i$
5	$P3$	k	$P2 \cdot i$	$k + P2 \cdot i$

Ejemplo 4.15

Se tiene una deuda de 15 000 Bs a un tasa de interés mensual del 2% mensual a de 4 meses de plazo y un mes de periodo de gracia. Utilice un plan de amortización con cuotas constantes y amortización constante.

Solución

$P = 15000$ Bs; $n = 4$; $i = 0.02$; $A = ?$

1º Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 15000 \cdot \left(\frac{0.02(1+0.02)^3}{(1+0.02)^3 - 1} \right) = 5201.32 \text{ Bs}$$

Elaboramos la tabla de amortización francés del préstamo:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	15000,00			
1	15000,00		300,00	300,00
2	10098,68	4901,32	300,00	5201,32
3	5099,33	4999,35	201,97	5201,32
4	0,00	5099,33	101,99	5201,32

Con un sistema de amortización constante se tiene

$$k = \frac{P}{n} = \frac{15000}{3} = 5000 \text{ Bs}$$

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	15000			
1	15000		300	300
2	10000	5000	300	5300
3	5000	5000	200	5200
4	0	5000	100	5100

Se puede notar que en el sistema de amortización de cuota fija (sistema francés PRICE) los intereses son mayores que en el sistema de amortización constante, pero los pagos iniciales en el sistema de amortización constante son mayores.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 4.1 Para una tasa de interés de 8% anual compuesto mensualmente, determine el número de veces que se capitalizaría el interés por trimestre, por semestre, por un año y en 2 años.

P 4.2 Para una tasa de interés de 12% anual compuesta mensualmente, determine la tasa de interés nominal en un trimestre, para un semestre, 7 meses, un año y 3 años.

P 4.3 Determine la tasa de interés efectivo anual para una tasa de 14% anual, compuesta a) mensualmente b) trimestralmente c) semestralmente y d) cada 4 meses.

Respuesta.- a) 14.93% b) 14.75% c) 14.49% d) 14.66%

P 4.4 Determine cuanto se pagara un préstamo de 5 500 Bs después de un año con una tasa nominal de 16% anual.

Respuesta.- 6 380 \$us

P 4.5 Determinar cuánto se pagara al final del año, para un préstamo de 2 000 \$us tasa de 15% anual compuesto mensualmente.

Respuesta.- 2 321.51 \$us

P 4.6 Se ha realizado un préstamo de 10 000 Bs con una tasa nominal de 12% anual compuesta mensualmente. Determinar cuánto se recibirá después de 3 años.

Respuesta.- 14 307.69 \$us

P 4.7 Una tarjeta de crédito tiene una tasa de interés del 4% mensual sobre el saldo no pagado. (a) Calcule la tasa efectiva por período semestral. (b) Si la tasa de interés se expresa como 11% por trimestre, encuentre las tasas efectivas por periodos semestrales y anuales.

Respuesta.- a) 26.53% b) 23.21 51.81%

- P 4.8** Se realiza depósitos mensuales de 500 Bs. durante 3 años, la tasa de interés variara en los tres años como se detalla, el primer año será del 11% anual compuesto mensualmente, el segundo año será de 12.5% compuesto mensualmente y el tercer año de 13% anual compuesto mensualmente. Determine la cantidad al final de cada año.

Respuesta.- 1er año 6 311.94 Bs, 2do año 13503.71 Bs y 3er año 21 738.39 Bs

- P 4.9** Para una tasa de interés del 16% anual, a) calcule la tasa de interés efectiva continua.

Respuesta.- 17.35%

- P 4.10** 10.- Dada las tasas nominales

- a) $r=2\%$
- b) $r=6\%$
- c) $r=25\%$

Calcular la tasa efectiva continua

Respuesta.- 2.02%, 6.18%, 28.4%

- P 4.11** Si en un banco se tiene ahorrados 12 000 Bs, a una tasa de interés del 9% anual capitalizada mensualmente. Determine la cantidad que se tendrá después de 5 años.

Respuesta.- 18 788.17 Bs

- P 4.12** Se tiene tres ofertas para abrir una cuenta en un banco. El banco A paga un interés de 8% anual capitalizado semestralmente, el banco B paga 9% anual capitalizada mensualmente, el banco C 7% anual capitalizado trimestralmente. Si se va a depositar 500 Bs cada mes durante un año, cual banco será el que ofrece el mejor interés.

Respuesta.- banco B

- P 4.13** Se desea establecer un fondo de pensiones, de tal manera que atienda a perpetuidad los retiros de 5000 Bs mensuales para alguien que desea obtener su pensión de jubilación. Si la tasa de interés efectiva anual del 20%. Determine el valor que se debe tener para obtener el fondo de pensiones.

Respuesta.- 300 000 Bs

- P 4.14** Se cuenta con un fondo de pensiones en el cual se tiene hasta el momento 220 000 Bs. se desea saber cuánto se debe recibir mensualmente si la tasa de interés es 12% anual.

Respuesta.- 2 200 Bs

- P 4.15** Determinar cuánto pagaríamos mensualmente por una vivienda valorizada en 35 000 \$us, financiada a 15 años, si la tasa de interés mensual es de 1.08%, realice un plan de amortización con el sistema PRICE.

- P 4.16** 16.- Determinar cuánto pagaríamos mensualmente por la compra de una retroexcavadora valorizada en 65 000 \$us, financiada a 8 años, si la tasa de interés mensual es de 1.8%, realice un plan de amortización con el sistema PRICE y otro con el sistema de amortización constante.

- P 4.17** 17.- Realice un plan de amortización con el sistema PRICE para pagar una deuda de 100 000 \$us, la cual se pagara mensualmente durante 10 años, si la tasa de interés mensual es de 1.2%. Si en el año 5 se realiza un depósito de 20 000 \$us, determine el nuevo plan de pagos.

- P 4.18** 18.- Una empresa constructora desea determinar un plan de pagos con sistema de amortización constante para cubrir una deuda de 50 000 \$us, la cual se pagara mensualmente durante 6 años, si la tasa de interés mensual es de 2.4%. con un periodo de gracia de 2 años.

CAPÍTULO 5

MÉTODOS DETERMINISTICOS EN ANÁLISIS DE INVERSIONES



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Determinar cuál es la Tasa Mínima Atractiva (TMA) que debe servir como valor de medición de rentabilidad de proyectos en la empresa.*
- ◆ *Explicar cuál es el concepto de Valor Actual Neto (VAN), Tasa Interna de Retorno (TIR) y Valor Anual Uniforme Equivalente (VAUE).*
- ◆ *Entender las diferencias entre VAUE Y CAUE y en qué casos es mejor usar cada uno de ellos.*

5.1 INTRODUCCIÓN

En la práctica empresarial y en el ámbito de cualquier inversionista, el esquema que se plantea generalmente es para invertir una cierta cantidad y de la cual las ganancias probables en los años futuros asciendan a una determinada cifra, de tal forma es que viene la pregunta ¿Es conveniente hacer la inversión? Lo anterior se puede plantear desde otro punto de vista: El inversionista siempre espera recibir o cobrar cierta tasa de rendimiento en toda inversión, por lo tanto debe contar con técnicas de análisis que le permitan cuantificar sí, con determinada inversión y ganancias probables, ganará realmente la tasa que él ha fijado como mínima para poder realizar la inversión.



Se debe enfatizar que las técnicas que se presentan son las únicas con las que se cuentan para evaluar cualquier tipo de inversión, pues no es lo mismo invertir en una empresa productora de bienes de consumo final, que invertir en la exploración de un campo petrolero o invertir en la bolsa de valores. En cualquier caso siempre habrá como referencia una tasa mínima aceptable de rendimiento y la inversión se valorará a través del cálculo de un valor presente neto o de una tasa interna de retorno.

5.2. TASA MÍNIMA ATRACTIVA (TMA)

Todo inversionista, ya sea una persona, una empresa, un gobierno o cualquier otro, tiene en mente antes de invertir, beneficiarse por el desembolso que va a hacer. Por tanto se ha partido del hecho de que todo inversionista debe tener una tasa de referencia sobre la cual basarse para hacer sus inversiones. La tasa de referencia es la base de comparación y de cálculo en las evaluaciones económicas que se haga, si no se alcanza cuando menos esa tasa de rendimiento se rechazará la inversión.

El problema es como determinar esa tasa, para problemas de tipo académico no importa cómo se obtiene la TMA pues el objetivo es enseñar el dominio de las técnicas de análisis, sin embargo se desea que el estudiante comprenda la esencia de tales técnicas, por lo expuesto es necesario analizar brevemente como se obtiene la tasa mínima atractiva y por qué se debe considerar esta tasa de referencia.

Todo inversionista espera que su dinero crezca en términos reales y como en todos los países hay inflación, aunque su valor sea pequeño, crecer en términos reales significa ganar un rendimiento superior a la inflación, ya que si se gana un rendimiento igual al de la inflación el dinero no crece, sino que, mantiene su poder adquisitivo. Por esta razón no se recomienda tomar como referencia la tasa de rendimiento que ofrecen los bancos a los ahorristas, pues es bien sabido que la tasa bancaria de rendimiento es siempre menor que la inflación. Si los bancos ofrecieran una tasa igual o mayor a la inflación implicaría que, o no ganan nada o que transfieren sus ganancias al ahorrador haciéndolo rico y descapitalizando al propio banco, lo cual nunca va a suceder.

Por lo tanto la tasa mínima atractiva de rendimiento (TMA) se puede definir como:

$$\text{TMA} = \text{tasa de inflacion} + \text{premio al riesgo}$$

El premio al riesgo significa el verdadero crecimiento del dinero y se llama así porque el inversionista siempre arriesga su dinero y por lo tanto merece una ganancia adicional sobre la inflación. Como el premio es por arriesgar, significa que a mayor riesgo merece mayor ganancia.

Para calcular el premio de riesgo se puede tomar como referencia dos situaciones:

- a) Si se desea invertir en empresas productoras de bienes y servicios, deberá hacerse un estudio de mercado de esos productos. Si la demanda es aceptable, es decir si tiene poca incertidumbre a lo largo del tiempo, y crece en el paso de los años, aunque sea en pequeña proporción y no hay una competencia muy fuerte de otros productores, se puede afirmar que el riesgo de la inversión es relativamente bajo y el valor del premio al riesgo puede oscilar del 3% al 5% por ejemplo.

Luego de esta situación de bajo riesgo viene una serie de situaciones de riesgo intermedio hasta llegar a la situación de mercado de alto riesgo, con condiciones opuestas a la de bajo riesgo, pero caracterizada por fuertes indecisiones en la demanda del producto y una alta competencia en la oferta. En casos de alto riesgo

en inversiones productivas, el valor del premio al riesgo siempre está arriba de un 12% sin un límite superior definido.

- b) La segunda referencia es analizar las tasas de rendimiento por sectores en la bolsa de valores

5.3. VALOR ACTUAL NETO (VAN)

El valor actual neto o valor presente neto mide la rentabilidad deseada, después de recuperar la inversión, para lo cual debemos calcular el Valor Actual de los flujos futuros de caja, es decir, cuánto valen en el presente los flujos futuros y restar la inversión total expresada en el momento cero.

Al decir que el VAN es producto de actualizar los flujos futuros de fondos y restarles la inversión inicial estamos planteando lo siguiente:

Si a la inversión inicial la llamamos P ; y a los flujos de caja los identificamos con la letra “FNE” agregando un subíndice que indique en qué momento de la inversión nos hallamos, contando desde “1” periodos hasta “ n ” periodos y denominando con la letra “ i ” a la tasa de interés involucrada, obtendríamos:

$$VAN = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+i)^n}$$

Donde FNE_n = flujo neto de efectivo del periodo n

Si **VAN > 0** Aceptar la inversión

Ya que aparte de recuperar un monto de acuerdo a una tasa de interés, se obtuvo otro monto adicional.

Si **VAN = 0** Aceptar la inversión

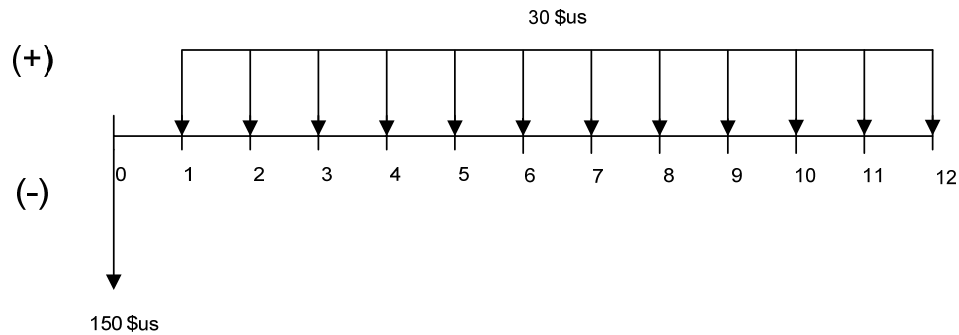
Se recupera un monto de acuerdo a una tasa de interés

Si **VAN < 0** Rechazar la inversión

No llega a las expectativas de la tasa de interés elegida

Ejemplo 5.1

Un estudiante, recién egresado requiere comprar un equipo GPS con una inversión de 150 \$us para alquilarlo durante un año y posteriormente mantenerlo como uso personal; se espera obtener las siguientes ganancias mensuales, como muestra el siguiente diagrama de flujo.



La pregunta es ¿conviene invertir con la compra de este GPS dadas las expectativas de ganancias e inversión si se tiene una TMA del 14%?

Solución

Para responder esta pregunta se puede utilizar el VAN como criterio de selección. Para calcularlo, solo se traslada los flujos de los meses producidos al tiempo presente y restar la inversión inicial, que ya está en tiempo presente. Los flujos se descuentan a una tasa que corresponde a la tasa mínima atractiva,

$$VAN = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+i)^n}$$

Donde FNE_n = flujo neto de efectivo del periodo n

Dado que es este ejemplo los valores de flujo neto efectivo se ha de utilizar la formula P/A.

$$VAN = -150 + \frac{30}{(1+0.14)} + \frac{30}{(1+0.14)^2} + \frac{30}{(1+0.14)^3} + \dots + \frac{30}{(1+0.14)^{12}}$$

$$VAN = -150 + 26.31 + 23.08 + 20.25 + 17.76 + 15.58 + 13.67 + 11.99 + 10.52 + 9.22 + 8.09 + 7.1 + 6.23$$

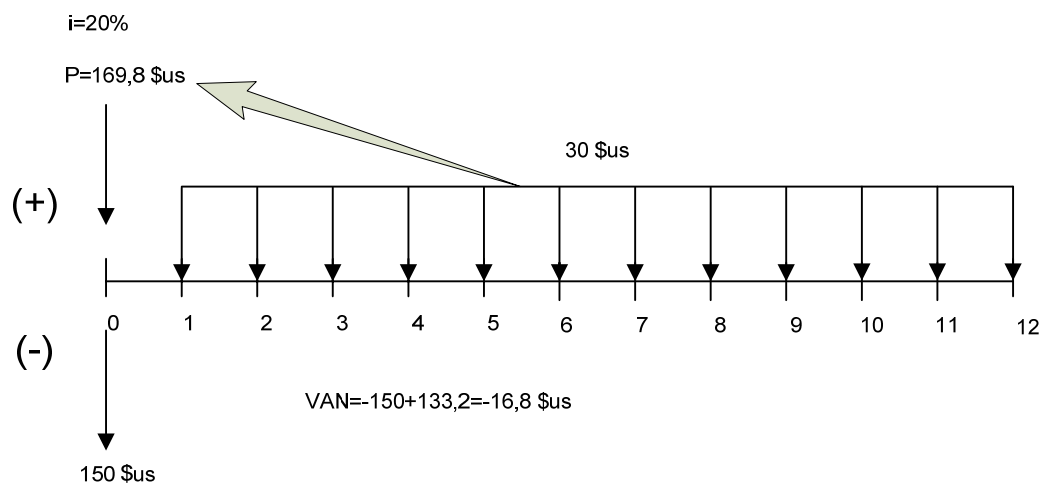
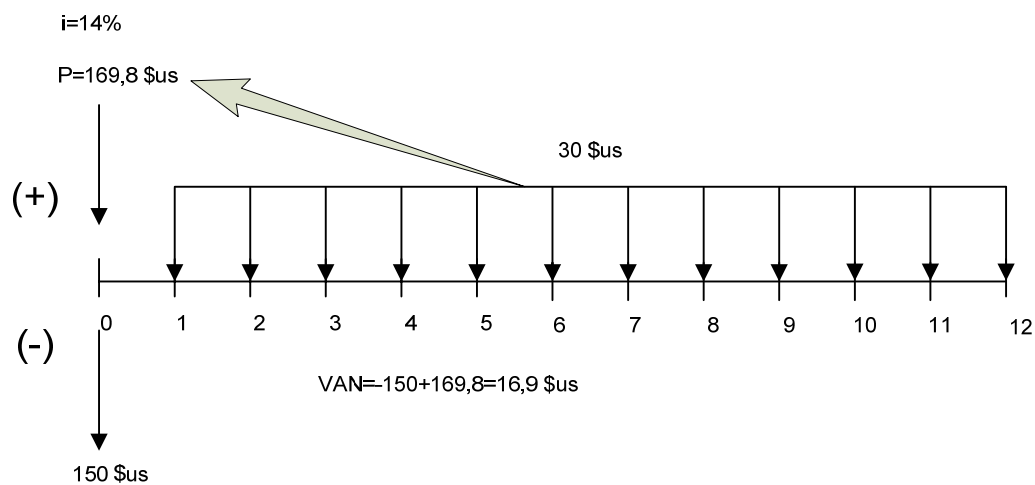
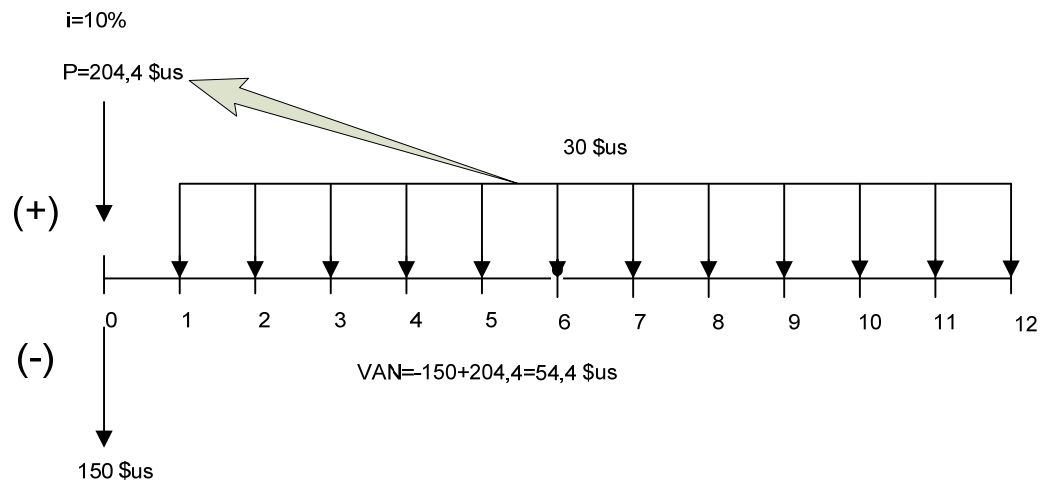
$$VAN = 19.80\$us$$

El valor actual neto recibe este nombre y no simplemente valor actual porque la suma de los flujos descontados se le resta a la inversión inicial (lo que es igual a restarle todas las ganancias futuras).

Es claro que el inversionista espera que las ganancias superen, o al menos igualen a la inversión original, por lo que 19,8 \$us significa la ganancia extra después de haber recuperado los 150 \$us invertidos, con una tasa de referencia del 14%. El VAN es la ganancia (o pérdida) en términos del valor del dinero en este momento (tiempo presente), después de haber recuperado la inversión inicial a una tasa igual a la TMA. Por tanto, si el VAN es positivo, significa que habrá ganancia mas allá de haber recuperado el dinero invertido y deberá aceptarse la inversión. Si el VAN es negativo significa que las ganancias no son suficientes para recuperar el dinero invertido, si este el resultado debe rechazarse la inversión. Si el VAN es igual a cero significa que solo se ha recuperado la TMA por tanto debe aceptarse la inversión, ya que esto no significa que sea una mala inversión ya que la expectativa del inversionista es generar una ganancia igual o por encima del TMA.

Si en el ejemplo anterior se hubiera trabajado con TMA del 20% las expectativas son más exigentes por tanto se pide mayor rendimiento a mi inversión dando como resultado un VAN de -16,8 \$us. Este resultado es negativo ya que estamos pidiendo mayor rendimiento a la inversión y este capital no puede rendir mas entonces debemos rechazar la inversión.

Por el contrario si queremos bajar la exigencia de la inversión y tomamos un TMA del 10% el VAN da como resultado 54,4 \$us, entonces con mayor razón debería aceptarse la inversión debido al TMA bajo. En los siguientes gráficos se muestran los diagramas de flujo de las tres tasas mencionadas anteriormente.

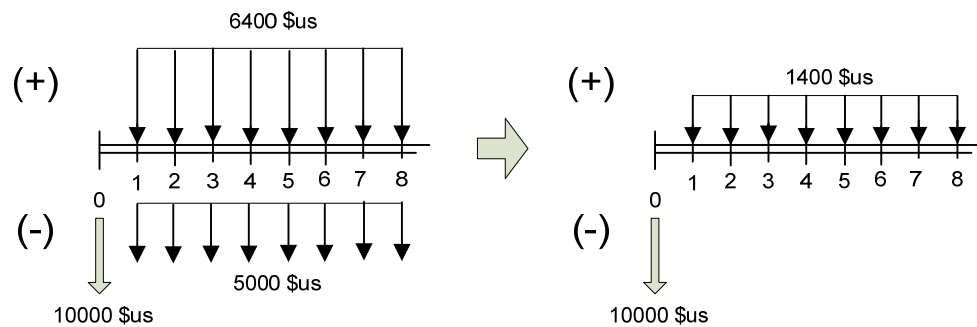


Ejemplo 5.2

Una empresa constructora dispone de un monto para invertir en la construcción, para esto se consideran una alternativa de inversión. ¿Determine si es seguro invertir según el criterio de VAN si la empresa calculo un TMA de 1.2%?

	<i>Alternativa</i>
Inversión Inicial	10000 \$us
Costo de operación	5000 \$us/mes
Ingresos	6400 \$us/mes
Vida del proyecto	8 meses

Solución



$$VAN = -10000 + 1400(P/A, 1.2\%, 8)$$

$$VAN = 618.62 \text{ $us}$$

El VAN de la alternativa es mayor a cero lo que significa que es justificable la inversión.

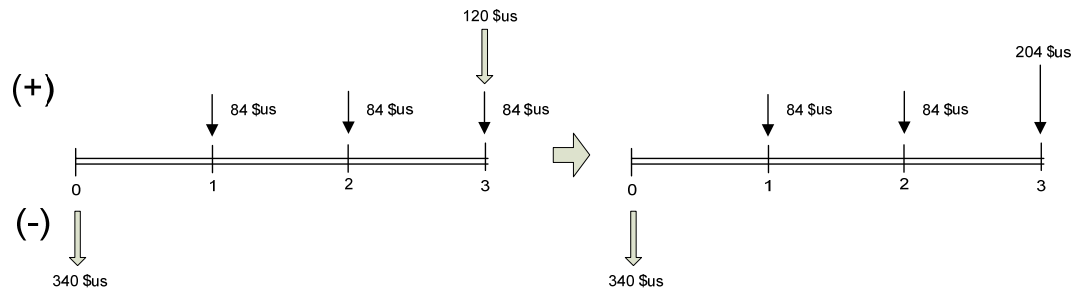
Ejemplo 5.3

Un constructor independiente necesita saber si es adecuada la compra de una mezcladora de 350 litros de volumen. El constructor estimo los siguientes gastos de la mezcladora mostrada en la siguiente tabla, con una TMA del 12% anual.

	<i>Mezcladora</i>
<i>Inversión</i>	<i>340 \$us</i>
<i>Costo anual de mantenimiento y operación</i>	<i>216 \$us</i>
<i>Ingreso</i>	<i>300 \$us</i>
<i>Vida útil</i>	<i>3 años</i>
<i>Valor salvamento</i>	<i>120 \$us</i>

Solución

$$\text{Ingreso} - \text{Costos} = 300 - 216 = 84$$



$$\text{VAN} = -340 + 84 \cdot (P/A, 12\%, 2) + 204 \cdot (P/F, 12\%, 3)$$

$$\text{VAN} = -52.83 \text{ $us}$$

Ya que el VAN es menor que cero **no** se aconseja realizar la inversión.

5.4. TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

Cuando estamos buscando una medida en porcentaje que nos indique la máxima tasa que se puede exigir del proyecto, esto provoca que el VAN sea igual a cero, en este caso, estamos en presencia de la TIR.

Plantear un VAN igual a cero, no es más que decir, que los flujos descontados a una tasa de interés determinada resultan ser exactamente iguales a la inversión inicial realizada, por lo tanto matemáticamente plantearíamos que:

$$P = \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} + \frac{FNE_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+i)^n}$$

Observamos que se construirá una ecuación de grado “ n ” con incógnita “ i ”, para poder resolverlo realizamos el siguiente artificio matemático:

$$x = \frac{1}{(1+i)}$$

Formándose la siguiente ecuación:

$$FNE_0 = (FNE_1)x^1 + (FNE_2)x^2 + (FNE_3)x^3 + \dots + (FNE_n)x^n$$

$$0 = -(FNE_0)x^0 + (FNE_1)x^1 + (FNE_2)x^2 + (FNE_3)x^3 + \dots + (FNE_n)x^n$$

Ordenando el grado de n a 0:

$$0 = (FNE_n)x^n + (FNE_{n-1})x^{n-1} + \dots + (FNE_3)x^3 + (FNE_2)x^2 + (FNE_1)x^1 - (FNE_0)x^0$$

Esta ecuación podemos resolverlo mediante algún método de resolución, tanteo o con una calculadora programada para realizar tal operación.

La raíz de un polinomio es un número tal que hace que el polinomio valga cero. Es decir que, cuando resolvamos un polinomio a cero, las soluciones son las raíces del polinomio. Para hallar los valores de las raíces de un polinomio.

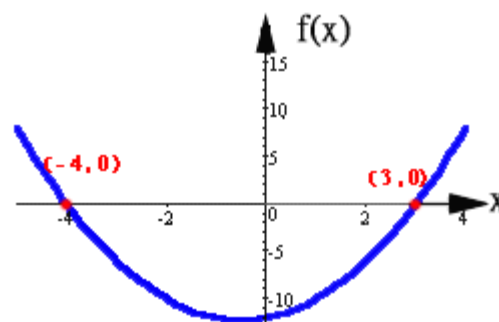
5.4 1 Representación gráfica de las raíces de un polinomio

Como las raíces de un polinomio hacen que éste valga cero, en un plano cartesiano esto lo identificamos como las intersecciones de la gráfica del polinomio con el eje de las X (abscisas).

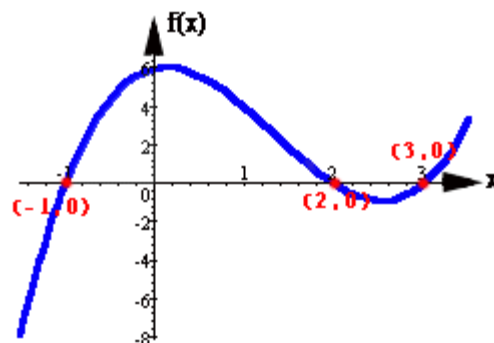
Esto es, los puntos en donde cruza la gráfica al eje horizontal tienen como abscisa la raíz del polinomio graficado.

A continuación presentamos algunas funciones con sus raíces, factores y gráficas:

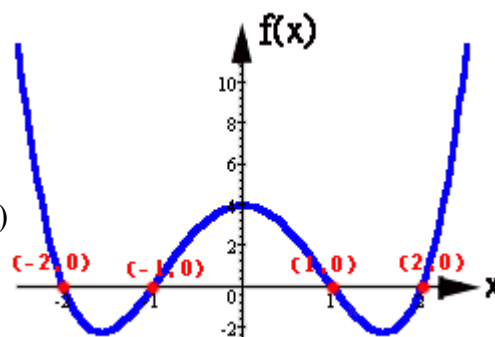
Función: $f(x) = x^2 + x - 12$
 Raíces: - 4 y 3
 Factorización: $f(x) = (x + 4) (x - 3)$



Función: $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
 Raíces: - 1, 2 y 3
 Factorización: $f(x) = (x + 1) (x - 2) (x - 3)$



Función: $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
 Raíces: - 2, - 1, 1 y 2
 Factorización: $f(x) = (x + 1) (x + 2) (x - 1) (x - 2)$



5.4.2 Regla de los signos de Descartes

René Descartes (el mismo del plano cartesiano) encontró un método para indicar el número de raíces positivas en un polinomio.

Esta regla dice lo siguiente:

"El número de raíces reales positivas de un polinomio $f(x)$ es igual al número de cambios de signo de término a término de $f(x)$ "

Hay que recordar que los polinomios los tenemos que escribir en orden decreciente conforme al grado de cada término

Por ejemplo el polinomio

$f(x) = x^2 + x - 12$ tiene un cambio de signo, del segundo al tercer término, por lo tanto tiene una raíz positiva.

$g(x) = +x^3 - 4x^2 + x + 6$ tiene dos cambios de signo, tiene dos raíces positivas

$h(x) = +x^4 - 5x^2 + 4$ tiene dos raíces positivas

$i(x) = x^3 + 4x^2 + 3x$ No tiene cambios de signo, por lo tanto no tiene raíces reales positivas.

5.4.3 Método del tanteo

Consiste básicamente en dar valores aleatorios a x hasta que la ecuación sea igual a cero.

Por ejemplo para la ecuación: $3x^4 - 7x^3 + 60x - 11$ determinar qué valor de x hace que sea cero.

Utilizamos una hoja electrónica Excel y colocamos los datos:

x	f(x)=3x^4-7x^3+60x-11
0.15	-2.02210625
0.16	-1.42670592
0.17	-0.83188537
0.18	-0.23767472
0.19	0.35589663
0.2	0.9488
0.21	1.54100743
0.22	2.13249168
0.23	2.72322623
0.24	3.31318528
0.25	3.90234375

Como el cambio de signo es cuando $x=0.18$ y $x=0.19$, podemos afinar un poco más:

x	f(x)=3x⁴-7x³+60x-11
0.18	-0.23767472
0.181	-0.178288338
0.182	-0.118908378
0.183	-0.05953487
0.184	-0.000167842
0.185	0.059192677
0.186	0.118546658
0.187	0.177894072
0.188	0.237234891
0.189	0.296569087
0.19	0.35589663

Hallamos el siguiente resultado: La ecuación es cero cuando $x=0.184$

Recordemos que: $x = \frac{1}{(1+i)}$, hallamos i que es la TIR.

Volviendo al ejemplo 5.1, es obvio que el proyecto de inversión presentado tiene una tasa de rendimiento propia que no es ni el 14% ni el 20% ni el 10%. Para que el VAN sea igual a cero se debe trabajar como una tasa interna de rendimiento (TIR) de 16,94%.

$$\text{VAN} = -150 + 30 \left[\frac{(1 + \text{TIR})^{12} - 1}{\text{TIR}(1 + \text{TIR})^{12}} \right] = 0$$
$$\text{TIR} = 16,94\%$$

Obsérvese ahora la interpretación de los valores obtenidos del VAN con diferentes valores de la TMA.

Valor de la TMA	VAN	
20%	-16,8	
18%	-6,2	
16,94%	0	TIR de la inversión
14%	19,8	
10%	54,4	

Por tanto, los criterios de selección cuando se utiliza la TIR como método de análisis son:

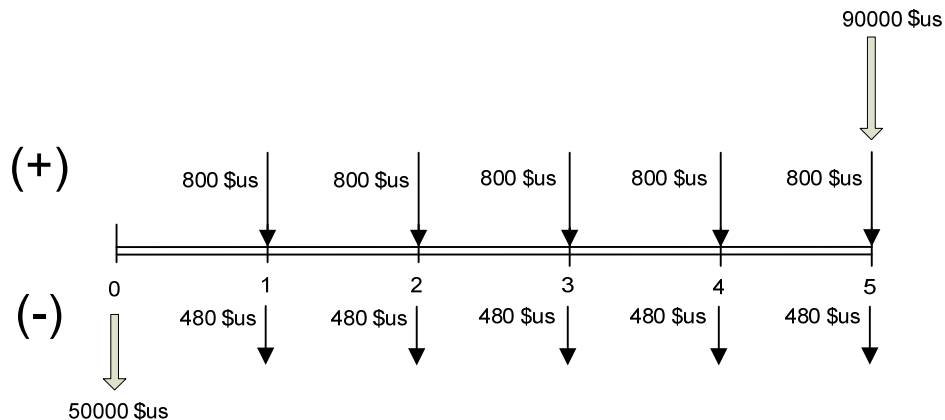
Si $TIR \geq TMA$ aceptar la inversión

Si $TIR < TMA$ rechazar la inversión

Ejemplo 5.4

Se adquiere un terreno en 50000 \$us y se espera que en cinco años su valor será de 90000 \$us, debido a su ubicación céntrica del terreno este se lo puede utilizar como parqueo de vehículos, rentándolo en 800 \$us durante los cinco años. Si sus impuestos anuales son de 480 \$us ¿Qué tasa interna de retorno se ganara sobre dicha inversión?

Solución



De la ecuación para determinar el TIR es cuando se tiene un $VAN=0$, entonces se tiene:

$$VAN = -50000 - 480 \cdot \left[\frac{(1 + TIR)^5 - 1}{TIR(1 + TIR)^5} \right] + 800 \cdot \left[\frac{(1 + TIR)^5 - 1}{TIR(1 + TIR)^5} \right] + 90000 \left[\frac{1}{(1 + TIR)^5} \right] = 0$$

$$TIR = 12.99\%$$

La tasa de interés generado por todo el flujo será de 12.99%.

Si tuviéramos una referencia de la TMA del 8% , el resultado obtenido nos indica que el negocio es aceptable debido a que el TIR es mayor que el TMA, porque la TMA es la tasa mínima que se debería ganar en una inversión.

Ejemplo 5.5

Se realizo un estudio para tomar en cuenta la posibilidad de invertir en la prefabricación de perfiles metálicos, se calculo que se tendrá que hacer una inversión inicial de 8000 \$us con una TMA del 15%. Se espera tener una TIR mayor al TMA en 7 años, donde en la siguiente tabla se muestran las ganancias anuales durante todo el periodo.

AÑOS	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
FLUJO DE CAJA \$us	-8000	+1500	+1600	+1800	+1950	+2150	+2250	+2400

Solución

$$\begin{aligned} \text{VAN} = & -8000 + 1500 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^1} \right] + 1600 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^2} \right] + 1800 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^3} \right] + 1950 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^4} \right] \\ & + 2150 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^5} \right] + 2250 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^6} \right] + 2400 \left[\frac{1}{(1 + \text{TIR})^7} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\text{TIR} = 14.06\%$$

La tasa generada es de 14.06%, que es menor a la TMA, por lo tanto el proyecto no es factible según el método de la TIR.

5.4.4 Desventaja en el uso de la tasa interna de retorno TIR, como método de análisis

- a) Por la forma en que se calcula, tanto la TIR como el VAN suponen implícitamente que todas las ganancias por periodos (los FNE) se reinvierten totalmente en la propia empresa, lo cual es falso. Esta práctica podría darse en algunos periodos

pero no en todos. En un periodo cualquiera en el que se reparta dividendos práctica común de las empresas ya no se puede alcanzar la TIR predicha en el cálculo. Precisamente su nombre de tasa interna de retorno, viene de la consideración que es un rendimiento generado solo por la reinversión interna en la empresa de todas las ganancias.

- b) La fórmula para calcular la TIR es un polinomio de grado n. La obtención de las raíces de cualquier polinomio está regido por la regla de los signos de descartes que dice: “un polinomio tiene tantas raíces como cambios de signo”. Como el cálculo de TIR es, de hecho, la obtención de la raíz del polinomio planteado, significa que si este tiene dos cambios de signo, se puede obtener hasta dos raíces, lo que equivale a obtener a dos TIR, lo cual no tiene interpretación económica. Usualmente solo existe un cambio de signo, la inversión inicial con signo negativo y los demás miembros del polinomio son positivos, interpretados como ganancias periódicas. Si en cualquier práctica empresarial durante un periodo dado en vez de obtener ganancias, hay pérdidas o una inversión adicional que hace que los costos superen a las ganancias, se producirá un segundo signo negativo. Cuando se presenta esta situación, por ejemplo, en el periodo 3, la ecuación de cálculos aparecerá como:

$$0 = -P + \frac{FNE_1}{(1+i)^1} + \frac{FNE_2}{(1+i)^2} - \frac{FNE_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FNE_n}{(1+i)^n}$$

En la cual, estos dos cambios de signo, en el periodo 0 y el periodo 3, se puede producir una doble raíz y por tanto una TIR. Cuando se da este tipo de casos, el método de la TIR no es útil para tomar decisiones. Aunque esto no es tan simple como parece, según se mostrara en algunos ejemplos.

- c) Al decidir la inversión en un solo proyecto, los métodos del VAN y TIR siempre arrojan el mismo resultado. Pero cuando se comparan dos o más proyectos pueden resultar decisiones contrarias. En estos casos es preferible utilizar el VAN para tomar la decisión, debido a la desventaja que presenta la TIR, como se mostrara en el siguiente apartado.

5.4.5 Situaciones donde la TIR y el VAN conducen a decisiones contrarias

Existen situaciones en las que analizados mediante el método TIR y VAN nos dan resultados contrarios entre sí. Para su mejor entendimiento se preparo el siguiente ejemplo:

Ejemplo 5.6

El Ing. Cristian Flores tiene dos alternativas de inversión, ambas de 15000 Bs. Sin embargo la primera ofrece un pago único al cabo de 4 años, por otra parte, la segunda ofrece pagos por cada año transcurrido. Si la TMA es de 15% ¿Cuál de las dos alternativas es la más conveniente, se pregunta el Ing. Cristian Flores?



El flujo de ambos proyectos se muestra en el siguiente cuadro:

<i>Año</i>	<i>A</i> <i>[Bs]</i>	<i>B</i> <i>[Bs]</i>
<i>0</i>	<i>-15000</i>	<i>-15000</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>5500</i>
<i>2</i>	<i>0</i>	<i>5500</i>
<i>3</i>	<i>0</i>	<i>5500</i>
<i>4</i>	<i>27500</i>	<i>5500</i>

Solución

Para analizar estas dos alternativas se utilizara ambas alternativas

$$VAN_A = -15000 + 5500(P/A, 15\%, 4) = 702.5$$

$$VAN_B = -15000 + 27400(P/F, 15\%, 4) = 724.5 \quad \textbf{Seleccione B}$$

$$TIR_A = 15000 + 5500(P/A, i, 4)$$

$$TIR_A = 17.4\%$$

Seleccione A

$$TIR_B = 15000 + 27500(P/F, i, 4)$$

$$TIR_B = 16.36\%$$

Los métodos VAN y TIR nos dan resultados distintos. No se olviden que de dos alternativas hay que elegir aquellas con mayor ganancia en cualquier sentido, es decir, se elige la de mayor VAN o la de mayor TIR. La explicación para este resultado tan extraño es que se utilizan tres tasas distintas para los flujos: el 15%, 17.4%, 16.36% y por esta razón los resultados de traerlos a valor presente son contrarios a lo esperado. Obsérvese que en la alternativa B hay una serie de flujos que se reinvierten en su totalidad año con año. En cambio, en la alternativa A no hay una situación similar de reinversión debido a que la ganancia es una sola cantidad al final del horizonte del análisis.

Para obtener un resultado válido en su totalidad, se debe utilizar una sola tasa de descuento para analizar dos o más alternativas a la vez. En este caso la única tasa que funciona es la TMA ya que es una tasa de referencia. Así, cuando se descuentan los flujos a tasas diferentes a estas, el resultado puede ser contradictorio, como lo obtenido en el ejemplo.

De lo anterior se concluye que en situaciones de selecciones de dos o más opciones, el método de la TIR no es aplicable debido a que se descuentan los flujos a tasas distintas a la de referencia. El único método válido en estos casos es el VAN. Por tanto en el ejemplo anterior elijase la alternativa A. Debe enfatizarse que, cuando se analiza una sola alternativa, las decisiones tomadas bajo el criterio de VAN y TIR son absolutamente congruentes.

5.4.6 La TMA o costo de capital simple y mixto

También se le llama costo de capital, nombre derivado del hecho que la obtención de los fondos necesarios para construir una empresa y que funcione, tiene un costo.

Cuando una sola entidad, llámese persona física o moral, es la única aportadora de capital para una empresa, el costo de capital equivale al rendimiento que pide esa entidad por invertir o arriesgar su dinero. Cuando se presenta este caso, se le llama costo de capital simple. Sin embargo, cuando esa entidad pide un préstamo a cualquier institución financiera para constituir o completar el capital necesario para la empresa, seguramente la institución financiera no pedirá el mismo rendimiento al

dinero aportado que el rendimiento pedido a la aportación de propietarios a la empresa.

La situación es algo complicada, pero en términos generales se puede decir lo siguiente: los dueños, socios o accionistas comunes de la empresa aportan capital y lo arriesgan, puesto que si la empresa tiene altos rendimientos monetarios, estos irán directamente a manos de los accionistas. Sin embargo, si la empresa pierde, los accionistas también perderán. Una situación contraria presenta la institución financiera que aporta capital, pues solo lo hace como préstamo, a una tasa de interés definida y a un plazo determinado; al término de este y habiendo saldado la deuda la institución financiera queda eliminada como participante en la empresa.

Los contratos financieros expresan claramente que en caso de incumplimiento de pago por parte de la empresa, se puede proceder legalmente en su contra para exigir el pago. Por lo tanto, dado que las fuentes de aportación de capital para la constitución de una empresa pueden tener situaciones de actuación y participación totalmente distintas, es evidente que el rendimiento que exigen a su aportación también debe ser distinto.

Cuando se da el caso de la constitución de capital de una empresa fue financiada en parte, se habla de un costo de capital mixto.

Ejemplo 5.7

Se requiere un capital de 300 000 \$us para invertir en la construcción de un edificio, del cual solo se cuenta con 170 000 \$us y el resto se pedirá a dos instituciones financieras. La financiera A aportará con 80 000 \$us por lo que cobrará un interés de 15% anual. Por su parte, la financiera B aportará 50 000 \$us a un interés del 17,5% anual. Si la TMA será de 25% ¿Cuál es el costo de capital o TMA mixto?



Solución

Entidad	% de aportación		Rendimiento pedido	=	Promedio ponderado
Accionistas	56.7%	*	25%	=	14.17 %
Financiera A	26.7%	*	15%	=	4%
Financiera B	16.7%	*	17.5	=	2.92%
	100%			suma	21.1%

La TMA mixta se calcula como un promedio ponderado de todos los aportadores del proyecto. Para este ejemplo la TMA mixta es de 21.1%.

5.5. VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (VAUE)

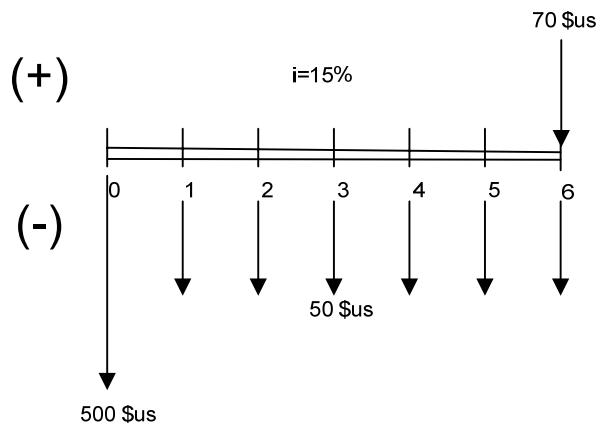
La técnica del VAUE recibe este nombre debido a que expresa todos los flujos de un horizonte de tiempo, en una cantidad uniforme por período, es decir, los expresa como serie de flujo A (serie uniformes continuas); por supuesto calculada a su valor equivalente. Como se utiliza en análisis de alternativas implicando valores, se deberá elegir aquella alternativa con el mayor valor expresado como una cantidad uniforme. No es usual calcular el VAUE para analizar una sola alternativa, pues el VAUE en forma individual significa muy poco al no tener una referencia contra cual compararlo.

También esta técnica es la más recomendada cuando se compara con el VAN y el TIR, ya que el VAUE, traslada en forma equivalente todos los ingresos y desembolsos a valores anuales en todo el ciclo de vida del proyecto, esto hace que muchas personas familiarizadas con pagos anuales entienda fácilmente el concepto.

Cómo funciona el método VAUE, lo vemos en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 5.8

Se cuenta con un diagrama de flujo de ingresos y costos mostrados a continuación:



Solución

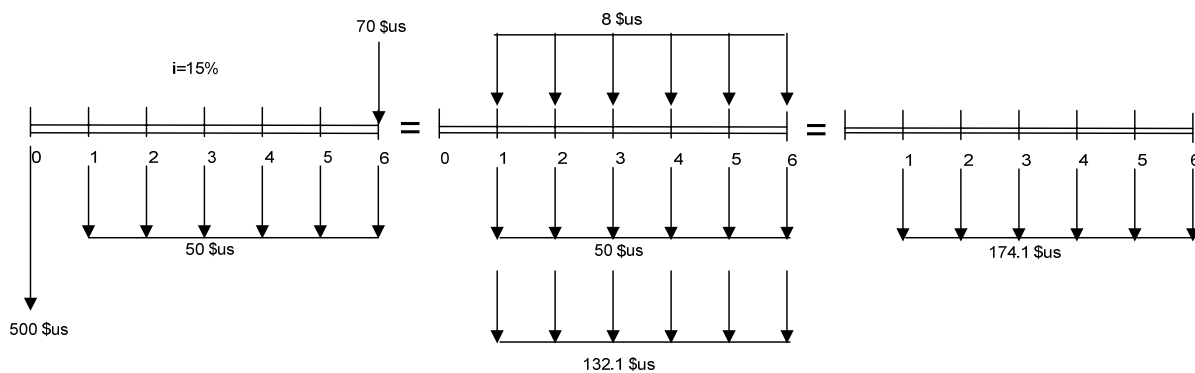
Posteriormente se trasladan todas las cantidades que faltan a valores anuales equivalentes uniformes:

$$VAUE = 50 + 500(A/P, 15\%, 6) - 70(A/F, 15\%, 6)$$

$$VAUE = 50 + 132.1 - 8$$

$$VAUE = 174.1 \$us$$

Gráficamente:



5.5.1 Valor de salvamento (VS)

Cuando se analiza el aspecto económico de un equipo se entiende que este tiene un costo inicial o de adquisición; a lo largo de su vida incurre en una serie de costos y al final de ella en ocasiones, es posible vender esa maquinaria en cierta cantidad. El dinero que se recibe por este equipo al final de su vida útil se llama valor de salvamento (VS) o valor de rescate, y debe contabilizarse como un ingreso, dentro del flujo de efectivo del equipo. En muchas ocasiones el valor de salvamento simplemente puede ser cero.



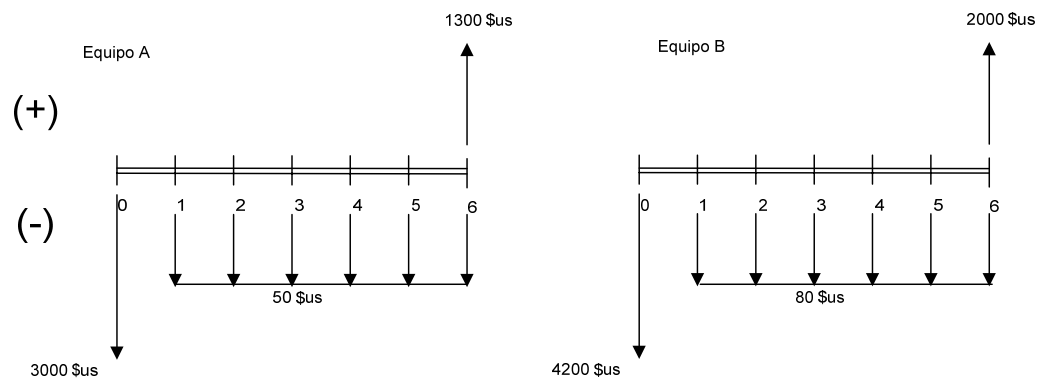
Ejemplo 5.9

Se han determinado los siguientes datos de alternativa para la adquisición de equipos

	A [<i>\$us</i>]	B [<i>\$us</i>]
<i>Inversión Inicial</i>	3000	4200
<i>Costo anual de mantenimiento</i>	50	80
<i>Valor de salvamento</i>	1300	2000

Si el estudio es para un periodo de 6 años y se considera que $i=12\%$ anual que equipo debe seleccionarse, utilice VAUE

Solución



La técnica de VAUE consiste en expresar todos los flujos como una cantidad uniforme anual, por tanto, de la grafica del equipo A, la cantidad uniforme anual correspondiente a costos de producción de 50 \$us ya esta expresado como una serie uniforme A, por lo que ya no se hace ningún cálculo adicional. La inversión inicial de 3 000\$us y el valor de salvamento de 1 300 \$us se deberán expresar como cantidad uniforme anual por tanto

$$\begin{aligned}VAUE_A &= -50 - 3000(A/P, 12\%, 6) + 1300(A/F, 12\%, 6) \\VAUE_A &= -50 - 3000 \left[\frac{0,12(1+0,12)^6}{(1+0,12)^6 - 1} \right] + 1300 \left[\frac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12} \right] \\VAUE_A &= -619,5\$us\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}VAUE_B &= -80 - 4200(A/P, 12\%, 6) + 2000(A/F, 12\%, 6) \\VAUE_B &= -80 - 4200 \left[\frac{0,12(1+0,12)^6}{(1+0,12)^6 - 1} \right] + 2000 \left[\frac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12} \right] \\VAUE_B &= -855,1\$us\end{aligned}$$

Se deberá seleccionar el equipo “A” pues tiene un menor valor anual que se gasta.

5.6 COSTO ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (CAUE)

Para el ejemplo anterior es más conveniente usar el método del Costo Anual Uniforme Equivalente, CAUE, que es básicamente lo mismo que el VAUE, solo que como hay más costos, estos son positivos y se elige el menor costo.

Ejemplo 5.10

Resolver el ejemplo 5.9 aplicando el CAUE:

Solución

$$(-) CAUE_A = +50 + 3000(A/P, 12\%, 6) - 1300(A/F, 12\%, 6)$$

$$(-) CAUE_A = +50 + 3000 \left[\frac{0,12(1+0,12)^6}{(1+0,12)^6 - 1} \right] - 1300 \left[\frac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12} \right]$$

$$(-) CAUE_A = +619,5\$us$$

No hay que olvidar que como los costos prevalecen sobre los ingresos, los costos son positivos y los ingresos son negativos

$$(-) CAUE_B = +80 + 4200(A/P, 12\%, 6) - 2000(A/F, 12\%, 6)$$

$$(-) CAUE_B = +80 + 4200 \left[\frac{0,12(1+0,12)^6}{(1+0,12)^6 - 1} \right] - 2000 \left[\frac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12} \right]$$

$$(-) CAUE_B = +855,1\$us$$

En este caso como son costos, se elige el menor, porque se quiere gastar menos. Elegimos “A”.

5.7 ANÁLISIS DE LA INVERSIÓN ADICIONAL O INCREMENTAL

Uno de los grandes problemas en la ingeniería económica es la comparación de alternativas con diferente inversión. Cuando se calcula la rentabilidad de alternativas (ya sea por el VAN o TIR), cuando dos inversiones son distintas, parece claro que se hace un análisis deficiente, al tomar en cuenta este hecho, pues no se debe esperar el mismo rendimiento cuando se invierte 100 000 \$us que 1 000 000 \$us.

Para analizar correctamente las alternativas con diferentes montos de inversión, se ha creado el análisis incremental, cuyo procedimiento consiste en determinar si a los incrementos de inversión se tienen las alternativas correspondientes a un incremento a los beneficios obtenidos. Es decir se va a invertir más, exclusivamente para ganar más, por tanto, el análisis incremental se circunscribe a determinar si a los incrementos de inversión corresponde un incremento suficiente en las ganancias.

Ejemplo 5.11

Alternativa	A	B	C
Inversión	6000	3400	7500
Beneficio anual (años 1 al 7)	1300	730	1550
Valor de salvamento	0	0	0
Vida útil (Años)	7	7	7

$TMA=10\%$

¿Qué alternativa debe seleccionarse?

Solución

$$VAN_A = -6000 + 1300(P/A, 10\%, 7)$$

$$VAN_A = -6000 + 1300 \left[\frac{(1+0,1)^7 - 1}{0,1(1+0,1)^7} \right] = 328,9 \$us$$

$$VAN_B = -3400 + 730(P/A, 10\%, 7)$$

$$VAN_B = -3400 + 730 \left[\frac{(1+0,1)^7 - 1}{0,1(1+0,1)^7} \right] = 153,9 \$us$$

$$VAN_C = -7500 + 1550(P/A, 10\%, 7)$$

$$VAN_C = -7500 + 1550 \left[\frac{(1+0,1)^7 - 1}{0,1(1+0,1)^7} \right] = 46 \$us$$

Aparentemente la solución más fácil es seleccionar la opción con mayor VAN. Sin embargo, es obvio que en la opción C se arriesga más dinero y podría esperarse que esta fuera la que obtuviera mayor ganancia. La elección de la mejor alternativa no es así tan fácil, lo mejor es hacer un estudio tomando dos alternativas cualesquiera y analizarlas separadamente.

Cada una de las opciones de inversión es independiente, según el criterio del VAN, cualquiera es atractiva como inversión, ya que todas son positivas pero son mutuamente exclusivas.

Por otro lado, se tiene la alternativa de más baja inversión, la B, que por sí misma es rentable y este es el punto de comparación. A partir de esta referencia se analizan si a los incrementos de inversión corresponde el suficiente incremento de ganancias.

Esto se efectúa comparando la alternativa rentable ($VAN \geq 0$) de menor inversión con la alternativa siguiente de mayor inversión; como el objetivo es la comparación de cada una de las alternativas en orden creciente de inversión, conviene hacer inicialmente un ordenamiento de las alternativas, según su inversión, empezando por la menor.

Alternativa	Inversión	Beneficio anual
B	3400	730
A	6000	1300
C	7500	1550

Es claro que la alternativa B por sí misma es rentable, puesto que el VAN es 153,9 \$us. Ahora analícese si el incremento de inversión B 3400 \$us a 6000 \$us, es decir, si aumentando la inversión en 2600 \$us la ganancia extra de $1300-730=570$ \$us es económicamente conveniente a la tasa de referencia del 10%. Este análisis se puede expresar como la obtención del $\Delta VAN_{A:B}$, léase VAN incremental A respecto de B:

$$\Delta VAN_{A:B} = -(6000-3400) + (1300-730)(P/A, 10\%, 7)$$

$$\Delta VAN_{A:B} = -(6000-3400) + (1300-730) \left[\frac{(1+0,10)^7 - 1}{0,10(1+0,10)^7} \right]$$

$$\Delta VAN_{A:B} = 175 \text{ \$us}$$

El resultado nos indica que si es conveniente hacer la inversión extra de 2600 \$us puesto que el VAN es positivo. Aquí es necesario señalar dos cosas: la primera es que en la forma de cálculo siempre se debe restar las cifras de la alternativa de mayor

inversión de las de menor inversión. El segundo aspecto importante es que no importa el valor del VAN obtenido de cada alternativa en forma individual, puesto que se está analizando solo el incremento. Tomando el criterio del VAN, basta que sea positivo para aceptar la inversión por lo tanto la obtención de los VAN incrementales son totalmente independientes de la obtención del VAN de las alternativas individuales.

El siguiente paso es calcular el nuevo incremento de inversiones tomando como referencia a la alternativa anterior que fue seleccionada (referencia la inversión A). Ahora el siguiente cálculo nos definirá si es conveniente elegir la alternativa C o la alternativa A. Por tanto:

$$\Delta VAN_{C:A} = -(7500-6000) + (1550-1300)(P/A, 10\%, 7)$$

$$\Delta VAN_{C:A} = -(7500-6000) + (1550-1300) \left[\frac{(1+0,10)^7 - 1}{0,10(1+0,10)^7} \right]$$

$$\Delta VAN_{C:A} = -282,9 \text{ \$us}$$

En este caso, el resultado es que no debe aceptarse el incremento de inversión de 1500 \$us pues las ganancias extras debido a esta inversión extra, no son económicamente suficientes. Obsérvese que si se analiza C como inversión independiente se debe aceptar, puesto que el $VAN(C) = 46 \text{ \$us}$, pero si se analiza el incremento de inversión de C respecto de A, entonces no debe invertirse en C.

La conclusión general del problema es que se tiene disponibles 7500\$us para invertir, es conveniente invertir en la alternativa B con 3400\$us o incrementar a la alternativa A con 6000\$us de inversión, pero si se tienen los 7500\$us no es conveniente elevar la inversión hasta esa suma aunque la inversión en la alternativa C por si misma sea conveniente.

En este tipo de conclusión radica la importancia del análisis incremental. Si se analizan las alternativas A, B y C como independientes, en cualquiera de ellas se

invertiría pero si se analizan como mutuamente exclusivas, entonces la alternativa C deja de ser económicamente viable.

El concepto de alternativas mutuamente exclusivas significa que si en el ejemplo, las opciones A, B y C son procesos alternativos para obtener un producto, no necesariamente deben elegirse la alternativa de menor inversión y descartar por tanto, la de mayor inversión por ser la más cara. El análisis incremental proporciona la capacidad para tomar la mejor decisión desde el punto de vista económico cuando las alternativas son mutuamente exclusivas, es decir, eligiendo una excluye automáticamente la elección de cualquier otra alternativa. Se insiste en el hecho que para considerar a un conjunto de alternativas, se debe contar al menos, con el monto del capital de la alternativa de mayor inversión.

5.8 LA ALTERNATIVA DE “NO HACER NADA”

Una situación adicional que se puede presentar en el análisis incremental es la inclusión en el análisis de la alternativa de *no hacer nada*, lo que significa que si se tiene dinero para emprender hasta la alternativa de mayor inversión, pero en el caso de que ningunas alternativas y/o sus incrementos de inversión sean económicamente atractivas, entonces no se elige a ninguna de ellas. De hecho esta es la primera alternativa que debería evaluarse, lo que significa: se cuenta con cierta cantidad de dinero y es posible invertirlo a una tasa de rendimiento igual a la TMA a partir de aquí empieza el análisis del primer incremento de inversión.



Esto no es sino una redundancia puesto que si se invierte el capital a la TMA de referencia, el $VAN=0$. Es redundante porque se rechazarán las alternativas con $VAN<0$, lo que significa que si todas las alternativas tuvieran un $VAN<0$, se elegiría la alternativa de *no hacer nada*, que también implica ganar nada.

EJERCICIOS PROPUESTOS

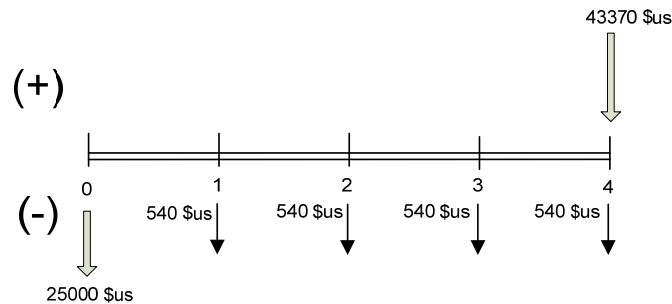
P 5.1 Se tiene una alternativa de inversión.

Inversión	3500 Bs.
Ingresos anuales netos	800 Bs.
Vida útil (Años)	7

Determine si es conveniente invertir en la alternativa según el criterio del VAN, la TMA es de 12% anual.

Respuesta. $VAN=151$ Bs, por tanto se acepta la inversión.

P 5.2 Considere el siguiente diagrama de flujo y determine mediante el criterio del VAN si las inversiones son justificadas para una TMA de 13% anual



Respuesta. $VAN=-6.6$ bs, por tanto se rechaza la inversión.

P 5.3 Se desea comprar una camioneta pequeña a medio uso, para traslado de maquinaria de construcción y venderla en 5 años. Su costo es de 7800 \$us, su valor de reventa se estima en 5500 \$us. Los costos anuales de mantenimiento, gasolina, seguro como SOAT y otros es de 3000 bs. y el ahorro en el traslado propio es de 4500 bs. Si la tasa de retorno es de 15%, ¿calcule si conviene seguir con la inversión mediante el método del VAN?

Respuesta. $VAN=-37.3$ \$us.

P 5.4 Se han invertido 62 000 \$us en un negocio que, según los cálculos, proporcionara ingresos de 10 300 \$us el primer año, con incrementos de 3 380 \$us anualmente,

durante 5 años. Al final de ese tiempo, los activos que queden de la inversión podrían venderse en 9 000 \$us. Si la TMA del inversionista es de 13% anual, determine el VAN de los flujos de efectivo.

Respuesta. $VAN=1.54$ \$us.

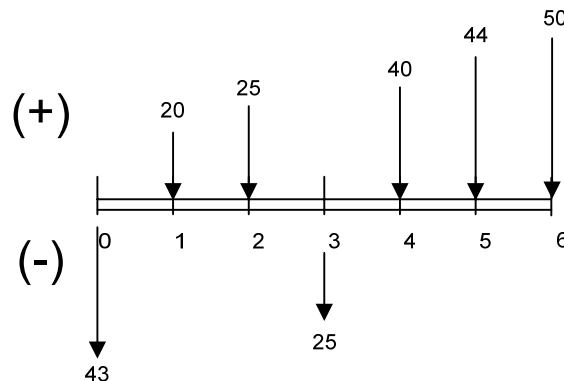
P 5.5 La compañía de TV Cable “InteracTV” pretende expandir su servicio hacia el departamento de Santa Cruz, con los siguientes datos monetarios: Inversión inicial en la primera etapa del proyecto 2 millones de dólares; inversión en la segunda etapa al final de 3 años 2.5 millones. Ingresos por venta de membresía, 400 000 \$us el primer año y aumento de 100 000 \$us en los años restantes hasta el año 6, después del cual los ingresos permanecerán constantes. Si se planea para un periodo de 15 años, determine el VAN de la inversión con una TMA del 20% anual.

Respuesta. $VAN= -243527.8$ \$us.

P 5.6 Se invierten 27 000 Bs. con la expectativa de recibir 3 000 Bs al final de cada uno de los siguientes 5 años. ¿Cuál es la tasa interna de rendimiento de la inversión?

Respuesta. $TIR=3.618\%$

P 5.7 Calcúlese la TIR del diagrama de flujo de efectivo mostrado en la gráfica siguiente:



Respuesta. $TIR=17.47\%$

P 5.8 Un estudio de factibilidad arrojó las siguientes cifras: inversión inicial 940 000 \$us; beneficio neto el primer año 105 000 \$us, con incrementos de 25 000 \$us en cada uno de los años siguientes; valor de salvamento 150 000 \$us al final del año 5. Si la

TMA considerada es de 6% anual, determínese la conveniencia económica de hacer la inversión, por medio de la TIR.

Respuesta. *Se rechaza la inversión.*

P 5.9 Una persona invirtió 3 150 \$us en un negocio que le produjo ganancias de 500 \$us cada fin de año, de los años 1 a 6. A partir del año 7 su ganancia fue de 400 \$us, al final del año 8 la ganancia fue de 300 \$us y al final del año 9 la ganancia fue de 200 \$us, momento en que decidió retirarse del negocio. Al final del año 9, también vendió todo lo que quedaba en 80 \$us. Determine la tasa de ganancia anual que obtuvo esta persona.

Respuesta. *TIR=5.43%*

P 5.10 Se van a realizar las siguientes inversiones durante 6 meses, el primer mes se invertirá 4000 Bs, el segundo mes 3500 Bs, el tercer mes 5800 Bs, el cuarto 5000 Bs, el quinto 2000 Bs y por último el sexto mes se invierte 6000 Bs. El séptimo mes se recibe por concepto de ganancias la suma de 35000 Bs. Determine la tasa interna de retorno (TIR).

Respuesta. *TIR=8.43%*

P 5.11 A un exitoso ingeniero civil se le presento un proyecto de inversión que consiste en una aportación inicial de 70 mil dólares con ganancias de 10 mil dólares durante el primer año y un incremento de 5 mil en cada uno de los años sucesivos.

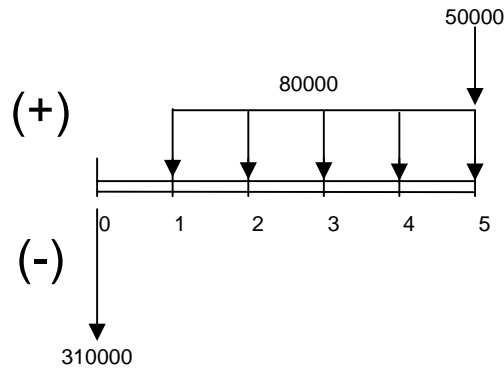
- a) ¿Cuántos años será necesario mantener el negocio con ganancias en aumento para que la TMA de este ingeniero sea de 18% anual?
- b) Si el inversionista exige más rendimiento al negocio y eleva su TMA a 25%.

Respuesta. *a) 9 años, b) 16 años*

P 5.12 Después de analizar económicamente un proyecto se obtuvieron las siguientes cifras; inversión inicial de 310 000 \$us; ganancia neta anual de 80 000 \$us cada año durante 5 años; valor de salvamento de los activos al final del 5to. año de 50 000 \$us. Las aportaciones de dinero para la inversión inicial fueron: accionistas 60%,

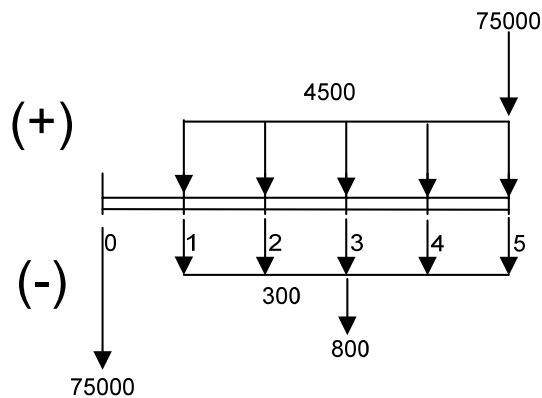
TMA = 12%; banco A 20% interés que cobra 13%; banco B 20% de la inversión y una tasa de interés por el préstamo de 16%.

Calcúlese la TMA mixta y determine la conveniencia económica de la inversión por el VAN.



Respuesta. Se rechaza la inversión

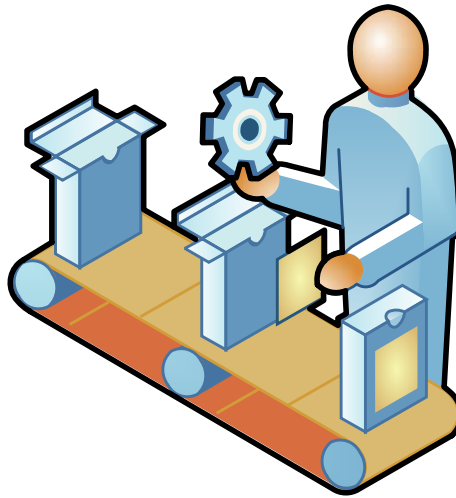
P 5.13 Se compró un departamento hace 8 años en 75 000 \$us, su gasto de mantenimiento anual fue de 300 \$us por año. Al final de tres años se gastó 800 \$us en reparación del piso. Ahora que ya han transcurrido los 8 años se vende en 75 000 \$us. Durante el período de propiedad se rentó el edificio en 4 500 \$us por año. Utilice el VAUE para evaluar esta inversión, la TMA es de 5% anual.



Respuesta. VAUE=290.38 \$us

CAPITULO 6

APLICACIONES A PROYECTOS INDUSTRIALES



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Conocer los tipos de evaluación de proyectos*
- ◆ *Recordar conceptos de activos y balance general*
- ◆ *Conocer la clasificación de costos*
- ◆ *Realizar análisis de depreciación*
- ◆ *Realizar análisis de pago de impuestos*
- ◆ *Realizar análisis de rentabilidad*

6.1 INTRODUCCIÓN

La preparación y evaluación de proyectos se ha transformado en un instrumento de uso prioritario entre los agentes económicos en cualquiera de las etapas de la asignación de recursos para implementar iniciativas de inversión.

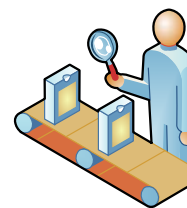
El objetivo del presente capítulo es poder establecer los tipos de evaluación de proyectos que se cuentan según la procedencia de la fuente de Financiamiento del capital y la naturaleza u objetivos del Proyecto, introduciendo conceptos básicos de una técnica que busca recopilar, crear y sistematizar un conjunto de antecedentes económicos que permita juzgar cualitativa y cuantitativamente los alcances de la ciencia económica.

También se pretende establecer una idea de las obligaciones impositivas que rigen en nuestro país dando a conocer los tipos de impuestos que existen y el porcentaje de pago.

Para muchos, la preparación y evaluación de un proyecto es un instrumento de decisión que determina si el proyecto es rentable o no y de ahí se toma la decisión de implementar o no dicho proyecto.

6.2 DEFINICIONES ADICIONALES

1. **Desarrollo sostenido.**- Mejoramiento del bienestar de la población considerando la capacidad de carga de la naturaleza; se piensa especialmente en las generaciones futuras.



2. **Sustentabilidad.**- Proceso de algo que puede mantenerse para siempre.

3. **Horizonte del proyecto.**- Es el período en el que se inscriben los costos y beneficios tomados en consideración para efectos de la evaluación económica y financiera en los proyectos de inversión.

4. **Tasa de actualización.**- Llamada también tasa de descuento, es igual al costo de capital del inversionista, costo que puede definirse como la tasa promedio

ponderado de interés que el inversionista tendrá que pagar para disponer de recursos marginales que invertir.

5. **Costo de oportunidad.**- Equivalente a la tasa promedio ponderada de máximos rendimientos marginales que dichos fondos podrían generar, en caso de ser utilizados en oportunidades de inversión alternativos.

6. **Costos de producción.**- Son los valores de los recursos de las materias primas, materiales, otros insumos y labor humana, que intervienen directa o indirectamente en el proceso de producción de los bienes ó servicios. Los costos de producción pueden ser directos o indirectos.

7. **Costos directos.**- Son los recursos que se incorporan físicamente al producto o a su empaque y accesorios que se comercializan conjuntamente, y de

las labores necesarias para el uso, manipuleo y transformación de dichos recursos.

8. **Costos indirectos.**- Son los recursos que, aunque participan en el proceso productivo, no se incorporan físicamente al paquete comercializado. Incluyen los materiales indirectos, la mano de obra indirecta y otros costos indirectos.

9. **Costos de operación.**- Son los utilizados para la administración del proceso, para la venta de los productos y para otras labores, servicios y obligaciones necesarias para sostener y contribuir a la producción sin intervenir directa ni indirectamente sobre ella.

10. **Depreciación.**- Económicamente es la pérdida de valor que experimenta un bien físico por efecto de su desgaste u obsolescencia.

11. **Obsolescencia.**- Es un concepto económico, y se refiere al atraso tecnológico relativo del bien de capital, frente a otros bienes similares, capaces de producir el mismo servicio de aquél.

12. **Cargos por depreciación.**- Son las cantidades que se deducen periódicamente (anualmente por lo general), del excedente generado por la producción para compensar la depreciación experimentada por los bienes de capital físicos.

13. **Amortización de intangibles.**- Son deducciones de fondos, contabilizados a partir del excedente, para cubrir en un plazo convencional (no mayor de 10 años) el valor de los bienes intangibles adquiridos en la etapa de inversiones, como gastos pre operativos.

14. **Financiamiento.**- Es la obtención de recursos reales.

15. **Recursos financieros.**- Son los instrumentos de pago convencionalmente utilizados como expresión simbólica del valor de los recursos reales adquiridos, ejemplo: el dinero, el cheque, órdenes de pago, letras, pagarés y otros títulos valores

16. **Demanda.**- Cantidad de bienes o servicios provenientes de una nueva unidad de producción que la comunidad o población estaría dispuesta a adquirir a determinado precio, calidad, ingreso, gustos etc.

17. **Oferta.**- Número de unidades de un determinado bien o servicio que los vendedores están dispuestos a vender a determinados precios.

18. **Capital de trabajo.**- Es el conjunto de recursos del patrimonio de la empresa, necesarios como activos corrientes para la operación normal del proyecto durante un ciclo operacional, para una capacidad utilizada y un tamaño dados.

19. **Ciclo operacional.**- Se entiende el proceso a cuyo inicio se adquieren los activos corrientes necesarios para la etapa de producción y comercialización y a cuyo término, después de pasar por dichas etapas, se recuperan los recursos financieros necesarios para iniciar un nuevo ciclo.

20. **Equivalencias financieras.**- Indiferencia entre una suma presente y una suma futura, o entre una suma presente y una serie de montos futuros.

21. **Inflación.**- Alza sostenida en el nivel general de precios.

22. **Coherencia.**- Los objetivos y metas del proyecto son concordantes con los objetivos y políticas de la empresa.

23. **Viabilidad.**- Posibilidad cierta de que en el medio donde se desarrollará el proyecto existan recursos físicos y humanos necesarios.

24. **Factibilidad.**- Posibilidad de que algo pueda ser realizado. Es un requisito o prueba de que es sometido un proyecto antes de su ejecución. Se realiza cuando se han concluido los estudios necesarios: factibilidad técnica, factibilidad económica y factibilidad financiera.

25. **Elaboración del presupuesto de efectivo.**- Pronóstico de los flujos futuros de efectivo de la empresa y los desembolsos en efectivo, por lo general sobre una base mensual.

26. **Tasa de descuento.**- Tasa de interés usada para determinar el valor de una corriente de flujos futuros de efectivo.

27. **Tasa de retorno atractiva mínima.**- Tasa de rendimiento mínimo requerido sobre la inversión en activos de capital. Tasa a la que resulta aceptable un proyecto.

28. **Valor de salvamento.**- Valor de un activo de capital al final del período de planificación. También se le conoce como valor de desecho.

6.3 TIPOS DE EVALUACIÓN DE PROYECTOS

Según la procedencia de la fuente de Financiamiento del capital y la naturaleza u objetivos del Proyecto existen tres tipos de Evaluación de Proyectos de Inversión:

- Evaluación Financiera
- Evaluación Económica
- Evaluación Social



Los tres tipos de Evaluación de Proyectos tiene un campo de acción ya definido, en cuyo proceso de medición utilizan técnicas e indicadores de medición en forma similar, existiendo diferencia en la Evaluación social de Proyectos el manejo de precios corregidos y/o precios sociales.

6.3.1 Evaluación financiera de proyectos

Es una técnica para evaluar Proyectos que requieren de Financiamiento de créditos, como tal, permite medir el valor financiero del Proyecto considerando el costo de capital financiero y el aporte de los accionistas. Evaluar un Proyecto de Inversión desde el punto de vista financiero o Empresarial consiste en medir el valor proyectado incluyendo los factores del Financiamiento externo, es decir, tener presente las amortizaciones anuales de la deuda y los intereses del préstamo en el horizonte de planeamiento.

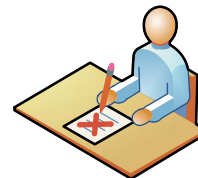
Este tipo de Evaluación permite comparar los beneficios que genera el Proyecto asociado a los fondos que provienen de los prestamos y su respectiva corriente anual de desembolsos de gastos de amortización e intereses.

La Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión se caracteriza por determinar las alternativas factibles u optimas de Inversión utilizando los siguientes indicadores:

- a) El Valor Actual Neto Financiero (VAN)
- b) La tasa Interna de Retorno Financiero (TIR)
- c) Factor Beneficio / Costo (B/C)

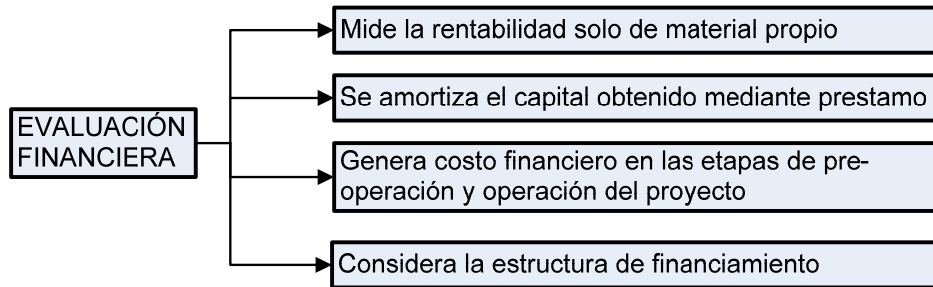


Estos indicadores son suficientes para decidir la ejecución o no ejecución del Proyecto y su posterior implementación de la actividad productiva o de servicio.



Cabe destacar, que evaluar un Proyecto de Inversión bajo los principios de Evaluación Financiera consiste en considerar el costo del dinero en el tiempo y el

valor de la emisión de las acciones de la Empresa, cuyo procedimiento permite conocer la verdadera dimensión de la Inversión total frente a los gastos financieros del Proyecto, que esta compuesto por la amortización anual de la deuda y la tasa de interés de préstamo.



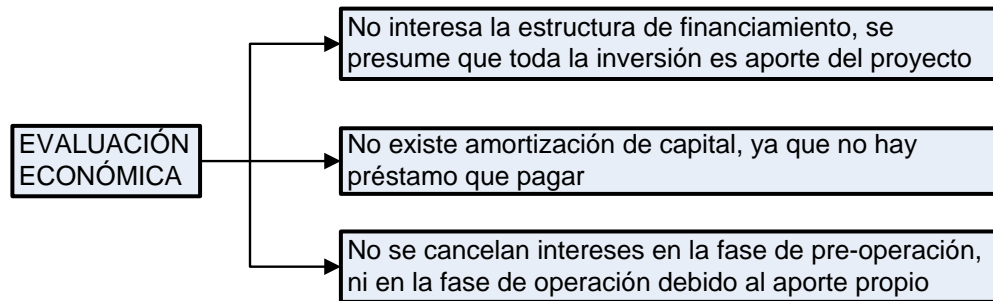
6.3.2 Evaluación económica de proyectos

Denominada también Evaluación del Proyecto puro, tiene como objetivo analizar el rendimiento y Rentabilidad de toda la Inversión independientemente de la fuente de Financiamiento. En este tipo de Evaluación se asume que la Inversión que requiere el Proyecto proviene de fuentes de Financiamiento internas (propias) y no externas, es decir, que los recursos que necesita el Proyecto pertenece a la entidad ejecutora o al inversionista. Examina si el Proyecto por si mismo genera Rentabilidad; las fuentes de Financiamiento no le interesan.



Cuantifica la Inversión por sus precios reales sin juzgar si son fondos propios o de terceros, por lo tanto sin tomar en cuenta los efectos del servicio de la deuda y si los recursos monetarios se obtuvieron con costos financieros o sin ellos, hablamos de los intereses de pre-operación y de los intereses generados durante la etapa de operación o funcionamiento del Proyecto.

Lo señalado se resume en el siguiente esquema:

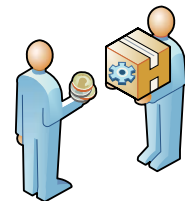


6.3.3 Evaluación social de proyectos

Impacto en grupos o clases sociales. Efecto del proyecto en la distribución de la riqueza y de los ingresos

6.4 NATURALEZA DE LAS INVERSIONES

El objetivo de este subtitulo es proponer y analizar los recursos monetarios y no monetarios necesarios para el proyecto.



Se denomina inversiones a los desembolsos que hay que efectuar desde los estudios de preinversión hasta la puesta en marcha del proyecto, lista para iniciar normalmente su funcionamiento en el año 1.

Las inversiones las podemos ubicar en dos rubros grandes que son:

- ◆ Inversión en Activos Fijos
- ◆ Inversión en Capital de Trabajo

6.4.1 Inversión en activos fijos

Son aquellos desembolsos de dinero que se efectúan para la adquisición de determinados activos que van a servir para el normal funcionamiento de la planta, estos son:

6.4.1.1 Tangibles

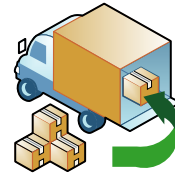
Tienen expresión física y están considerados: los terrenos, los edificios y construcciones, maquinarias y equipos, muebles y enseres, vehículos, etc.

6.4.1.2 Intangibles

No tienen expresión física, pero son gastos necesarios para la operación normal de la empresa, están comprendidos en este rubro: Todo tipo de estudios (perfil, prefactibilidad, factibilidad, estudios definitivos), los gastos de organización y constitución de la empresa (minutas, actas, registros, licencias, publicidad, derecho de llave, intereses preoperativos, capacitaciones en la puesta en marcha, etc.

6.4.2 Inversión en capital de trabajo

Se refiere al capital necesario que debe disponerse para operar sin dificultades durante un ciclo productivo básico del proyecto.



El ciclo productivo se entiende como el período que dura desde que los insumos ingresan al proceso de producción, se procesa y salen convertidos en producto terminado.

Ejemplo

El ciclo productivo para la elaboración de planes es de un día

El ciclo productivo para la producción de papas es de seis meses

El ciclo productivo para la producción de truchas desde un año

Sus principales rubros son: caja y bancos, para pago por remuneraciones, servicios, existencias, insumos, productos terminados, exigibles, garantía de local, etc.

Toda esta necesidad de dinero debe expresarse a través del tiempo, entonces conviene elaborar un cronograma de inversiones durante el horizonte del proyecto.

6.5. BALANCE GENERAL Y LA SITUACIÓN DE LA EMPRESA

Los estados contables son informes resumidos de aquellas actividades de la empresa que pueden ser expresados en términos monetarios, se refieren a uno o varios aspectos mensurables de la misma obtenida en un momento dado. El alcance de tiempo entre un estado y el siguiente, puede ser aplicado a diferentes períodos como ser: mes, trimestre, semestre o año.

6.5.1. Balance general

Bajo este nombre, que muy bien podría ser substituido por el de *Resumen de Inventario General*, se presenta un listado completo de los recursos con que cuenta la empresa y de lo que debe en un momento dado, expresado en términos monetarios. Su formato es convencional para permitir además de una clasificación ordenada de sus elementos, facilitar el análisis metodológico siguiendo un criterio definido.

Contiene dos grandes partes, una correspondiente al origen de los recursos, y la otra a la distribución y destino asignados a los mismos, produciéndose una igualdad entre ambas partes.

La ecuación del Balance General se expresará así:

$$\text{ACTIVOS} = \text{Pasivos} + \text{Patrimonio}$$

Total de recursos empleados en la empresa	=	Total de recursos obtenidos por la empresa
ACTIVOS	=	PASIVO +PATRIMONIO
Los bienes que se tienen en el momento dado para usar u operar	=	Lo que se debe en el mismo momento a los propietarios de la firma o terceros

6.5.1.1 Activo

Son bienes o recursos de uso o de cambio que posee la firma para operar un movimiento económico. En el caso de empresas con fines de lucro, para generar beneficios y, en el caso de empresas sin fines de lucro, para cumplir los objetivos que correspondan al tipo de entidad.

Estos bienes pueden estar formados por dinero efectivo, dinero en bancos, por cuentas por cobrar a terceros, por inventarios de diferentes clases a ser comercializados o transformados, etc., o por bienes de uso, como terrenos, edificios, muebles, equipos, vehículos, etc. o ciertos valores intangibles que explicaremos más adelante.



➤ Activo circulante.

Los bienes de intercambio y que pueden convertirse en dinero con relativa facilidad en el curso de un año, o que son dinero por sí mismos, son los recursos que forman el activo circulante. Sin embargo, algunos ítems dentro del inventario, podrían tener una estabilidad mayor a un año y seguir siendo parte del activo circulante. Igual fenómeno sucede en la actividad industrial, con ciertas materias primas o procesos de producción, que por su naturaleza deben permanecer entre los bienes de cambio por tiempos mayores, un ejemplo típico es la malta: en proceso de maceración para la elaboración de licores.

➤ Activo exigible

Es dinero a cobrar o recuperar de:

Documentos por cobrar: deudas de terceros con documento oficial de créditos: Letras de cambio, pagarés, etc.

Cuentas por cobrar: generalmente son deudas de terceros, sin documento oficial.

Cientes, deudores, obligaciones por cobrar: son otros nombres de cuentas para mostrar dineros a cobrar y que pueden substituir a los anteriores según el mejor criterio del contador.

Deudas de empleados: obligaciones que tienen los miembros del personal de la firma, por anticipo de sueldos, préstamos, vales, etc.

➤ **Activo disponible**

Es dinero en forma de:

Caja: moneda de curso corriente para operaciones.

Caja chica: moneda de curso corriente separada de la anterior, para cubrir gastos menores y frecuentes.

Bancos: moneda depositada en uno o más bancos, para operaciones.

Caja de ahorros: moneda depositada en bancos o instituciones de ahorro especializadas.



➤ **Activo realizable**

Son valores de cambio formado por:

Inventarios: valores invertidos en productos, destinados al cambio, venta o transferencia en otros productos para su venta posterior.

Pueden darse varios nombres según el caso como: Inventario de mercancía, de materias primas de productos en proceso, de Productos terminados, de suministros indirectos para la producción, etc.

Efectos o valores a negociar: se denominan así las inversiones temporales en otras empresas, en forma de acciones, bonos u otros.

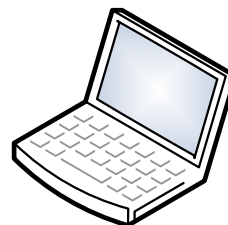
➤ **Activo diferido**

Son de corto plazo como ser:

Gastos diferidos: anticipos por cualquier concepto que se convertirá en gastos en el futuro próximo, como alquileres, seguros o impuestos pagados por adelantado.

➤ Activo fijo

Constituido por los bienes tangibles destinados al uso y cuya duración se estima en mucho tiempo. Están sujetos generalmente al desgaste natural por el uso o por el tiempo, así como pueden ser susceptibles de revalorización por disposiciones legales. Incluye edificios, construcciones, planta y equipo, muebles, propiedades agrícolas, mineras, bosques, vehículos, etc. La forma de calcular y contabilizar ese desgaste se analiza en el capítulo V bajo el tema Depreciación y Agotamiento.



6.5.1.2 Pasivo

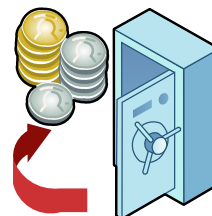
En forma general, un pasivo es una obligación de la empresa para con terceros que debe ser cubierta en un plazo corto o largo según las condiciones del crédito y que está garantizada por los valores del activo.

➤ Pasivo circulante

Son obligaciones de la empresa a ser cubiertas dentro de un plazo corto, generalmente, no mayor a un año. Se incluyen en esta categoría, las deudas a proveedores, obligaciones bancarias y otros valores recibidos a cambio de un bien o servicio aún no entregado o prestado. Ejemplos: el pago hecho por terceros a la empresa como anticipo para efectuar una orden de trabajo, los alquileres recibidos por adelantado, etc.

➤ Pasivo a largo plazo

Las deudas de la empresa a ser cubiertas en plazo mayor a un año corresponden a esta categoría de Pasivos, también llamado simplemente *Otros Pasivos*. Los préstamos a largo plazo son generalmente empleados en bienes duraderos o de uso, como ser el activo fijo. Pudiendo esos activos constituir la garantía, de la obligación, tal el caso de los *Préstamos Hipotecarios*, donde la



garantía es un bien del activo fijo en forma específica. Pero esta situación no es general, pues todos los activos, garantizan de los pasivos, sean a corto o largo plazo, salvo especificación expresa en el convenio de préstamo. Otros Pasivos a largo plazo típicos en América del Sur, son los obtenidos de instituciones de crédito nacional o internacional para fines de desarrollo y que son cubiertos en períodos que van desde tres a 20 años, o más. La alícuota parte que debe cubrirse dentro del año inmediato, es traspasada al pasivo circulante, por convertirse esa parte en deuda a corto plazo. Las reservas que figuran bajo el título de *Reservas para Beneficios Sociales* son también parte de los pasivos a largo plazo.

6.5.1.3 Patrimonio

Se denomina como patrimonio, la diferencia entre el Activo Total y los Pasivos a corto y largo plazo. Está conformada por las obligaciones de la empresa para con él o los dueños de la firma. Se suelen incluir también dentro de este rubro, las reservas que no sean comprometidas a terceros como reservas legales, reservas para futuras contingencias y otras que provienen de la distribución teórica de las utilidades de cada período.

Las dos cuentas típicas del patrimonio son: *Capital y Utilidades retenidas o acumuladas*.

La cuenta *Capital* representa al dueño del negocio. En el caso de sociedades y según el tipo de sociedad establecida, se puede también denominar *Capital Social*, *Capital Pagado*, *Capital en Acciones*, etc. A manera de ilustración de los conceptos dados, significación ordenamiento y formato, la siguiente tabla nos muestra el Balance General de la firma RyS Cia. La suma total de ambos lados del Balance, no tiene mayor significación que la de establecer la igualdad del Balance.

➤ Concepto de “debe y haber” de las cuentas.

Para que exista una igualdad, es necesario contar por lo menos con dos elementos. Si partimos del hecho de que el Balance General es expresado por una igualdad ya descrita y



que todos los demás estados contables se representan en la misma forma, es lógico suponer que las operaciones intermedias y básicas de donde proceden, son también igualdades. Para ello, la contabilidad ha recurrido al uso de una herramienta denominada *cuenta*, que acumule todas las modificaciones que suceden en un ítem específico, sea por ejemplo, dinero, inventarios, muebles, deudas y otros.

Cada una de estas cuentas está sujeta a dos cambios: aumentos o disminuciones. El aumento o disminución de una cuenta, significará el aumento o disminución simultánea en otra cuenta. O sea, que toda transacción, afectará a dos o más cuentas.

Ejemplo: Si hoy se tiene \$ 1.000.- y se compra mercaderías por \$ 200.- habrá simultáneamente una disminución en Caja de \$ 200.- y un aumento de Inventarios por la misma suma. Si posteriormente se vende esta mercadería por \$ 300.- habrá un aumento en Caja por \$ 300.- y una disminución de la mercadería en \$ 200.- además de un aumento o aparición de utilidades por \$ 100.-. Así sucesivamente, se irán produciendo cada día muchas operaciones de toda índole que significan cambios en el Balance General y en los demás estados contables. Como quiera que estos cambios no se registran directamente en el Balance por cada transacción que se efectúa, las cuentas acumularán todas las operaciones, y se resumirán periódicamente, para mostrar la situación al fin de cada período seleccionado.

➤ Características de las cuentas y su manejo.

Sea el sistema usado, manual, mecánico o electrónico las características de las cuentas y su manejo, son las mismas y se pueden sintetizar en las siguientes:



- 1) Toda cuenta llevará dos columnas, una para registrar los aumentos y otra para las disminuciones.
- 2) La columna del lado izquierdo se denomina DEBE y la columna del lado derecho HABER. Cuando se anota una cantidad en el DEBE se dice, debitar o cargar, cuando se anota en el lado HABER se dice, acreditar, abonar, datar.
- 3) Cuando la suma del lado DEBE es mayor a la suma del lado HABER, se dice que hay *Saldo Deudor* y cuando la suma del HABER es mayor a la del DEBE, se dice que hay *Saldo Acreedor*, si son iguales el saldo es *cero o nulo*.
- 4) **Abrir** una cuenta es registrar un valor por primera vez. **Cerrar** una cuenta es igualar las sumas de ambos lados, estableciendo el saldo que corresponda en cada caso. **Reabrir** una cuenta es registrar el saldo anterior, deudor o acreedor para continuar operaciones.

DEBE		CUENTA CAJA				HABER	
Apertura							
	Aporte Inicial 1/enero	Bs	1500	.-	Muebles	Bs	300 .-
Registros acumulados	Préstamo banco	Bs	900	.-	Inventarios	Bs	1700 .-
	Ingreso Ventas	Bs	700	.-	Equipo	Bs	80 .-
					Vehículos	Bs	100 .-
					Gastos	Bs	100 .-
Cierre					Saldo 30/enero	Bs	820 .-
Reapertura		Bs	3100	.-		Bs	3100 .-
	Reapertura	Bs	820	.-			

6.5.2 Estados de resultados proyectados y el flujo neto de efectivo

Los estados de resultados proyectados proporcionan información para la toma de decisiones en salvaguarda de los intereses de la empresa, en tal sentido la precisión y la veracidad de la información que pueda contener es importante, mientras que el flujo neto de efectivo es un estado financiero en el cual se registran los ingresos y egresos generados en un periodo determinado, es decir que el flujo neto de efectivo es el saldo entre los ingresos y egresos de un periodo determinado.

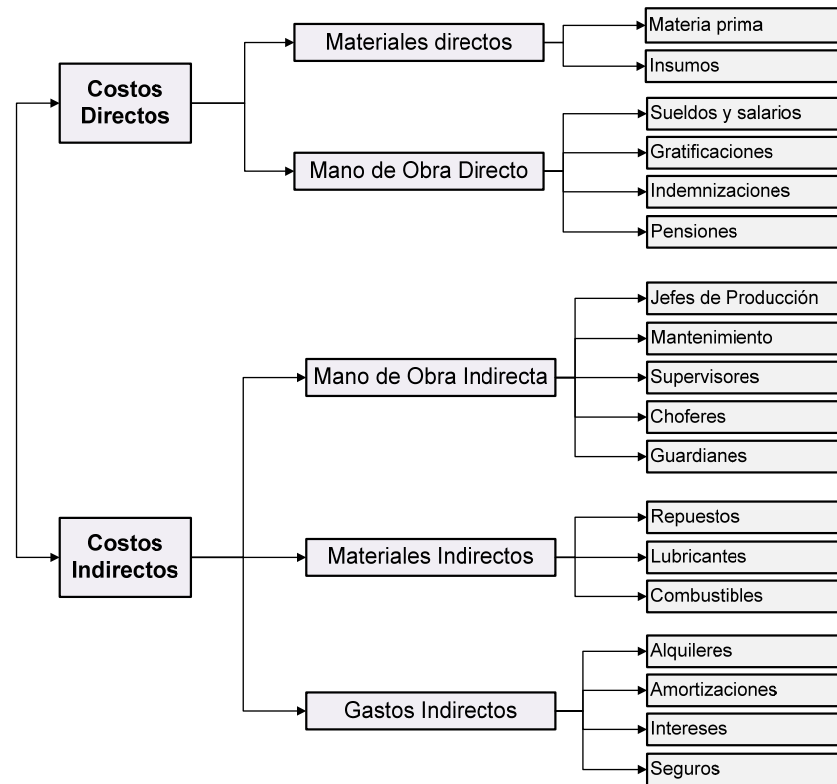
6.6 CLASIFICACIÓN DE LOS COSTOS

Las clasificaciones son útiles para llamar la atención sobre el origen y el efecto de los Costos que tienen algo que ver con el resultado final del Proyecto, en este capítulo estudiaremos dos formas de clasificar los Costos: según su forma de imputación (por objeto de gasto) y según su variabilidad productiva. En ambos casos los resultados finales son iguales, por lo tanto el proyectista puede asumir cualquiera de ellos.



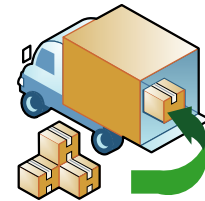
6.6.1 Según su forma de imputación o fabricación

Estos Costos se clasifican como Costos Directos y Costos Indirectos; el primero está conformado por la Mano de Obra Directa y los materiales directos, el segundo está conformado por la mano de obra indirecta, materiales indirectos, servicios y seguros.



6.6.1.1 Costos directos

Son aquellos Costos de los recursos que se incorporan físicamente al producto final y a su empaque. Ambos se comercializan conjuntamente. El costo directo también contempla las labores necesarias para el manipuleo y transformación de dichos recursos.



Los Costos directos se transfieren directamente al producto final y están constituidos por los siguientes rubros:

Materias Primas Directas: Son Recursos Materiales que en el proceso productivo se incorporan y transforman en una parte o en la totalidad del Producto Final. Por ejemplo, la harina es la materia prima del pan, la tela de la ropa, el acero de la maquinaria pesada, los materiales de Construcción en una Obra Civil, etc.



Materiales Directos: Se refiere a todos aquellos artículos transformados que acompañan al producto final y no constituyen parte de el, pero son comercializados de manera conjunta, tal es el caso de los envases, envolturas, cajas de empaque y embalaje, etiquetas, accesorios, repuestos, etc.

Mano de Obra Directa: Es la fuerza de trabajo empleada para extraer, producir o transformar la materia prima en bien final. Esta partida consigna las remuneraciones, beneficios sociales, aportes destinados a la seguridad social, primas por horas extraordinarias y comisiones que perciben los trabajadores que ejecutan una labor directa para la transformación de la materia prima en artículos finales.

Como ejemplo de la Mano de Obra Directa tenemos a los trabajadores que preparan la mezcla de los agregados en una construcción de un edificio, los operadores de las maquinarias y equipos, en fin, todas aquellas personas que de una manera u otra manera intervienen en el proceso de Producción de un bien. Si se trata de la Producción de servicios, nos referimos a los profesores de una escuela, a los ingenieros y trabajadores que hicieron la obra civil de dicha escuela, el personal medico de una clínica, etc.

Por lo general los *COSTOS DIRECTOS* se relacionan con los *COSTOS VARIABLES*.

6.6.1.2 Costos indirectos

Son Costos de los recursos que participan en el proceso productivo; pero que no se incorporan físicamente al producto final. Estos Costos están vinculados al periodo productivo y no al producto terminado, entre ellos tenemos:



Materiales Indirectos: Son Insumos que no se pueden cuantificar en el producto elaborado ni forman parte de el; pero sin su concurso no seria posible la Producción de bienes finales.

Están constituidos por suministros que coadyuvan o influyen en la Producción, por ejemplo combustibles, lubricantes, útiles de limpieza, herramientas y equipos de trabajo, materiales de mantenimiento etc.

Mano de Obra Indirecta: Es aquella mano de obra que no interviene directamente en la Producción o transformación de la materia prima y en la obtención del producto final, por ejemplo todos los jefes del departamento de Producción, como el gerente de Planta, etc.



En este rubro se incluyen beneficios sociales, aportes institucionales, seguridad social y otras retribuciones que deben darse al personal.

Gastos Indirectos: Son gastos que emergen de las actividades de explotación, fabricación o transformación de la materia prima, es decir son todos aquellos Costos que se generan en el área de Producción, se dan por causa de las actividades productivas. Estos gastos nos encontramos incluidos en las partidas anteriores y responden a la categorización de costo Fijo. A diferencia de los Costos directos, los Costos indirectos, pueden clasificarse tanto en Costos Fijos como variables.

Gastos de Administración: Estos Gastos provienen de las actividades realizadas en la fase del funcionamiento administrativo de la Empresa y no pertenecen al área de Producción, ventas o distribución. Contempla los sueldos, salarios y beneficios sociales de la gerencia general y del personal de los diferentes departamentos de la Empresa (Contabilidad, Planificación, Personal, Administración, etc.) Se excluye el personal de área productiva (Planta o Fabrica) y de comercialización.



Incluye además gastos de representación, energía eléctrica, aportes institucionales, teléfono, fax, agua, seguros sobre bienes y personas, alquileres, materiales y útiles de oficina, gastos de mantenimiento y/o reparación de los activos fijos de esa dependencia, en fin, todos los gastos que se incurra en la fase de funcionamiento administrativo de la Empresa.

Impuestos y Patentes: Son los pagos que se hacen al fisco y/o a las municipalidades por conceptos de diversa naturaleza que afectan a la Empresa, en tal caso de los Impuestos directos e indirectos nacionales o municipales; patentes (Forestales, Mineras y Petroleras); tasas, etc. En fin, en este rubro se consigna n aquellos tributos contemplados en la legislación vigente de cada país. En el caso de Bolivia los Impuestos se encuentran fijados en la Ley 843 (Texto Ordenado).



Cabe señalar que son parte del costo aquellos Impuestos directos o indirectos, patentes, regalías y tasas que efectivamente serán cancelados por el Proyecto.

En nuestra legislación tributaria, no se contempla como tributos deducibles (reducibles) el Impuesto al valor agregado, el Impuesto a las utilidades de las Empresas y el Impuesto a las transacciones, estos conceptos deberán ser tomados en cuenta por el proyectista para no sobreestimar o subestimar el costo del producto.

Se denominan Impuestos directos, aquellos tributos que gravan directamente a las rentas o utilidades de las personas jurídicas o personas naturales, en nuestro caso los principales son:

Impuesto a las Utilidades de las Empresas (IUE), el régimen complementario al Impuesto al valor agregado (RC-IVA), Impuestos a viajes al exterior, otros Impuestos directos (régimen tributario simplificado y régimen tributario integrado), Impuestos municipales a la propiedad de bienes inmuebles y vehículos, patentes municipales (Son pagos que realizan las personas naturales o jurídicas por la realización de actividades económicas dentro de una determinada jurisdicción municipal), regalías (Son pagos que realizan las personas naturales o jurídicas por la explotación de recursos naturales renovables o no renovables), etc.

Se denominan Impuestos Indirectos, aquellos tributos que gravan a los bienes y servicios por concepto de pagos que realizan las personas naturales o jurídicas entre ellos se tiene el Impuesto a las Transacciones (IT), el Impuesto al Valor Agregado (IVA), el Impuesto al Consumo Específico (ICE), Gravamen Aduanero Consolidado (GAC),

Impuesto Especial a los Hidrocarburos y sus Derivados (IEHD), Impuesto Municipal a las Transferencias de inmuebles y vehículos (IMT), etc.

Dependiendo del tipo de Impuesto, estos pueden clasificarse como fijos o variables.

Depreciación: Esta partida contable es tratada de manera separada dado que para este rubro no se requiere un análisis corriente de liquidez y son cargos que se deducen anualmente por el desgaste de los bienes de capital. La Depreciación se calcula sobre la base del costo de adquisición de las Inversiones tangibles, para fines tributarios no debe incluirse como monto sujeto a Depreciación el IVA que se refleja en las facturas de compra del activo fijo, su conceptualización responde al criterio de costo fijo.



Amortización diferida: Son erogaciones incurridas en la etapa Pre-Operativa por concepto de Inversiones realizadas en activos diferidos o intangibles. Su amortización se efectúa sin considerar al Impuesto al Valor Agregado. Se clasifica como costo fijo.

En los Proyectos se consideran los Costos contables como la Depreciación y amortización diferida para fines tributarios, toda vez que los mismos permiten disminuir la base imponible dando lugar a una reducción en el pago de Impuestos a las utilidades de las Empresas. La Depreciación y amortización diferida, no constituyen egresos en efectivo de caja, el gasto se produjo cuando se adquirió el activo, pero su inclusión como costo en el estado de pérdidas y ganancias ayuda a pagar menos Impuestos.

Costo Financiero: Se refiere a los intereses que se pagan de operación del Proyecto por los capitales obtenidos mediante préstamo, se considera como costo fijo, para minimizar el pago de intereses; es recomendable que cada préstamo a obtenerse se solicite en varios desembolsos de acuerdo al cronograma de las Inversiones que se pretende financiar. En general los gastos de administración, comercialización e intereses son Costos que se generan en el área no productiva de la Empresa.

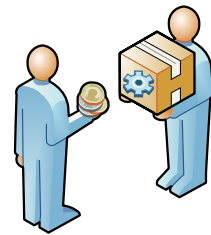


6.6.2. Según su variabilidad

La segunda forma de clasificación está representada por la variabilidad de los Costos totales (CT), que se dividen en sus dos componentes Costos Fijos totales (CFT) y Costos Variables totales (CVT).

6.6.2.1. Costos fijos

Son aquellos Costos en que necesariamente se tienen que incurrir al iniciar operaciones, es decir representan los Costos que debe pagar el Proyecto aun cuando produzca nada. Se definen como Costos Fijos porque permanecen constantes a los diferentes niveles de producción mientras el Proyecto se mantenga dentro de los límites de su capacidad productiva (tamaño de planta).



Los Costos Fijos aumentaran, obviamente, si se aumenta la capacidad productiva. Toda ampliación en la capacidad productiva se logra mediante la adquisición de maquinarias y equipos adicionales y la ampliación de la planta. Esto, posiblemente requiera el empleo de un numero mayor de personal ejecutivo y un incremento de otros gastos imputables como Costo Fijo.

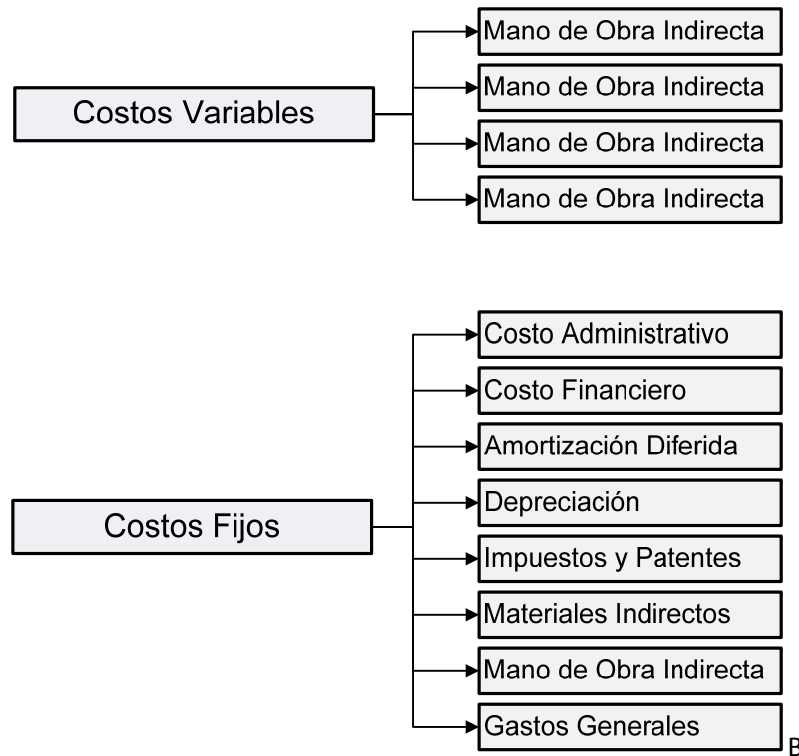
En esta categoria se consignan todos los mostrados posteriormente, en el esquema.

6.6.2.2. Costos variables

Son aquellos que varían al variar el volumen de Producción, los Costos Variables se mueven en la misma dirección del nivel de Producción. Vale decir, varían en forma directa con el cambio de volúmenes de Producción. A menor nivel de Producción los Costos Variables se incrementan y a menor Producción los mismos Costos disminuyen.

La decisión de aumentar las cantidades producidas implica el uso de más materia prima, materiales directos, Mano de Obra Directa, gastos efectuados en la distribución del producto (transporte, publicidad, gastos de despacho, etc.), comisiones por ventas, etc.

También el costo total tiene su componente unitario, el mismo que se estudiara en las siguientes paginas con la finalidad de establecer el costo unitario de Producción.



Dentro de la división general, el costo total es la suma del costo fijo total con el costo variable total.

$$C_T = C_{FT} + C_{VT} \quad \text{Ec. (6.1)}$$

Una vez analizadas las dos formas de clasificar los Costos, se puede afirmar que cualquiera que sea la modalidad adoptada no influye en el resultado del Proyecto. Se debe prestar especial atención a los Costos, ellos finalmente determinan el precio de venta del bien o servicio lo que a su vez influye en el consumo del producto ofrecido por el Proyecto.

Tanto la clasificación por su forma de imputación como por su variabilidad se interrelacionan entre si, porque el costo directo tiene su componente variable y el

costo indirecto su componente fijo con algunas excepciones, donde existen dos elementos, uno fijo y el otro variable, denominados también Costos mixtos.

6.7. CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN

Capacidad de producción es el máximo nivel de actividad que puede alcanzarse con una estructura productiva dada. El estudio de la capacidad es fundamental para la gestión empresarial en cuanto permite analizar el grado de uso que se hace de cada uno de los recursos en la organización y así tener oportunidad de optimizarlos.



Los incrementos y disminuciones de la capacidad productiva provienen de decisiones de inversión o desinversión (Ej.: adquisición de una máquina adicional).

También puede definirse como cantidad máxima de producción en la nomenclatura surtido y calidad previstos, que se pueden obtener por la entidad en un período de tiempo con la plena utilización de los medios básicos productivos bajo condiciones óptimas de explotación

6.8. ANÁLISIS DE DEPRECIACIÓN

Depreciación significa bajar de precio, y se refiere a la utilización de un activo fijo o tangible, el cual, debido a su uso, disminuye de precio. Por ejemplo: si se compra un automóvil y se utiliza durante un año, independientemente de la intensidad del uso que se le haya dado, ese automóvil tendrá un precio menor que el original al cabo de un año.



6.8.1. Tipos de depreciación

Según a pasado el tiempo se han cambiado los métodos de depreciación. Algunos de estos son:

Antes de 1981 se podían elegir varios métodos para depreciar bienes puestos en servicio. Los más utilizados fueron el método de la Línea Recta (LR), Saldo Decreciente (SD) y Suma de los Dígitos de los Años (SDA), a estos métodos en conjunto son métodos clásicos u históricos de depreciación.

Después de 1980 y antes de 1970 los bienes tangibles puestos en servicio durante este periodo se debían depreciar mediante el Sistema de Recuperación de Costo Acelerado (SRCA).

Después de 1986 La ley de Reforma de Impuestos de 1986 (TRA 86) fue una de las mayores reformas de impuestos a las utilidades en la historia de Estados Unidos. Esta ley modifico el SRCA anterior puesto en marcha según el ERTA y requiere la aplicación del Sistema Modificado de Recuperación de Costo Acelerado (SMRCA) para la depreciación de bienes tangibles puesto en servicio después de 1986.

En este punto se hablara solo de los métodos clásicos de depreciación como ser el método LR y el DSA

6.8.1.1 Depreciación lineal

El modelo en línea recta es un método de depreciación utilizado como el estándar de comparación para la mayoría de los demás métodos. Obtiene su nombre del hecho de que el valor en libros se reduce linealmente en el tiempo puesto que la tasa de depreciación es la misma cada año, es 1 sobre el periodo de recuperación. Por consiguiente, $d=1/n$.

La depreciación anual se determina multiplicando el costo inicial menos el valor de salvamento estimado por la tasa de depreciación d , que equivale a dividir por el periodo de recuperación n . En forma de ecuación.

$$D_t = (P - VS) \cdot d$$

Ec. (6.2)

$$D_t = \frac{P - VS}{n} \quad \text{Ec. (6.3)}$$

Donde $t = \text{año } (t = 1, 2, \dots, n)$

D_t = cargo anual de depreciación

P = costo inicial o base no ajustada

VS = valor de salvamento estimado

d = tasa de depreciación (igual para todos los años)

n = vida útil o vida sujeta a depreciación del activo

Dado que el activo se deprecia por la misma cuantía cada año, el valor en libros después de t años de servicio, VL_t (Valor en libros), será igual a la base no ajustada B menos la depreciación anual, multiplicado por t .

$$VL_t = P - t \cdot D_t \quad \text{Ec. (6.4)}$$

D_t = cargo anual de depreciación

P = costo inicial o base no ajustada

t = periodo durante el cual se desea conocer el valor en libros $n \geq t$

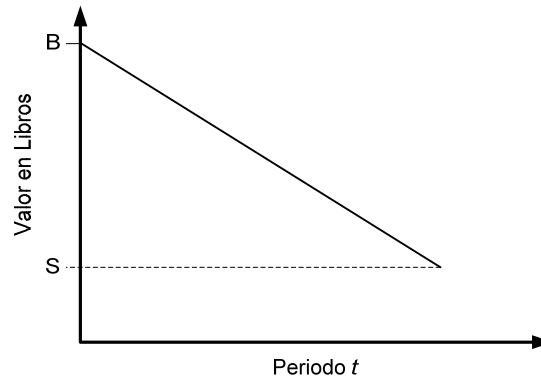
Anteriormente se definió d , como la tasa de depreciación para un año específico t . No obstante, el modelo LR tiene la misma tasa para todos los años, es decir,

$$d = d_t = \frac{1}{n} \quad \text{Ec. (6.5)}$$

d = tasa de depreciación (igual para todos los años)

n = vida útil o vida sujeta a depreciación del activo

Gráficamente se muestra



El valor en libros se puede obtener como:

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

Ec. (6.6)

Donde:

n = vida útil o vida sujeta a depreciación del activo

t = periodo durante el cual se desea conocer el valor en libros $n \geq t$

Ejemplo 6.1

Se cuenta con un activo el cual tiene un valor de compra de 500 000 Bs. Se desea depreciarlo mediante el método de Línea Recta a un porcentaje de 25% anual. Determine el cargo anual por depreciación y el valor en libros

Solución

Como el porcentaje de depreciación indica la vida útil del activo, el 25% indica una vida útil de 4 años, por lo cual el cargo de depreciación se puede calcular como:

$$\text{Cargo anual} = \text{Valor original}(P) \cdot \% \text{ de depreciación}$$

$$\text{Cargo anual} = 50000 \cdot 0.25 = 12500 \text{ Bs}$$

Ó

$$D_t = \frac{P - VS}{n}$$

$$D_t = \frac{50000 - 0}{4} = 12500 \text{ Bs}$$

Para el año 2 el valor en libors es

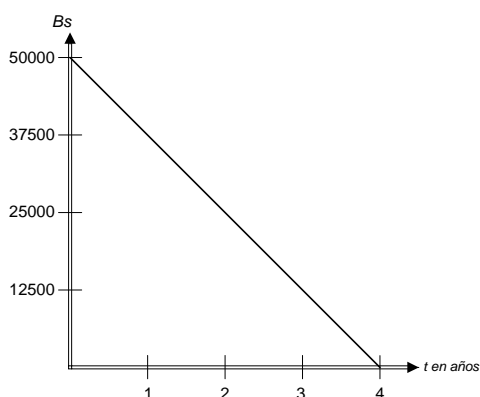
$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

$$VL = 50000 - \left(\frac{50000 - 0}{4} \right) \cdot 2$$

$$VL = 25000 \text{ Bs}$$

Estableciendo en una tabla se tiene.

Año	Cargo anual	Valores en libros
0	0	50000
1	12500	37500
2	12500	25000
3	12500	12500
4	12500	0



6.8.1.2 Depreciación acelerada suma de los dígitos de los años

Bajo este método el cargo anual por depreciación se obtiene multiplicando el valor neto por depreciar ($P - VS$) por una fracción que resulta de dividir el numero de años de vida útil restante entre la suma de los dígitos de los años 1 a n de la vida útil del activo.

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

Ec. (6.7)

El valor en libros es:

$$VL_t = VL_{t-1} - D_{ti}$$

Ejemplo 6.2

Para el ejemplo anterior determine el cargo anual por depreciación y el valor en libros según el método de depreciación acelerado de los dígitos de los años

Solución

El cargo anual es:

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

Para el año 1 es:

$$D_t = \left[\frac{4 - (1 - 1)}{\frac{4 \cdot (4 + 1)}{2}} \right] \cdot (50000 - 0)$$

$$D_t = 20000 \text{ Bs}$$

$$VL = 50000 - 20000 = 30000 \text{ Bs}$$

Para el año 2 es:

$$D_t = \left[\frac{4 - (2 - 1)}{\frac{4 \cdot (4 + 1)}{2}} \right] \cdot (50000 - 0)$$

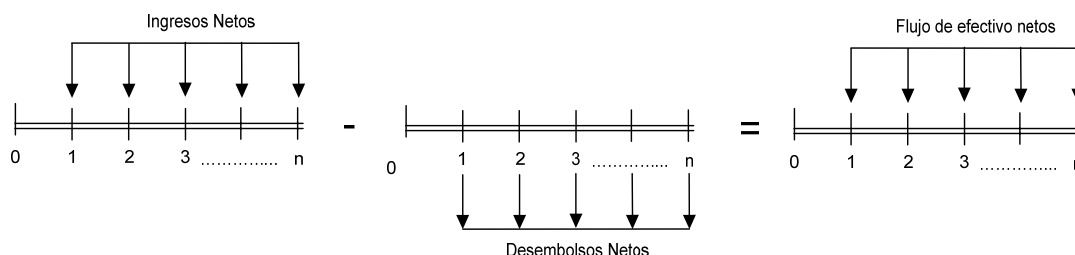
$$D_t = 15000 \text{ Bs}$$

$$VL = 30000 - 15000 = 15000 \text{ Bs}$$

Año		Cargo anual	Valores en libros
0		0	50000
1	4	(4/10)·50000= 20000	30000
2	3	(3/10)·50000= 15000	15000
3	2	(2/10)·50000= 10000	5000
4	1	(1/10)·50000= 5000	0
10			

6.9 FLUJOS NETOS DE EFECTIVO

Es la diferencia entre los ingresos netos y los desembolsos netos, descontados a la fecha de aprobación de un proyecto de inversión con la técnica de "valor presente", esto significa tomar en cuenta el valor del dinero en función del tiempo.



6.10 ANÁLISIS DEL PAGO DE IMPUESTOS

Analizaremos tres Impuestos que se deben aplicar de forma legal en toda Obra Civil, el estudio de las mismas nos permitirá calcular una utilidad neta, es decir cumpliendo de manera legal, Estos Impuestos se paga al Estado, los cuales son:

1. IMPUESTO AL VALOR AGREGADO (I.V.A.) Anexo B.
2. IMPUESTO A LAS TRANSACCIONES (I.T.) Anexo B.
3. IMPUESTO SOBRE LAS UTILIDADES (I.U.E.) Anexo B.



A manera de resumen simplemente pondremos el valor de las alícuotas a pagar por estos tres Impuestos de estudio.

Para el Impuesto al Valor Agregado (I.V.A.), su alícuota es del 13%

Para el Impuesto a las Transacciones (I.T.), su alícuota es del 3%

Para el Impuesto sobre las Utilidades (I.U.E.), su alícuota es del 25%

6.10.1 Impuestos al valor agregado

Valor agregado

Es la incorporación de valor que hace cada uno de los agentes económicos: proveedores de materia prima, productores, vendedores, etc., en el circuito de la producción de bienes y servicios.

Impuesto al valor agregado

Este tributo grava ese valor agregado (valor adicionado), que ha sido incorporado en cada una de las fases de la producción o comercialización de un bien o servicio.



El impuesto actúa en forma independiente dentro los procesos de producción y comercialización del producto o mercadería, por lo tanto no debe incluirse en su costo. En otras palabras, no tienen que producirse distorsiones en el movimiento contable ni en el cálculo del costo, porque la aplicación se hace al final de cada etapa de producción, distribución o venta de las mercaderías. Este impuesto se paga cada vez que un agente económico incorpora un valor agregado, a diferencia del clásico impuesto sobre ventas que se traduce en un solo pago al producirse la venta final del bien o servicios.

Impuesto al valor agregado en Bolivia

¿Por qué se implanta el IVA?

- Para armonizar nuestro sistema tributario con la normativa internacional y mundial, que exige un Impuesto sobre el Valor Agregado que no distorsione las condiciones de competencia, ni obstaculice la libre circulación de bienes y servicios entre los países..
- Para tener un impuesto que grave únicamente el aumento del valor añadido experimentado en cada fase de los procesos de producción y distribución de bienes o servicios, sustituyendo de esta manera una serie de impuestos sobre las ventas.

El IVA es un impuesto que recae sobre la venta de todo bien mueble situado o colocado en el territorio nacional, los contratos de obras, de prestación de servicios y toda otra prestación, cualquiera fuere su naturaleza, así como las importaciones definitivas.

Sin embargo, no se trata de un impuesto que vaya a ser pagado (soportado) definitivamente por la persona jurídica o natural sujeta a este impuesto, ya que su

finalidad es recaer sobre el consumidor final de los bienes y servicios entregados o prestados por dichos sujetos. Para ello, se debe trasladar (repercutir íntegramente) el IVA sobre aquellos compradores o consumidores de un determinado bien o servicio.

Dentro del IVA tenemos el DEBITO, determinado por el total de las ventas y el CRÉDITO, que es obtenido por la compra de bienes, servicios o importaciones, LA DIFERENCIA, SI ES POSITIVA, DEBERÁ SER INGRESADA; SI ES NEGATIVA, DARÁ DERECHO A UN CRÉDITO FISCAL, el que puede ser utilizado en períodos posteriores.

Método de cálculo para el impuesto al valor agregado

En nuestro sistema impositivo, el cálculo del impuesto se efectúa de la siguiente manera:

Método de Cálculo por sustracción

Nuestro país adoptó este método, que consiste en establecer la base imponible por la DIFERENCIA que se determina entre las VENTAS y las COMPRAS realizadas por los contribuyentes en un período dado, sea un mes o un bimestre.

Ejemplo 6.3

	VENTAS	COMPRAS	DIFERENCIA	IMPUESTO
En un mes	15.000.-	10.000.-	5.000.-	650.-
Impuesto 13%	1.950.-	1.300.-	650.-	650.-

Cálculo del Impuesto sobre base financiera

Determina la base del impuesto por la diferencia entre las ventas y las compras que se realizan en un determinado período, sin tomar en cuenta si las mercaderías vendidas son adquiridas o producidas en este lapso o si las compras originan enajenaciones o se mantienen almacenadas.

Para llevar a cabo las deducciones que admite esta modalidad del impuesto, en Bolivia se adoptó el siguiente sistema:

Sistema de cálculo impuesto contra impuesto

Este sistema de cálculo, permite determinar el impuesto que corresponde a la compra de mercaderías en forma separada del impuesto que corresponde por la venta de mercaderías que realizaron en un período determinado, o sea que el comerciante o contribuyente tiene derecho a un crédito fiscal por el impuesto cargado en sus compras.

Ejemplo 6.4

Ventas del mes	Bs. 12.000.-	
Impuesto sobre sus ventas 13% s/	Bs. 12.000.-	Bs 1.560.-
Compra del mes	Bs. 10.000.-	
Crédito sobre sus compras 13% s/	Bs. 10.000.-	Bs 1.300.-
Impuesto por pagar:		Bs 260.-

Nuestra legislación dispone que «EL IMPUESTO DEBE ESTAR FACTURADO POR DENTRO» Art. 5° Ley 843 (Texto Ordenado vigente). Esta forma de cálculo determina la existencia de una alícuota nominal y efectiva, cuya relación es la siguiente:

$$TE = [TN / (100 - TN)] * 100$$

$$TE = [13 / (100 - 13)] * 100$$

$$TE = 0.1494 * 100$$

$$TE = 14,94$$

Donde: TN = Tasa Nominal

TE = Tasa Efectiva

A continuación se presenta el documento comparativo del Impuesto al Valor Agregado (IVA), de la Ley 843 (Texto Ordenado en 2004) y del Decreto Supremo

21530 (Texto Ordenado en 1995), con el objeto de lograr un mejor análisis, interpretación y aplicación de este impuesto.

La presente ley se encuentra en los anexos B

6.10.2 El RC-IVA

O Régimen Complementario al IVA, es un impuesto complementario al IVA que grava el ingreso de las personas por su trabajo, como sueldos y salarios, jornales, sobresueldos, horas extras, bonos, primas, premios, dietas, compensaciones en dinero o especie, y la colocación de capitales, incluidos los ingresos por alquileres, anticréticos y otros

6.10.3 Impuestos a las transacciones

El ejercicio en el territorio nacional, del comercio, industria, profesión, oficio, negocio, alquiler de bienes, obras y servicios o de cualquier otra actividad - lucrativa o no - cualquiera sea la naturaleza del sujeto que la preste, estará alcanzado con el impuesto que crea este Título, que se denominará Impuesto a las Transacciones, en las condiciones que se determinan en los artículos establecidos en la ley N° 843. También están incluidos en el objeto de este impuesto los actos a título gratuito que suponga transferencia de dominio de bienes muebles, inmuebles y derechos. El impuesto se determinará sobre la base de los ingresos brutos producidos durante el periodo fiscal por el ejercicio de la actividad gravada.



Impuesto a las transacciones financieras (ITF).

Con el objetivo de combatir el déficit fiscal del Tesoro General de la Nación, el Honorable Congreso Nacional ha sancionado la Ley No 2646 que fue promulgada por el Poder Ejecutivo el 1 de abril de 2004, por el cual crea: El Este nuevo impuesto entro en vigencia a partir del 1 de julio del 2004, según anuncios del Ministerio de Hacienda luego de varias reuniones que sostuvieron con los representantes de la Asociación de Bancos de Bolivia (ASOBAN).

El ITF fue un tributo temporal que debería haber regido por dos años, su finalidad fue palear el déficit fiscal. Las recaudaciones generadas en su totalidad serían destinadas al Tesoro General de la Nación. El Servicio de Impuestos Nacional (SIN) según el artículo 10 de esta ley está a cargo de la recaudación, fiscalización y cobro.

El ITF forma parte de una serie de medidas económicas recomendadas por el Fondo Monetario Internacional (FMI) al gobierno del presidente Carlos Mesa Gisbert para que Bolivia Reduzca su Déficit fiscal, que en el 2003 sobrepaso el 8 % del PIB, más allá de lo recomendado por el fondo.

El gobierno y el FMI acordaron, a principios de año, reducir el actual déficit al 6,6 % en el 2004, situación que obligo al presidente Carlos Mesa en enero y luego febrero presentar diversas medidas económicas, además de dos decretos de austeridad para solventar el ingreso del Tesoro General de la Nación (TGN) y cumplir con sus obligaciones financieras.

El ITF y el impuesto al patrimonio Neto de las personas fueron dos de las medidas que se propusieron para cubrir el déficit fiscal de la presente gestión, aunque la segunda debió quedar sin efecto luego de generarse un rechazo social masivo.

Según las estimaciones que el gobierno hizo, en los dos años de aplicación del ITF se recaudara aproximadamente 160 millones de dólares, de los cuales 90 millones se recaudaran en el primer año de aplicación. También se estima que la recaudación durante la gestión 2004 alcanzara a 45 millones de dólares.

Bajo esta perspectiva el presente documento tiene la finalidad de explicar el espíritu de la Ley, las operaciones gravadas y aquellas exoneradas del pago de dicho impuesto, informando y aclarando dudas acerca del ITF. Posteriormente a modo de un análisis crítico se describirá los posibles impactos que este genere en la banca, las empresas públicas y privadas y en la economía nacional en general.

¿Quiénes Pagan El ITF?

Son sujetos pasivos del ITF las personas naturales o jurídicas titulares o propietarios de las cuentas corrientes y cajas de ahorro (sea en forma individual, mancomunada o solidaria); las que realizan los pagos o transferencias de fondos; las que adquieren los cheques de gerencia, cheques de viajero u otros instrumentos financieros similares existentes o por crearse; las que sean beneficiarias de la recaudación o cobranza u orden los pagos o transferencias; las que instruyan las transferencias o envíos de dinero y las que operen el sistema de pagos (sin perjuicio de la responsabilidad solidaria que tendrá quien ordene la entrega o reciba los fondos, por las operaciones que ha realizado con el operador). (Artículo 4)

¿Cuál es la base Imponible?

La base imponible del ITF está dada por el monto bruto de las transacciones grabadas por el impuesto. (Artículo 5).

Durante el primer año (2004) su base fue de 0.3%, durante el siguiente año fue de 0.25% y en la actualidad es de 0.15%

6.10.4 Impuestos a las utilidades de las empresas

A los fines de este Impuesto se entenderá por empresa toda unidad económica, inclusive las de carácter unipersonal que coordine factores de la producción en la realización de actividades industriales y comerciales, el ejercicio de profesiones liberales y oficios sujetos a reglamentación, prestaciones de servicios de cualquier naturaleza, alquiler y arrendamiento de bienes muebles u obras y cualquier otra prestación que tenga por objeto el ejercicio de actividades que reúnan los requisitos establecidos en este artículo.



6.11. ANÁLISIS DE RENTABILIDAD DE PROYECTOS

Los altos costos de los materiales y mano de obra en la actualidad, tienden a promover los diseños más selectivos para que la rentabilidad de un proyecto se vea

favorecida y los análisis económicos es una de las partes más importantes en la evaluación de proyectos, ya que aquí se define si es o no rentable, o bien para saber cuándo podremos obtener las ganancias o recuperar la inversión realizada.

6.11.1. Análisis de rentabilidad del proyecto puro

Para la construcción del perfil del proyecto puro se debe considerar que el proyecto es una fuente de costos y beneficios que ocurren en distintos periodos de tiempo, suponer que todas las compras y ventas son al contado riguroso y desestimar el problema financiero suponiendo que todo el capital es propio.

6.11.2. Análisis de rentabilidad para el inversionista

Este flujo permite incorporar el efecto del financiamiento en la evaluación y determinar cuál es la rentabilidad del inversionista sobre los recursos propios aportados, es la rentabilidad del capital propio efectivamente aportado por el inversionista.

A este respecto, vale la pena señalar que el inversionista debe considerar la mejor alternativa de financiamiento para enfrentar el proyecto, esto significa evaluar previamente las distintas opciones de financiamiento, para seleccionar la mejor.

Una vez definida la opción financiera, se procede a incorporar a la hoja de trabajo todos los flujos y modificaciones que genere el financiamiento en los periodos que corresponda.

En particular, el préstamo en el primer periodo, los intereses en el periodo en que se paguen así como la amortización. Un efecto importante que debe ser considerado es el impacto de los intereses en el cálculo de impuestos, pues al ser deducibles originan una protección tributaria que va a favor del proyecto.

Se puede proceder a partir de flujos estrictamente financieros o utilizar el estado de resultados contables para ajustarlo y obtener los flujos de operaciones.

6.11.3. Análisis de rentabilidad desde el punto de vista del financiador

La última etapa del análisis de viabilidad financiera de un proyecto es el estudio financiero. Los objetivos de esta son ordenar y sistematizar la información de carácter monetario que proporcionaron las anteriores etapas, elaborar los cuadros analíticos y datos adicionales para la evaluación del proyecto y evaluar los antecedentes para determinar su rentabilidad.



6.12. ANÁLISIS ECONÓMICO FINANCIERO

Para tomar decisiones racionales orientadas al logro de los objetivos de la empresa, o lo que es lo mismo, para realizar una planificación adecuada, es preciso llevar a cabo un estudio profundo de la situación actual tratando de determinar los puntos fuertes y los puntos débiles de la empresa.



A la hora de abordar este análisis la primera cuestión que se nos plantea es el enfoque que le queremos dar, ya que las perspectivas que se pueden adoptar son diferentes. En general, el tipo de enfoque que se requiere depende del interés particular del analista y del punto de vista desde donde se va a examinar a la empresa.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 6.1 Un equipo de excavación de 100 000 \$us fue instalado y se depreciada durante 5 años. Cada año, el valor en libros de final de año se redujo a una tasa del 10% del valor en libros al principio del año. El sistema se vendió por 24 000 \$us al final de los 5 años

(a) Calcule el cargo de depreciación anual.

(b) Represente gráficamente el valor en libros para cada uno de los 5 años.

Respuesta.- a) $Dt=15200$ \$us

P 6.2 La firma S&R acaba de comprar una retroexcavadora por 55 000 \$us. La vida esperada son 5 años con un valor de salvamento de 15 000 \$us.

(a) Determine el cargo de depreciación lineal anual

(b) Determine el cargo de depreciación acelerada suma de los dígitos de los años SDA para el año 5

(c) Represente gráficamente el valor en libros para cada año para cada tipo de depreciación.

Respuesta.- a) $LR Dt=8000$ \$us b) $Dt=2666.6$ \$us

P 6.3 La construcción de un edificio cuesta 320 000 \$us. Éste tiene una vida de 30 años con un valor de ventas estimado del 25% del costo de construcción. Calcule y compare el cargo de depreciación anual durante 4, 18 y 25, años utilizando (a) la depreciación en línea recta y (b) la depreciación SDA

Respuesta.- a) $LR Dt=8000$ \$us b) $Dt4=13935.5$ \$us, $Dt18=6709.7$ \$us, $Dt25=3096.8$ \$us

P 6.4 Un activo tiene un costo inicial de 45 000 \$us, un periodo de vida de 10 años y un valor de salvamento de 3000 \$us. Utilice el procedimiento de depreciación SDA a LR y determine el valor en libros del año 6.

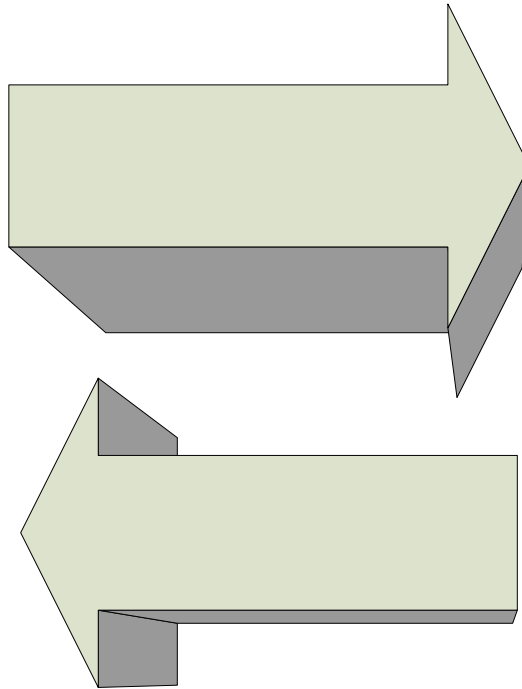
Respuesta.- $LR VL=19800$ \$us, $SDA VL=26672.7$ \$us

P 6.5 Determine cuanto se deberá pagar en impuestos para una empresa constructora que tiene un total de gastos de 560 000 Bs, al mismo tiempo por concepto de compras se tiene facturado un total de 335 450 Bs.

Respuesta.- 29191.5 \$us

CAPÍTULO 7

ANÁLISIS DE SUSTITUCIÓN



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Distinguir las diferentes causas que motivan la sustitución de equipos.*
- ◆ *Comprender los fundamentos y los términos de un análisis de reemplazo*
- ◆ *Determinación de la vida útil económica de los activos.*
- ◆ *Entender cómo realizar análisis de reemplazo*

7.1. INTRODUCCIÓN

Uno de los análisis de ingeniería económica que se llevaron a cabo con mayor frecuencia es el de reemplazo o conservación de un activo o sistema que se encuentre en uso corriente. Este difiere de los estudios anteriores en que todas las alternativas eran nuevas. La pregunta fundamental que responde un análisis de reemplazo sobre un activo o sistema de uso actual es: *¿debería reemplazarse ahora o más adelante?* Cuando un activo se encuentre en uso y su función es necesaria en el futuro, tendrá que reemplazarse en algún momento.

Por lo común, en un análisis de reemplazo primero se toma la decisión económica de conservar o reemplazar *ahora*. Si la decisión consiste en reemplazar, el estudio está completo. Si la decisión consiste en conservar, las estimaciones del costo y la decisión se revisarán anualmente para garantizar que la decisión de conservar todavía sea económicamente correcta.

Este capítulo explica cómo llevar a cabo el análisis de reemplazo en el año inicial y los años subsecuentes.

Un análisis de reemplazo es una aplicación del método del *Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE)* de comparación de alternativas de vida diferente. En un análisis de reemplazo con un periodo de estudio sin especificar, los valores de CAUE se determinan con una técnica de evaluación de costo denominada análisis de **vida útil económica (VUE)**.

El método CAUE es el mismo que el VAUE, el CAUE representa *menor costo*, mientras que el VAUE *mayor ganancia*.

7.2 FUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS DE REEMPLAZO

La necesidad de llevar a cabo un análisis de reemplazo surge a partir de diversas fuentes:



Rendimiento disminuido. Debido al deterioro físico, la capacidad esperada de rendimiento a un nivel de *confiabilidad* (estar disponible y funcionar correctamente cuando sea necesario) o *productividad* (funcionar a un nivel dado de calidad y cantidad) no está presente. Esto por lo general da como resultado incrementos de costo de operación, altos niveles de desechos y costos de reelaboración, pérdida de ventas, disminución de calidad y seguridad, así como elevados gastos de mantenimiento.

Requisitos alterados. El equipo o sistema existente no puede cumplir con los nuevos requisitos de exactitud, velocidad u otras especificaciones. A menudo las opciones son reemplazar por completo el equipo, o reforzarlo mediante ajuste o intensificación.

Obsolescencia. Como consecuencia de la competencia internacional y del rápido avance tecnológico, los sistemas y activos actuales instalados funcionan aceptablemente, aunque con menor productividad que el equipo que se fabricará en breve. La disminución del tiempo que tardan los productos en el llegar al mercado con frecuencia es la razón de los análisis de reemplazo anticipado, es decir, estudios realizados antes de que se alcance la vida útil económica calculada.

Defensor y retador: son las denominaciones para dos alternativas mutuamente excluyentes. El defensor es el *activo actualmente instalado*, y el retador es el *posible reemplazo*. Un análisis de reemplazo compara estas dos alternativas. El retador será el mejor cuando se haya elegido como la mejor opción de reemplazo para el defensor.

Los valores anuales se utilizan como principal medida económica de comparación entre el defensor y el retador. El término CAUE (costo anual uniforme equivalente) se puede utilizar en vez del VAUE, debido a que en la evaluación frecuentemente sólo se incluyen los costos; se suponen iguales los ingresos generados por el defensor o el retador. Puesto que los cálculos de equivalencia para el CAUE son exactamente los mismos que para el VAUE, aplicaremos el término CAUE. Por lo tanto, todos los valores serán negativos cuando sólo se incluyan los costos. Por

supuesto, el valor de salvamento es una excepción, pues constituye un ingreso de efectivo y lleva un signo positivo.

Vida útil económica (VUE) para una alternativa es el *número de años* en los que se presenta el CAUE de *costo más bajo*. Los cálculos de equivalencia para determinar la VUE establecen el valor n de la vida para el mejor retador, y también establecen el costo de vida menor para el defensor en un estudio de reemplazo.

Costo inicial del defensor es el monto de inversión inicial P empleado por el defensor. El *valor comercial actual* (VC) es el cálculo correcto de P aplicado al defensor en un análisis de reemplazo. El valor justo de mercado puede obtenerse por medio de valuadores profesionales, revendedores o liquidadores que conozcan el valor de los activos usados. El valor de salvamento calculado al final del año 1 se convierte en el valor comercial al principio del siguiente año, siempre y cuando los cálculos permanezcan correctos con el paso de los años. Resulta incorrecto emplear lo siguiente como valor comercial para el costo inicial del defensor: el valor de intercambio que *no represente un valor comercial justo* o el valor depreciado en libros tomado de los registros contables. Si el defensor debe mejorarse o incrementarse para que sea equivalente al retador (en velocidad, capacidad, etc.), este costo se suma al VC para obtener el cálculo del costo inicial del defensor. En el caso de incremento del activo para la alternativa del defensor, este activo separado y sus cálculos se incluyen en los cálculos del activo instalado, para completar la alternativa del defensor. Entonces, esta alternativa se compara con el retador a través de un análisis de reemplazo.

Costo inicial del retador es la cantidad de capital que deberá recuperarse (amortizarse) al reemplazar al defensor con un retador. Dicha cantidad es casi siempre igual a P , el costo inicial del retador.

El costo inicial del retador es la inversión inicial calculada necesaria para adquirirlo e instalarlo. En algunas ocasiones, el analista o el gerente buscará *incrementar* el costo inicial con una cantidad igual al *capital no recuperado* remanente del defensor, como aparece en los registros contables del activo. Esto se observa más

frecuentemente cuando el defensor funciona bien en sus primeras etapas de vida, pero la obsolescencia tecnológica, o alguna otra razón, obliga a considerar un reemplazo. A éste monto de capital no recuperado se le denomina costo *no recuperable o hundido*, el cual no deberá sumarse al costo inicial del retador, porque haría que el retador aparezca más costoso de lo que realmente es.

Los costos no recuperables o hundidos, son pérdidas de capital que no pueden recobrarse en un estudio de reemplazo.

Como se mencionó en la introducción, un análisis de reemplazo es una aplicación del método de valor anual uniforme equivalente. Por consiguiente, las suposiciones fundamentales para un análisis de reemplazo se comparan con las del análisis del VAUE. Si el *horizonte de planeación es infinito*, es decir, si se trata de un período de estudio no especificó, las suposiciones serán las siguientes:

1. Los servicios suministrados serán necesarios durante un tiempo indefinido.
2. El retador es el mejor retador disponible ahora y en el futuro para reemplazar al defensor. Cuando este retador reemplazar al defensor (ahora o más adelante), esto se repetirá cada ciclos de vida subsecuentes.
3. Los estimados de los costos para cada ciclo de vida del retador serán los mismos.

Como se esperaba, ninguna de estas suposiciones es precisamente correcta. Cuando el sentido de una o más suposiciones se vuelve incorrecto los cálculos para las alternativas deberán actualizarse y se llevará a cabo un estudio de análisis de reemplazo.

Ejemplo 7.1

Una corporación de productos agrícolas, compró hace 3 años una niveladora de suelo moderna en 120000 \$us, para preparar el terreno de sembradío especial. Cuando lo adquirió tenía una vida útil estimada de 10 años y un valor de salvamento estimado de 25000 \$us después de 10 años, así como un costo anual de



operaciones (COA) de 30000 \$us. El valor actual en libros es de 80000 \$us. El sistema se está deteriorando rápidamente; las expectativas son utilizarla por 3 años más y darle un valor de salvamento de 10000 \$us.

Un modelo mejorado guiado por láser se cotiza hoy en 100000 \$us con un valor de intercambio de 70000 \$us por el sistema de uso actual. El precio se elevará la próxima semana a 110 000 \$us con un valor de intercambio de 70000 \$us. Un asesor experimentado calcula que el sistema guiado por láser tendrá una vida útil de 10 años, un valor de salvamento de 20000 \$us y un costo anual de operaciones (COA) de 20000 \$us. Se realizó hoy una estimación del valor comercial del sistema de uso actual en un 70000 \$us. Coloque solamente los datos a usar.

Solución

DEFENSOR	RETADOR
P =	P = 100000 \$us
VC = 70000 \$us	COA = 20000 \$us
COA = 30000 \$us	VS = 20000 \$us
VS = 10000 \$us	n = 10 años
n = 3 años	

Podemos notar que el costo original del defensor, el valor de salvamento original, así como el valor actual en libros, son *irrelevantes* para el análisis de reemplazo, por esta razón manda sobre estos los valores actuales.

No es difícil calcular las series de valores comerciales o de salvamento para un activo nuevo o un activo actual. Por ejemplo, un activo con un costo inicial P puede perder valor comercial al 20% anual, así que la serie de valores comerciales para los años 0, 1, 2, 3,... es $P, 0.8P, 0.64P, 0.512P, \dots$, respectivamente.

7.3 VIDA ÚTIL ECONÓMICA

Hasta ahora se ha establecido un valor estimado n de vida de una alternativa o activo. En realidad, inicialmente no se conoce la mejor estimación de vida que se

empleará en un análisis económico. Cuando se lleva a cabo un análisis de reemplazo con un análisis entre alternativas nuevas, el mejor valor para n debería determinarse utilizando las estimaciones del costo actual. A la mejor estimación de vida se le denomina *vida útil económica*.

La vida útil económica (VUE) es el número de años n en que son mínimos los costos del CAUE, tomando en consideración las estimaciones del costo más vigentes, durante todos los años que el activo pudiera suministrar el servicio.

A la VUE también se conoce como *vida económica* o *vida de costo mínimo*. Una vez que se determina, la VUE debería ser la vida estimada del activo aplicada a un estudio de ingeniería económica, si sólo se consideran los aspectos económicos. Cuando ha pasado n años, la VUE indica que el activo debería remplazarse para minimizar los costos totales. Para llevar a cabo correctamente un análisis de reemplazo, es importante que se determine la VUE del retador, así como la VUE del defensor, ya que generalmente sus valores n no están preestablecidos.

La VUE se determina calculando el CAUE total de los costos si el activo está en servicio un año, dos años, tres años, etc. hasta el último año en que el activo se considere útil. El CAUE total de costos es la suma de la recuperación de capital (RC), que es el CAUE de la inversión inicial y cualquier valor de salvamento, así como el CAUE del costo anual de operación (COA) estimado, es decir:

$$CAUE\ total = Recuperacion\ de\ capital + CAUE\ costo\ anual\ de\ operacion$$

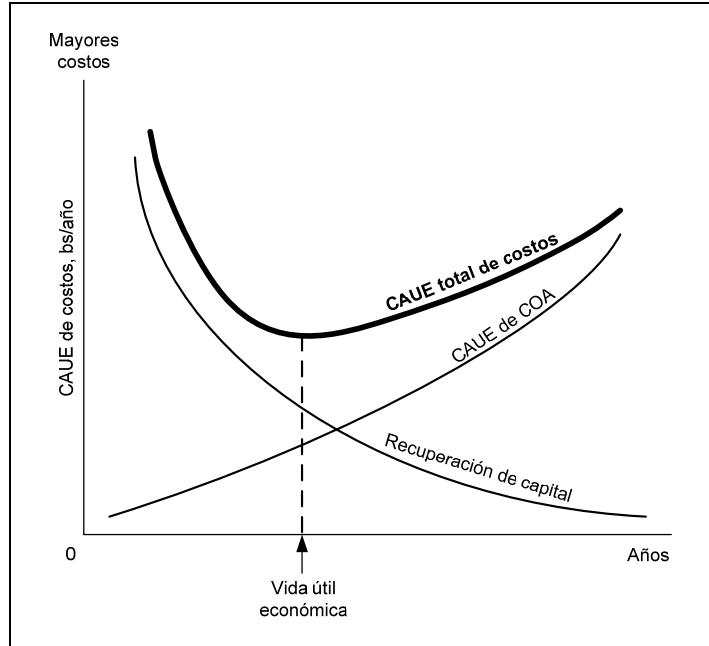
$$CAUE\ total = RC + CAUE\ del\ COA$$

Ec. (7.1)

Nota: Los valores de RC y CAUE del COA serán negativos.

La VUE es el valor n del más pequeño CAUE de los costos. (Recuerde: estos CAUE's son los estimados de *costo*, de manera que los valores CAUE serán números negativos. Por consiguiente, -200 bolivianos es un costo menor que -500 bolivianos.) La siguiente figura muestra la forma común del CAUE de la curva del

costo. Un elemento del CAUE total disminuye, mientras que el segundo elemento aumenta, y de esta manera se crea la forma cóncava. Los dos factores del CAUE se calculando la siguiente forma.



Grafica 7.1 Curvas de valor anual de los elementos de costo que determinan la vida útil económica

Costo disminuido de la recuperación de capital. La recuperación de capital es el CAUE de la inversión; esta disminuye con cada año de posesión. La recuperación de capital se calcula por medio de la *ecuación 7.1*, que se repite aquí. El valor de salvamento VS , que generalmente disminuye con el tiempo, es el valor comercial (VC) calculado para ese año.

$$\text{Recuperación de capital o RC} = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \text{ para } k \text{ años}$$

Ec. (7.2)

Incremento del costo del VAUE para el COA. Puesto que las estimaciones del COA generalmente se incrementan con el paso de los años, aumenta el CAUE del COA. Para calcular el CAUE de las series de los años 1, 2, 3, ... del COA, determine

el valor presente de cada valor del COA con el factor P/F , y después redistribuya este valor P en los años de posesión, empleando el factor A/P .

$$CAUE \text{ del COA} = - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j (P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \text{ para } k \text{ años} \quad \text{Ec. (7.3)}$$

La ecuación completa para el $CAUE$ total de los costos en k años es:

Ec. (7.4)

$$Total \ CAUE_k = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j (P/F, i, j) \right] (A/P, i, k)$$

Donde P = inversión inicial o valor comercial actual
 VS_k = valor de salvamento o valor comercial después de k años
 COA_j = costo anual de operación por año j , ($j=1$ a k)

Ejemplo 7.2

Un activo con 3 años de uso se considera que deberá remplazarse antes de tiempo. Su valor comercial actual desde 13000 Bs. Sus valores comerciales futuros estimados, así como sus costos anuales de operación para los próximos 5 años, se indica en la tabla 7.1. ¿Cuál es la vida útil económica del defensor si la tasa de interés del 10% anual?



TABLA 7.1		
Año	VC	COA
	[Bs]	[Bs]
4	9000	-2500
5	8000	-2700
6	6000	-3000
7	2000	-3500
8	0	-4500

Solución.

Según el problema, el activo con 3 años de uso tiene un valor comercial de 13000 Bs. en la actualidad.

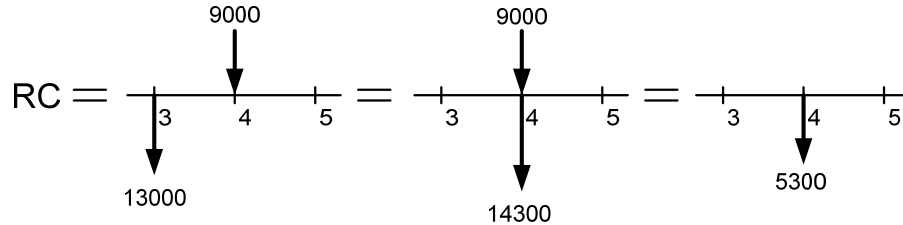
Análisis de sustitución del 3er. al 4to. año:

Valor comercial actual, $VC_{(3er. año)} = 13000$ Bs.

Valor de salvamento, $VS_{(4to. año)} = 9000$ Bs.

Costos de operación anual, $COA_{(4to. año)} = -2500$ Bs.

Diagramas de flujo:



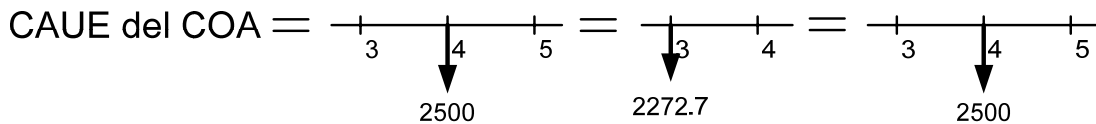
Nota: Como se explico en el capítulo 1, los valores bajo la línea media se sobreentienden que son negativos, no es necesario que lleve signo negativo (-).

$$RC = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.2}$$

$$RC = -13000(A/P, 10, 1) + 9000(A/F, 10, 1)$$

$$RC = -14300 + 9000$$

$$RC = -5300 \text{ Bs.}$$



$$CAUE \text{ del } COA = - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.3}$$

$$CAUE \text{ del } COA = - [2500(P/F, 10, 1)] (A/P, 10, 1)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -2500 \text{ Bs.}$$

$$CAUE \text{ total} = RC + CAUE \text{ del } COA \quad \dots \text{de la Ec. 7.1}$$

$$CAUE \text{ total} = -5300 \text{ Bs} - 2500 \text{ Bs}$$

$$\underline{CAUE \text{ total} = -7800 \text{ Bs}}$$

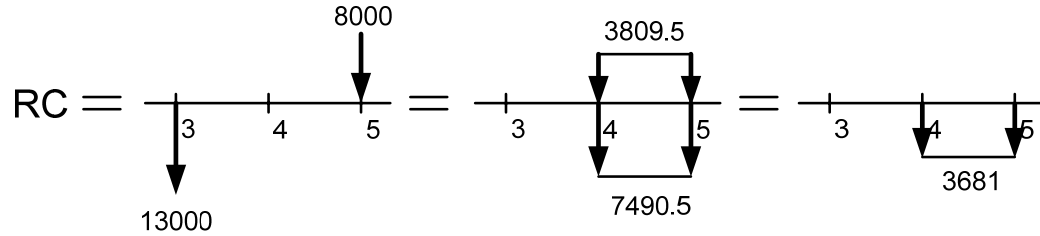
Análisis de sustitución del 3er. al 5to. año:

Valor comercial actual, $VC_{(3er. \text{ año})} = 13000 \text{ Bs.}$

Valor de salvamento, $VS_{(5to. \text{ año})} = 8000 \text{ Bs.}$

Costos de operación anual, $COA_{(5to. \text{ año})} = -2700 \text{ Bs.}$

Diagrama de flujo:

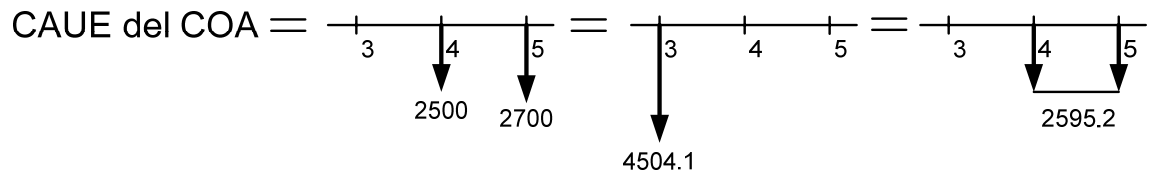


$$RC = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \quad \dots \text{ de la Ec. 7.2}$$

$$RC = -13000(A/P, 10, 2) + 8000(A/F, 10, 2)$$

$$RC = -7490.5 \text{ Bs} + 3809.5 \text{ Bs}$$

$$RC = -3681 \text{ Bs}$$



$$CAUE \text{ del } COA = - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \quad \dots \text{ de la Ec. 7.3}$$

$$CAUE \text{ del } COA = - [2500(P/F, 10, 1) + 2700(P/F, 10, 2)] (A/P, 10, 2)$$

$$CAUE \text{ del } COA = - [4504.1] (A/P, 10, 2)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -2595.2 \text{ Bs.}$$

$$CAUE \text{ total} = RC + CAUE \text{ del } COA \quad \dots \text{ de la Ec. 7.1}$$

$$CAUE \text{ total} = -3681 \text{ Bs} - 2595.2 \text{ Bs}$$

$$\underline{CAUE \text{ total} = -6276.2 \text{ Bs}}$$

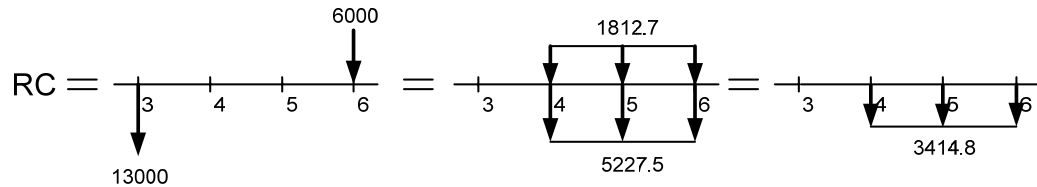
Análisis de sustitución del 3er. al 6to. año:

Valor comercial actual, $VC_{(3er. año)} = 13000$ Bs.

Valor de salvamento, $VS_{(6to.año)} = 6000$ Bs.

Costos de operación anual, $COA_{(6to.año)} = -3000$ Bs.

Diagrama de flujo:

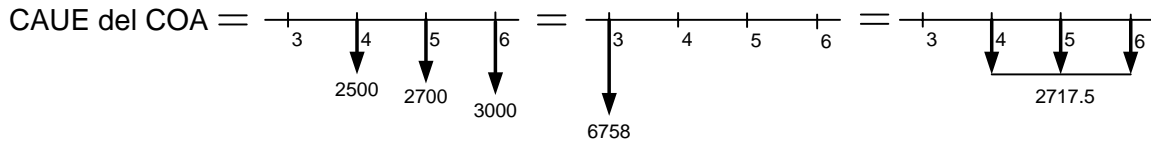


$$RC = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.2}$$

$$RC = -13000(A/P, 10, 3) + 6000(A/F, 10, 3)$$

$$RC = -5227.5 Bs + 1812.7 Bs$$

$$RC = -3414.8 Bs$$



$$CAUE \text{ del } COA = -\left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j)\right](A/P, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.3}$$

$$CAUE \text{ del } COA = -[2500(P/F, 10, 1) + 2700(P/F, 10, 2) + 3000(P/F, 10, 3)](A/P, 10, 3)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -[6758](A/P, 10, 3)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -2717.5 Bs.$$

$$CAUE \text{ total} = RC + CAUE \text{ del } COA \quad \dots \text{de la Ec. 7.1}$$

$$CAUE \text{ total} = -3414.8 Bs - 2717.5 Bs$$

$$\underline{CAUE \text{ total} = -6132.3 Bs}$$

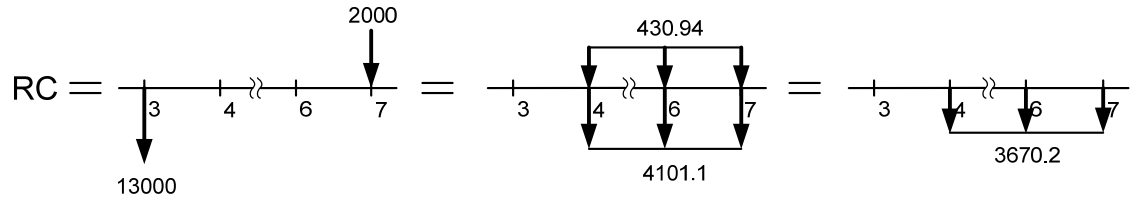
Análisis de sustitución del 3er. al 7mo. año:

Valor comercial actual, $VC_{(3er. \text{ año})} = 13000 \text{ Bs.}$

Valor de salvamento, $VS_{(7mo. \text{ año})} = 2000 \text{ Bs.}$

Costos de operación anual, $COA_{(7mo. \text{ año})} = -3500 \text{ Bs.}$

Diagrama de flujo:

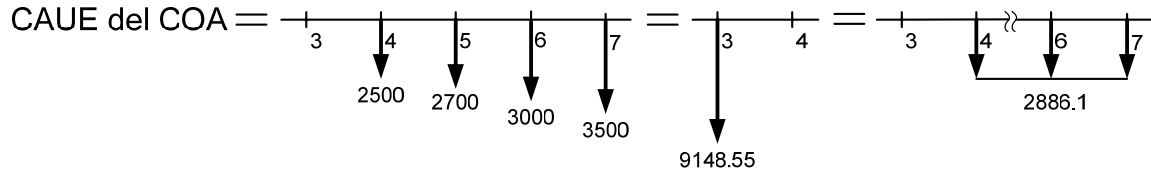


$$RC = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \quad \dots \text{ de la Ec. 7.2}$$

$$RC = -13000(A/P, 10, 4) + 2000(A/F, 10, 4)$$

$$RC = -4101.1 \text{ Bs} + 430.94 \text{ Bs}$$

$$RC = -3670.2 \text{ Bs}$$



$$CAUE \text{ del } COA = - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j (P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \quad \dots \text{ de la Ec. 7.3}$$

$$CAUE \text{ del } COA = -[9148.55](A/P, 10, 4)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -2886.1 \text{ Bs.}$$

$$CAUE \text{ total} = RC + CAUE \text{ del } COA \quad \dots \text{ de la Ec. 7.1}$$

$$CAUE \text{ total} = -3670.2 \text{ Bs} - 2886.1 \text{ Bs}$$

$$\underline{CAUE \text{ total} = -6556.3 \text{ Bs}}$$

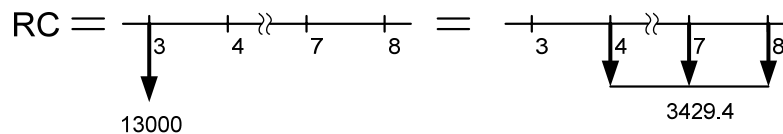
Análisis de sustitución del 3er. al 8vo. año:

Valor comercial actual, $VC_{(3er. \text{ año})} = 13000 \text{ Bs.}$

Valor de salvamento, $VS_{(8vo. \text{ año})} = 0 \text{ Bs.}$

Costos de operación anual, $COA_{(8vo.año)} = -4500$ Bs.

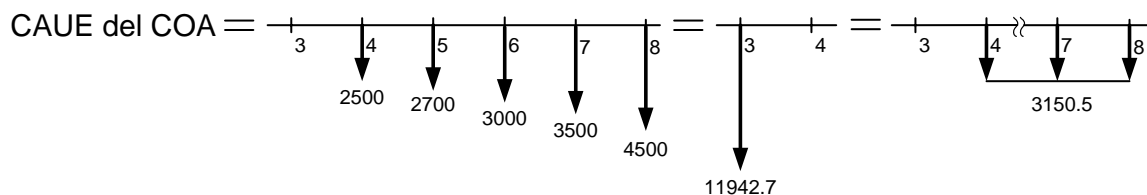
Diagrama de flujo:



$$RC = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.2}$$

$$RC = -13000(A/P, 10, 5)$$

$$RC = -3429.4 \text{ Bs}$$



$$CAUE \text{ del } COA = -\left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j)\right](A/P, i, k) \quad \dots \text{de la Ec. 7.3}$$

$$CAUE \text{ del } COA = -[11942.7](A/P, 10, 5)$$

$$CAUE \text{ del } COA = -3150.5 \text{ Bs.}$$

$$CAUE \text{ total} = RC + CAUE \text{ del } COA \quad \dots \text{de la Ec. 7.1}$$

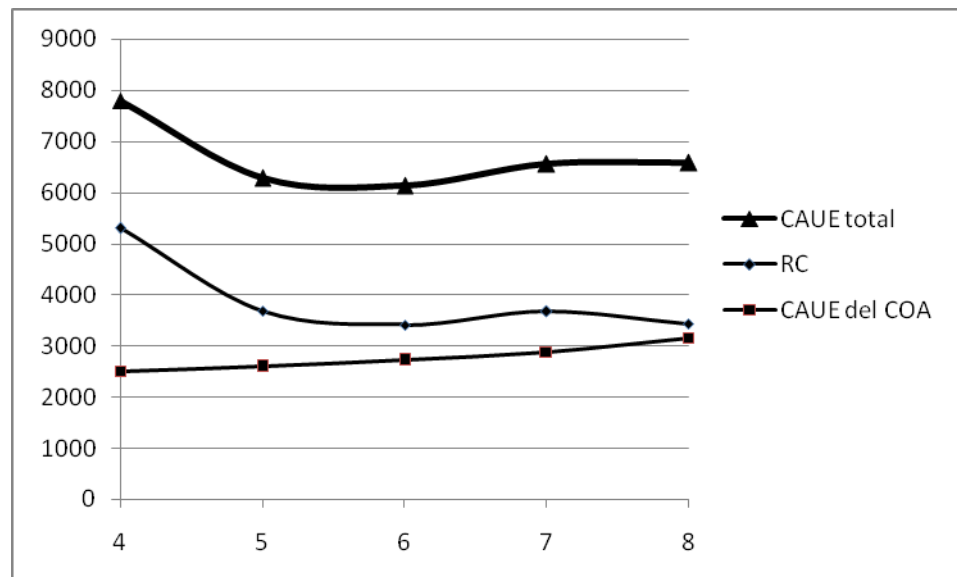
$$CAUE \text{ total} = -3429.4 \text{ Bs} - 3150.5 \text{ Bs}$$

$$CAUE \text{ total} = -6579.8 \text{ Bs}$$

Resumen de resultados: Elegiremos el CAUE total menor

Resumen					
Año	VC	COA	RC	CAUE del COA	CAUE total
	bs	bs	bs	bs	bs
4	9000	-2500	-5300	-2500	-7800.0
5	8000	-2700	-3681	-2595.2	-6276.2
VUE 6	6000	-3000	-3414.8	-2717.5	-6132.3
7	2000	-3500	-3670.2	-2886.1	-6556.3
8	0	-4500	-3429.4	-3150.5	-6579.9

Menor



El costo equivalente menor se representa en el 6to. año, esto quiere decir que ya que estamos en el 3er. año desde que se adquirió el activo, faltan tres años más para poder cambiar al defensor (VUE = 3 años, desde ahora) con CAUE total de 6132 bs. En el análisis de reemplazo, este CAUE se comparará con el mejor CAUE del retador determinado mediante un análisis de VUE.

Ejemplo 7.3

Determine los valores anuales y las vidas económicas necesarias para realizar un análisis de reemplazo de la siguiente tabla de un defensor y un retador. Tasa de interés 10%.

DEFENSOR		
Defensor, año k	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	15000	---
1	12000	-20000
2	9600	-8000
3	7680	-12000

RETADOR		
Defensor, año k	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	50000	---
1	40000	-5000
2	32000	-7000
3	25600	-9000
4	20480	-11000
5	16384	-13000

Solución.

Ahora, utilizaremos la *Ec. 7.4*, que es equivalente a combinar la *Ec. 7.1*, *Ec. 7.2* y *Ec. 7.3*, como se lo hizo en el *ejemplo 7.2*

Defensor.

$$Total\ CAUE_k = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k)$$

... de la *Ec. 7.4*

$$Total\ CAUE_1 = -15000(A/P, 10, 1) + 12000_1(A/F, 10, 1) - [20000(P/F, 10, 1)](A/P, 10, 1)$$

$$\underline{Total\ CAUE_1 = -24300\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_2 = -15000(A/P, 10, 2) + 9600_2(A/F, 10, 2) - [20000(P/F, 10, 1) + 8000(P/F, 10, 2)](A/P, 10, 2)$$

$$\underline{Total\ CAUE_2 = -18357.14\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_3 = -15000(A/P, 10, 3) + 7680_3(A/F, 10, 3) - [20000(P/F, 10, 1) + 8000(P/F, 10, 2) + 12000(P/F, 10, 3)](A/P, 10, 3)$$

$$\underline{Total\ CAUE_3 = -17306.65\ Bs.}$$

Resumen de resultados: Elegiremos el *CAUE total menor*

DEFENSOR			
Defensor, año k	Valor comercial	COA	CAUE total
	[bs]	[bs]	[bs]
0	15000	---	---
1	12000	-20000	-24500.00
2	9600	-8000	-18357.14
3	7680	-12000	-17306.65

Menor

Retador.

$$Total\ CAUE_1 = -50000(A/P,10,1) + 40000_1(A/F,10,1) - [5000(P/F,10,1)](A/P,10,1)$$

$$\underline{Total\ CAUE_1 = -20000\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_2 = -50000(A/P,10,2) + 32000_2(A/F,10,2) - [5000(P/F,10,1) + 7000(P/F,10,2)](A/P,10,2)$$

$$\underline{Total\ CAUE_2 = -19523.81\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_3 = -50000(A/P,10,3) + 25600_3(A/F,10,3) - [5000(P/F,10,1) + 7000(P/F,10,2) + 9000(P/F,10,3)](A/P,10,3)$$

$$\underline{Total\ CAUE_3 = -19244.71\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_4 = -50000(A/P,10,4) + 20480_4(A/F,10,4) - [5000(P/F,10,1) + 7000(P/F,10,2) + 9000(P/F,10,3) + 11000(P/F,10,4)](A/P,10,4)$$

$$\underline{Total\ CAUE_4 = -19123.03\ Bs.}$$

$$Total\ CAUE_5 = -50000(A/P,10,5) + 16384_5(A/F,10,5) - [5000(P/F,10,1) + 7000(P/F,10,2) + 9000(P/F,10,3) + 11000(P/F,10,4) + 13000(P/F,10,5)](A/P,10,5)$$

$$\underline{Total\ CAUE_5 = -19126.47\ Bs.}$$

Resumen de resultados: Elegiremos el *CAUE total menor*

RETADOR			
Retador, año k	Valor comercial	COA	CAUE total
	[Bs]	[Bs]	[Bs]
0	50000	---	---
1	40000	-5000	-20000.00
2	32000	-7000	-19523.81
3	25600	-9000	-19244.71
4	20480	-11000	-19123.03
5	16384	-13000	-19126.47

Menor

Los valores de costo menor del CAUE para el análisis de reemplazo son:

Defensor:	$CAUE_D = -17306.65 \text{ bs.}$	Para $n_D = 3$ años
Retador:	$CAUE_R = -19123.03 \text{ bs.}$	Para $n_R = 4$ años

Ahora procedemos a realizar la alternativa de reemplazo o no. Para esto, comparamos ambos valores de CAUE, tanto del *Defensor* como del *Retador*.

Observamos que el CAUE del *Defensor* es menor al CAUE del *Retador*, esto quiere decir que todavía no es conveniente reemplazar al *Defensor* y conservarlo por 3 años más.

Dado que los valores comerciales, valores de salvamento y costos anuales de operaciones varían de un año a otro, se recomienda hacer este mismo análisis cada año con valores actuales.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 7.1. Una empresa constructora desea saber cuándo reemplazar una maquina de uso especial. Si su valor comercial actual es de 30 000 \$us y disminuye 20% con cada año que pasa y su costo de operación anual es de 4 000 \$us y aumenta un 25% por año, determine la vida útil económica del activo. Tasa de interés 7%.

Respuesta. $VUE = 3$ años.

P 7.2. Halle las vidas útiles económicas de las alternativas A y B de la siguiente tabla, con una tasa de interés del 10%.

ALTERNATIVA A			ALTERNATIVA B		
Año	Valor comercial	COA	Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]		[Bs]	[Bs]
0	70000	---	0	125000	---
1	60300	-10000	1	105000	-32500
2	52000	-11000	2	94000	-35000
3	46000	-12000	3	86000	-38200
4	40000	-13000	4	79000	-41800
5	36000	-14000	5	72500	-45300
6	28000	-15000			
7	20000	-16000			

Respuesta. $VUE_A = 5$ años

$VUE_B = 4$ años

P 7.3. Una trituradora nueva para materiales compuestos tiene un costo inicial de $P = 100\,000$ \$us, y puede usarse durante un máximo de 6 años. Su valor de rescate se estima con la relación $VS = P(0.85)^n$, en la que n es el número de años transcurridos después de la compra. El costo de operación sería de 7 500 \$us el primer año y aumentaría 1 000 \$us cada año a partir de entonces.

Use una $i = 18\%$ anual. Determine la vida útil económica.

Respuesta. $VUE = 6$ años.

P 7.4. Se tienen las dos siguientes tablas de valores para un *defensor* y un *retador*, realice un análisis de reemplazo. $i = 8\%$.

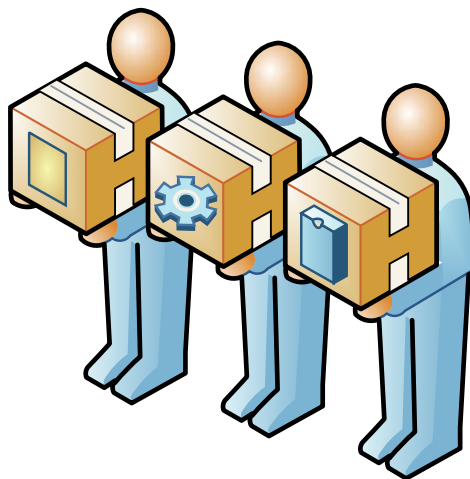
DEFENSOR		
Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	52000.00	---
1	41600.00	-3200
2	33280.00	-4700
3	26624.00	-6200
4	21299.20	-7700
5	17039.36	-9200
6	13631.49	-10700
7	10905.19	-12200
8	8724.15	-13700

RETADOR		
Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	69000.00	---
1	41600.00	-800
2	33280.00	-2000
3	26624.00	-3200
4	21299.20	-4400

Respuesta. Mantener al defensor por 6 años más

CAPITULO 8

ANÁLISIS DE MÚLTIPLES ALTERNATIVAS



Objetivos del capítulo:

- *Conocer conceptos básicos para la comparación de alternativas mutuamente excluyentes y alternativas independientes.*
- *Conocer la diferencia entre un proyecto excluyente y un proyecto independiente*
- *Elaborar una propuesta para el desarrollo de una alternativa.*
- *Conocer la elección de alternativas con vidas útiles iguales y con vidas útiles diferentes.*
- *Conocer la elección de alternativas con límites de presupuesto.*

8.1. INTRODUCCIÓN

En la toma de decisiones cuando se tiene mas de una alternativa es difícil elegir la opción que produzca ganancias altas con un gasto de operación y mantenimiento bajo. Como se demostró, para hacerlo es obvio la utilización de las técnicas VAN y VAUE analizadas en los capítulos 5. Ahora se presenta el procedimiento para emplear las técnicas de tasa interna de retorno a fin de identificar la mejor propuesta.

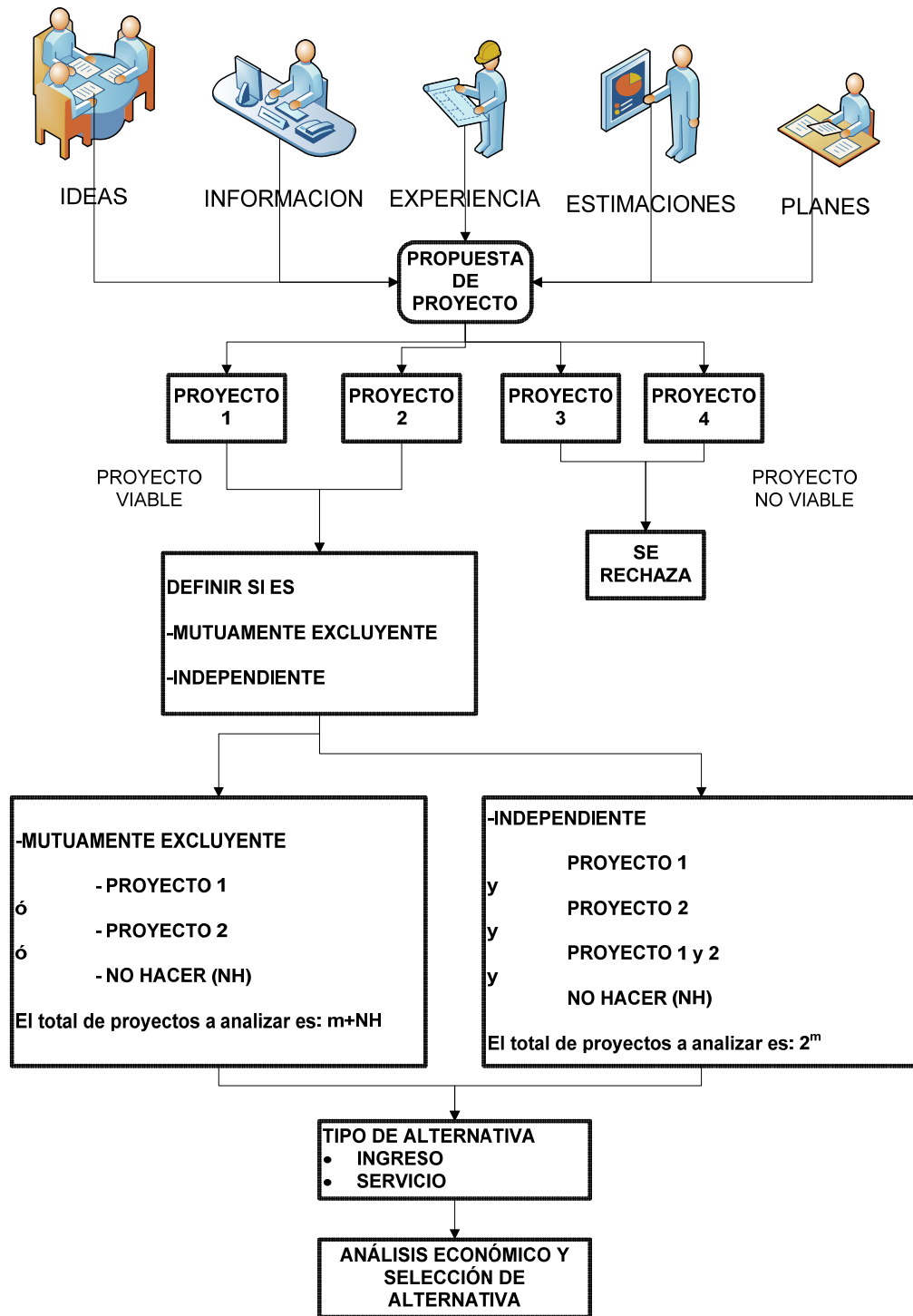
Para la evaluación económica de una alternativa se requiere elaborar un flujo de efectivo estimado durante un periodo de tiempo específico y un criterio para elegir la mejor alternativa, las alternativas se desarrollan a partir de propuestas para lograr un propósito establecido.

Para ayudar a formular alternativas se categoriza cada uno de los proyectos como *proyectos mutuamente excluyentes* y *proyectos independientes*. La opción de *no hacer (NH)* se refiere a que se mantiene el enfoque actual y no se inicia algo nuevo, ningún costo nuevo, ingreso o ahorro se generan por dicha alternativa.

El número de alternativas en los proyectos mutuamente excluyentes se limita en la cantidad de proyectos viables y el límite de capital de inversión. En cambio en los proyectos independientes la cantidad se define por la relación 2^m . Cada uno incluye la alternativa de *no hacer*.

Una vez definido si la alternativa es excluyente o independiente se debe reconocer si la alternativa es *de ingreso* o *de servicio*. Si es de *ingreso* cada alternativa genera costo e ingreso, estimados en flujos de efectivo y ahorro. Estas alternativas usualmente incluyen nuevos sistemas, productos y aquello que requiera capital de inversión para generar ingresos y/o ahorros, que dependerán de la alternativa seleccionada. En cambio si es *de servicio* cada alternativa tiene solamente costos estimados en el flujo de efectivo. Los ingresos no son dependientes de la alternativa seleccionada, de manera que estos flujos de efectivo no se consideran iguales, como en el caso de las iniciativas del sector público.

En la siguiente gráfica se muestra la sucesión de pasos que se sigue en la elaboración de propuestas para desarrollar alternativa.



8.2. ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

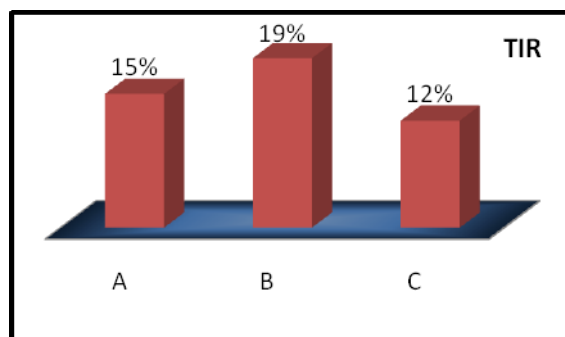
Al tener dos o más alternativas y se dice que son mutuamente excluyentes, entonces se entiende que al aceptar una de ellas, automáticamente se elimina las demás. La alternativa es seleccionada mediante un análisis económico.

La selección de una alternativa mutuamente excluyente sucede, por ejemplo cuando un ingeniero debe escoger desde un punto de vista económico entre el tipo de fundación que debe colocar, el trazado de un canal para riego, el trazado de una carretera, o que tipo de puente se debe colocar. Las alternativas mutuamente excluyentes son, por lo tanto, las mismas que los proyectos viables, cada una se evalúa y se elige la mejor alternativa. Las alternativas mutuamente excluyentes compiten entre si durante la evaluación.

8.2.1. Análisis incremental mediante tasa interna de retorno en proyectos excluyentes

Cuando se aplica el método de TIR incremental para la evaluación de proyectos mutuamente excluyentes cada inversión debe rendir por lo menos la TMA. Cuando el valor de i^* o TIR de cada alternativa analizada es mayor a la TMA, para poder tomar una decisión se puede recurrir a un análisis de TIR incremental. Este análisis esta basado sobre relaciones de VAN o VAUE para flujos de efectivo incrementales entre dos alternativas a la vez.

Si se tiene una TMA de 13% y tres alternativas con una TIR como se muestra en el cuadro, la alternativa C seria descartada debido a que no sobrepasa a la TMA y quedaría realizar un análisis de una TIR incremental para poder elegir entre la alternativas A y B



Para todas las alternativas ya sean estas de inversión o de servicio la inversión incremental debe justificarse por separado. Si el rendimiento sobre la inversión adicional iguala o excede a la TMA, entonces se justifica un incremento en la inversión adicional con el propósito de maximizar el rendimiento total del dinero disponible, por lo tanto para un análisis incremental se tiene dos criterios. Seleccione aquella alternativa que:

1. Exija la mayor inversión
2. El incremento de la mayor inversión se justifica frente a otra alternativa aceptable.

Una regla importante para aplicar cuando se evalúan alternativas múltiples con el método de TIR incremental es que una alternativa nunca debe compararse con aquella para la cual no justifique la inversión incremental.

Se presentara un procedimiento de evaluación de la TIR para múltiples alternativas de vidas iguales. En el paso 2 so se aplicara para alternativas de ingreso, puesto que la primera alternativa se compara con no hacer (NH) cuando se estiman los flujos de efectivo del ingreso. Los términos defensor y retador son dinámicos en cuanto a que se refieren, respectivamente, a la alternativa que actualmente se selecciona (defensor) y aquella que esta retándola para la aceptación con base en Δi^* . En la evaluación de cada pareja, existe una Δi^* de casa una. Los pasos para la solución o por computadora son los siguientes:

- 1) Ordene las alternativas desde la inversión inicial menor hasta la inversión mayor. Registre la estimación de flujos de efectivo anual para cada alternativa de vidas iguales.
- 2) Solo para alternativas de ingreso calcule la tasa de interés i^* para la primera alternativa. De hecho esto hace que *no hacer* (NH) es el defensor y la primera alternativa el retador. Si $i^* < TMA$ elimine la alternativa y continúe con la siguiente, repita este procedimiento hasta que el valor de $i^* \geq TMA$ por primera vez y defina como dicha alternativa como el defensor, la siguiente alternativa ahora es el retador.

- 3) Determine el flujo de efectivo incremental entre el retador y el defensor utilizando la relación:

$$\boxed{\text{Flujo de efectivo incremental}} = \boxed{\text{Flujo de efectivo reatdor}} - \boxed{\text{Flujo de efectivo defensor}}$$

Establezca una relación TIR.

- 4) Calcule Δi^* para la serie de flujos de efectivo incremental utilizando una ecuación basada en VAN o en VAUE. (Se utiliza con mayor frecuencia el VAN)
- 5) Si $\Delta i^* \geq TMA$, el retador se convierte en el defensor y se elimina la alternativa del defensor anterior. Por el contrario si $\Delta i^* < TMA$, se descarta la alternativa del retador y el defensor permanece contra el próximo retador.
- 6) Repita los pasos 3) a 5) hasta que solamente quede una alternativa la cual será la será la seleccionada.

Ejemplo 8.1

Se cuenta con un proyecto el cual consta en la construcción de un edificio comercial. Existen tres alternativas para realizar el proyecto, la primera es la construcción de 3 pisos con un costo de 300 000 \$us y un ingreso anual de 54 000 \$us. La segunda alternativa es la construcción de 4 pisos con un costo de 400 000 \$us y un ingreso anual de 70 000 \$us. La tercera alternativa es la construcción de 5 pisos con un costo de 630 000 \$us y un ingreso de 88 000 \$us anuales. Determine cual de las tres alternativas justifica el incremento en la inversión a realizar si se espera tener ganancias dentro de 15 años con un TMA de 15%

Solución

Primero se ordena las alternativas de menor a mayor.

	Alter. 1	Alter. 2	Alter. 3
(-) Inversión inicial	300 000	400 000	630 000
(+) Ingreso anual	54 000	70 000	98 000
Vida útil	15	15	15

Se

determina la TIR de cada alternativa con: VAN=0

	Alter. 1	Alter. 2	Alter. 3
TIR	16.07%	15.47%	12.4%

Se puede observar que la TIR de la alternativa 3 es menor que la TMA, por lo tanto queda eliminada del análisis.

Como la alternativa de *no hacer* es el defensor con una TMA=15%; la alternativa 1 genera un TIR=16.07% que será el retador, por lo tanto la mejor opción es la alternativa 1.

Ahora la alternativa 1 es el defensor y la alternativa 2 es el retador por lo tanto se determina un flujo de efectivo incremental.

	Alter. 1	Alter. 2	Δ_{2-1}
(-) Inversión inicial	300 000	400 000	100 000
(+) Ingreso anual	54 000	70 000	16 000
Vida útil	15	15	15

$$TIR = 0 = -100000 + 16000 \cdot \left(\frac{(1+i)^{15} - 1}{i \cdot (1+i)^{15}} \right)$$

$$TIR_{\Delta_{2-1}} = i = 13.65\%$$

Como se ve el valor de la $TIR_{\Delta_{2-1}}$ es menor a la TMA por lo tanto económicamente no es aconsejable invertir en la alternativa 2 debido a que no se justifica un incremento en la inversión.

Ejemplo 8.2

Una empresa de refrescos pretende realizar una ampliación a las instalaciones de almacenamiento y producción debido a la demanda de producto. Para lo cual se tiene dos alternativas, la primera es la construcción de dos tanques de acero con una capacidad de almacenamiento de 125000 litros con un costo de 26 000 \$us y se espera que genere un ingreso de 10 000 \$us anuales con un costo de mantenimiento y operación de 2 000 \$us. La segunda opción es un tanque de hormigón armado con una capacidad de 220000 litros con un costo de 32 000 \$us y generara también aproximadamente 10 000 \$us con un costo de mantenimiento de 300 \$us anuales. Determine la mejor alternativa si la TMA es de 16% anual.

Solución

Se ordena de menor a mayor según el costo de cada alternativa

	Acero	H°A°
(-) Inversión inicial	26 000	32 000
(+) Ingreso anual	10 000	10 000
(-) Mantenimiento y operación	2000	300
Vida	6	6

Se determina la TIR de cada alternativa con: VAN=0

	Acero	H°A°
TIR	20.93%	20.32%

Según los cálculos la mejor propuesta son los tanques de acero, pero se debe realizar un análisis incremental, para ver si se justifica el incremento de inversión al realizar un tanque de hormigón arlmado.

	Acero	H°A°	Δ_{2-1}
(-) Inversión inicial	26 000	32 000	6000
(+) Ingreso anual	10 000	10 000	0
(-) Mantenimiento y operación	2000	300	1700
Vida	6	6	6

$$TIR = 0 = -6000 + 1700 \cdot \left(\frac{(1+i)^6 - 1}{i \cdot (1+i)^6} \right)$$

$$TIR_{\Delta_{2-1}} = i = 17.65\%$$

Se ve que la $TIR_{\Delta_{2-1}}$ es mayor a la TMA por lo tanto es justificable una inversión mayor. Por lo tanto la mejor alternativa es la construcción de un tanque de hormigón armado.

8.2.2. Alternativas con vidas útiles iguales

El método de valor presente (VP) o valor actual neto (VAN) de evaluación de alternativas es muy popular debido a que los gastos o los ingresos futuros se transforman en dineros equivalentes de ahora. En esta forma, es muy fácil, aun para una persona que no está familiarizada con el análisis económico, ver la ventaja económica de una alternativa sobre otra.

La comparación de alternativas con vidas iguales mediante el método de valor presente es directa. Si se utilizan ambas alternativas en capacidades idénticas para el mismo periodo de tiempo, éstas reciben el nombre de alternativas de servicio igual. Con frecuencia, los flujos de efectivo de una alternativa representan solamente desembolsos; es decir, no se estiman entradas. Por ejemplo, se podría estar interesado en identificar el proceso cuyo costo inicial, operacional y de mantenimiento equivalente es el más bajo.

Cuando las alternativas son mutuamente excluyentes implican solo desembolsos (servicio) o ingresos y desembolsos (ganancias) se aplican las siguientes guías para seleccionar una alternativa.

Una Alternativa.- Calcule el Valor Anual Neto a partir de la TMA. Si $VAN \geq 0$, se alcanza o se excede la Tasa Mínima Atractiva, por lo tanto la alternativa es financieramente viable.

Dos o más Alternativas.- Determine el VAN de cada alternativa utilizando la TMA. Seleccione aquella con el VAN que sea mayor en términos numéricos, es decir menos negativo y mas positivo, indicando un VAN menor en costos de flujo de efectivo o un VAN mayor de flujo de efectivos netos de entradas menos desembolsos.

Ejemplo 8.3

Un ingeniero trata de decidir entre dos maquinas compactadoras de neumáticos, con base en las estimaciones que se muestran en la siguiente tabla.



	Maquina A	Maquina B
Costo inicial	40 000 \$us	70 000 \$us
Costo anual de operación	5 700 \$us	7 000 \$us
Valor de salvamento	10 000 \$us	14 000 \$us
Vida en años	6	6

Determine cual de las maquina se debe seleccionar si se tienen un interés de 16% anual.

Solución

Maquina A

$$VAN_A = -40000 - 5700 \cdot (P/A, 16\%, 6) + 10000 \cdot (P/F, 16\%, 6)$$

$$VAN_A = -40000 - 5700 \cdot (3.6847) + 10000 \cdot (0.4104)$$

$$VAN_A = -56898.79 \$us$$

Maquina A

$$VAN_B = -70000 - 7000 \cdot (P/A, 16\%, 6) + 14000 \cdot (P/F, 16\%, 6)$$

$$VAN_B = -70000 - 7000 \cdot (3.6847) + 14000 \cdot (0.4104)$$

$$VAN_B = -90047.3 \$us$$

La mejor elección es la maquina A debido a que tiene el menor costo.

8.2.3. Análisis de alternativas con vidas útiles diferentes mediante el VAN

Cuando se utiliza el método de valor presente para comparar alternativas mutuamente excluyentes que tienen vidas diferentes, se sigue el procedimiento de la sección anterior con una excepción: **Las alternativas deben compararse durante el mismo número de años.** Esto es necesario pues, por definición, una comparación comprende el cálculo del valor presente equivalente de todos los flujos de efectivo futuros para cada alternativa. Una comparación justa puede realizarse sólo cuando los valores presentes representan los costos y las entradas asociadas con un numero de años de servicio igual, como se describió en la sección anterior. La imposibilidad de comparar un servicio igual siempre favorecerá la alternativa de vida más corta (para costos), aun si ésta no fuera la más económica, ya que hay menos periodos de costos involucrados. El requerimiento de servicio igual puede satisfacerse mediante dos enfoques:

1. Comparar las alternativas durante un periodo de tiempo igual al mínimo común múltiplo (MCM) de sus vidas.

2. Comparar las alternativas utilizando un periodo de estudio de longitud n años, que no necesariamente considera las vidas de las alternativas. Éste se denomina el enfoque de horizonte de planeación.

En cualquier caso, el VAN de cada alternativa se calcula a partir de la TMA, y la directriz para la selección será la misma que la de las alternativas con vidas iguales.

Para el enfoque MCM, se logra un servicio igual comparando el mínimo común múltiplo de las vidas entre las alternativas, lo cual hace que automáticamente sus flujos de efectivo se extiendan al mismo periodo de tiempo. Es decir, se supone que el flujo de efectivo para un “ciclo” de una alternativa debe duplicarse por el mínimo común múltiplo de los años en términos de dinero de valor constante. Entonces, el servicio se compara durante la misma vida total para cada alternativa. Por ejemplo, si se desean comparar alternativas que tienen vidas de 3 años y 2 años, respectivamente, las alternativas son evaluadas durante un periodo de 6 años. Es importante recordar que cuando una alternativa tiene un valor de salvamento terminal positivo o negativo, éste también debe incluirse y aparecer como un ingreso (un costo) en el diagrama de flujo de efectivo en cada ciclo de vida.

Las suposiciones del análisis de VAN con alternativas de vida diferentes son las siguientes.

- El servicio ofrecido por las alternativas será necesario para el MCM de años o más.
- La alternativa seleccionada se repetía durante cada ciclo de vida del MCM exactamente en la misma forma.
- Los estimados de flujo de efectivo serán los mismos en cada ciclo de vida.

Para el segundo enfoque del periodo de estudio, se selecciona un horizonte de tiempo sobre el cual debe efectuarse el análisis económico y sólo aquellos flujos de efectivo que ocurren durante ese periodo de tiempo son considerados relevantes para el análisis. Los demás flujos de efectivo que ocurran más allá del horizonte estipulado, bien sea que ingresen o que salgan, son ignorados. Debe hacerse y utilizarse un valor

de salvamento (o valor residual) realista estimado al final del periodo de estudio para ambas alternativas. El horizonte de tiempo seleccionado podría ser relativamente corto, en especial cuando las metas de negocios de corto plazo son muy importantes, o viceversa. En cualquier caso, una vez se ha seleccionado el horizonte y se han estimado los flujos de efectivo para cada alternativa, se determinan los valores VP y se escoge el más económico. El concepto de periodo de estudio u horizonte de planeación, es de particular utilidad en el análisis de sustitución, también es útil cuando el MCM de las alternativas da como resultado un periodo de evaluación irreal, por ejemplo para las vidas de 7 y 9 años respectivamente se tiene un MCM de 63 años.

Aunque el análisis del horizonte de planeación puede ser relativamente directo y más realista para muchas situaciones del mundo real, también se utiliza el método del MCM en los ejemplos y problemas para reforzar la comprensión de servicio igual. El ejemplo muestra evaluaciones basadas en las técnicas del MCM y del horizonte de planeación.

Ejemplo 8.4

Un ingeniero esta tratando de decidir entre dos camiones mixer, con base en las estimaciones que se muestran en la siguiente tabla.



	Maquina A	Maquina B
Costo inicial	18 000 \$us	25 000 \$us
Costo anual de operación	4 700 \$us	5 000 \$us
Valor de salvamento	3 000 \$us	5 000 \$us
Vida en años	4	6

Determine cuál de las maquina se debe seleccionar si se tienen un interés de 14% anual. Utilice los métodos de MCM y horizonte de planeación.

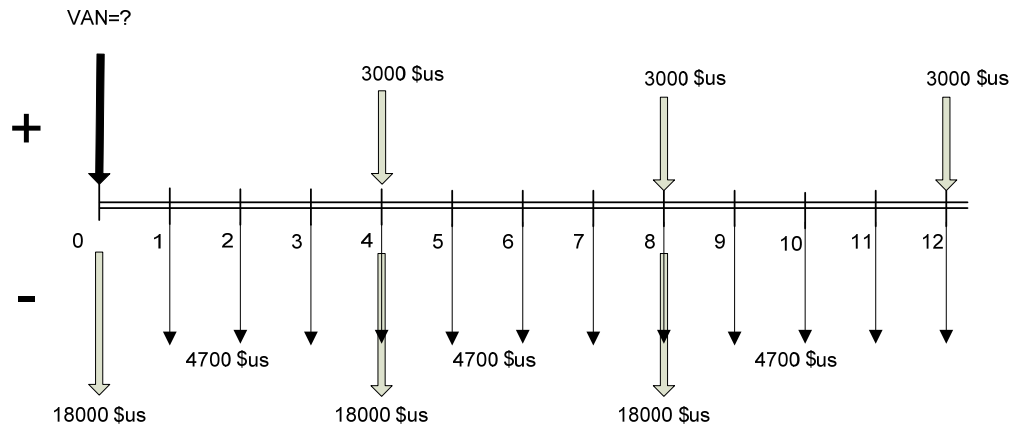
Solución

a) Utilizando el método de MCM

Se debe determinar el MCM y dibuja un diagrama de flujo de efectivo para cada maquina.

MCM=12 años

Maquina A

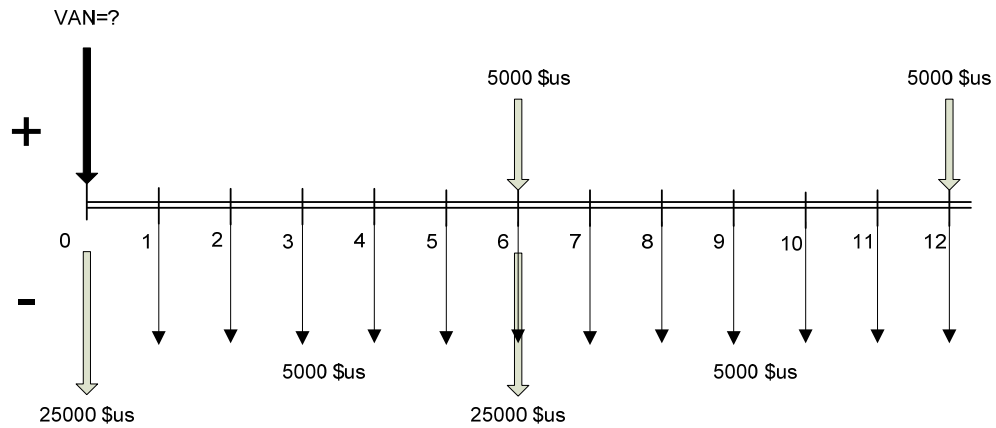


$$VAN_A = -18000 - 4700 \cdot (P/A, 14\%, 12) - 18000 \cdot (P/F, 14\%, 4) + 3000 \cdot (P/F, 14\%, 4) \\ - 18000 \cdot (P/F, 14\%, 8) + 3000 \cdot (P/F, 14\%, 8) + 3000 \cdot (P/F, 14\%, 12)$$

$$VAN_A = -18000 - 4700 \cdot 5.6603 - 18000 \cdot 0.5921 + 3000 \cdot 0.5921 - 18000 \cdot 0.3506 \\ + 3000 \cdot (0.3506) + 3000 \cdot (0.2076)$$

$$VAN_A = -58121.11 \$us$$

Maquina B



$$VAN_B = -25000 - 5000 \cdot (P/A, 14\%, 12) - 25000 \cdot (P/F, 14\%, 6) + 5000 \cdot (P/F, 14\%, 6) + 5000 \cdot (P/F, 14\%, 12)$$

$$VAN_B = -25000 - 5000 \cdot (5.6603) - 25000 \cdot (0.4556) + 5000 \cdot (0.4556) + 5000 \cdot (0.2076)$$

$$VAN_B = -61375.5 \$us$$

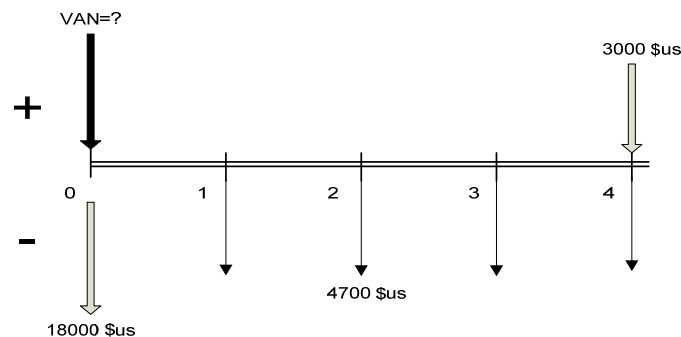
Se selecciona la maquina A ya que es la que cuesta menos.

b) Utilizando el método de horizonte de planeación, este método se emplea mayormente cuando el MCM es muy grande.

Se asume o se estima una vida útil a la alternativa con vida más larga asignándole también un valor de salvamento si lo tuviera.

En este caso se estima que la maquina B a los 4 años se podrá vender en 10 000 \$us

Maquina A

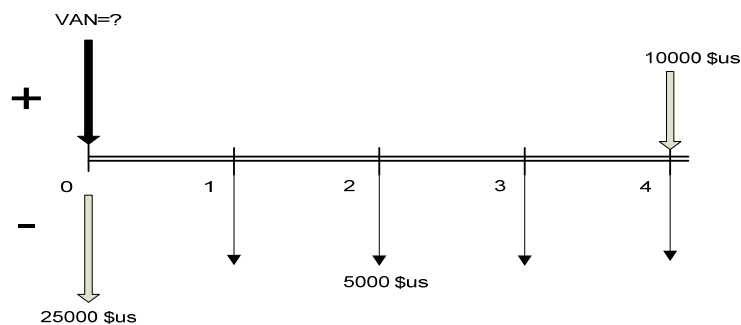


$$VAN_A = -18000 - 4700 \cdot (P/A, 14\%, 4) + 3000 \cdot (P/F, 14\%, 4)$$

$$VAN_A = -18000 - 4700 \cdot (2.9137) + 3000 \cdot (0.5921)$$

$$VAN_A = -29918.09 \$us$$

Maquina B



$$VAN_B = -25000 - 5000 \cdot (P/A, 14\%, 4) + 10000 \cdot (P/F, 14\%, 4)$$

$$VAN_B = -25000 - 5000 \cdot (2.9137) + 10000 \cdot (0.5921)$$

$$VAN_B = -33647.5 \$us$$

Se selecciona la maquina A ya que es la que cuesta menos.

8.3. ALTERNATIVAS INDEPENDIENTES

Los proyectos independientes no compiten entre sí durante la evaluación, pues cada proyecto se evalúa por separado y así la comparación es entre un proyecto a la vez mas la alternativa de *no hacer*. Si existen m proyectos independientes, se seleccionara ninguno, uno, dos o más, también se puede seleccionar la combinación de los proyectos, por lo tanto existen una cantidad de 2^m proyectos independientes incluido la alternativa de *no hacer*.

Ejemplo 8.5

Se tiene tres alternativas para un proyecto independiente sean estas A, B y C. Determine la cantidad de alternativas que se tienen.

Solución

Según la relación 2^m se tienen:

$$2^m = 2^3 = 8 \text{ alternativas}$$

Las cuales son:

1	A	5	AC
2	B	6	BC
3	C	7	ABC
4	AB	8	NH

8.4. ANÁLISIS DE PROYECTOS CON LIMITACIONES DE PRESUPUESTO DE INVERSIÓN

En la mayoría de las comparaciones económicas anteriores, las alternativas las alternativas fueron mutuamente excluyentes, solo se podía elegirse una alternativa. Si los proyectos no son mutuamente excluyentes, son clasificados como independientes entre si o sea que se puede aceptar más de uno.

Otro factor que influye es el capital de inversión, que es un recurso escaso para todas las corporaciones, en consecuencia existe una cantidad muy limitada para poder ser distribuida en una variedad de necesidades y oportunidades de inversión que se puede tener ya sea en una entidad pública o privada.

Como cada proyecto es independiente de las otras, la evaluación se realizara proyecto por proyecto, esta es la diferencia fundamental que existe entre las alternativas mutuamente excluyentes y los proyectos independientes.

Existen dos excepciones para proyectos puramente independientes uno es el *proyecto contingente* y el otro un *proyecto dependiente*.

El termino *proyecto* sirve para identificar cada opción independiente, el termino *conjunto* para identificar una colección de proyectos independientes, el termino *alternativa mutuamente excluyente* continua identificando un proyecto cuando solo puede elegirse uno entre varios.

El *proyecto contingente* es aquel que tiene una condición respecto a su aceptación o rechazo, un ejemplo de este tipo de proyecto es si se tiene dos proyectos A y B, no se acepta A si se acepta B; A puede aceptarse en lugar de B, pero ambos no son necesarios.

El *proyecto dependiente* es aquel que debe aceptarse o rechazarse con base en la decisión de otro(s) proyecto(s), por ejemplo se tiene tres proyectos A, B y C; se aceptará B, siempre que se acepten los proyectos A y C.

En la práctica estas condiciones para elaborar un proyecto se simplifican mediante paquetes o grupos de proyecto relacionados, que sean económicamente evaluados por sí mismos como proyectos independientes con los proyectos restantes no condicionados.

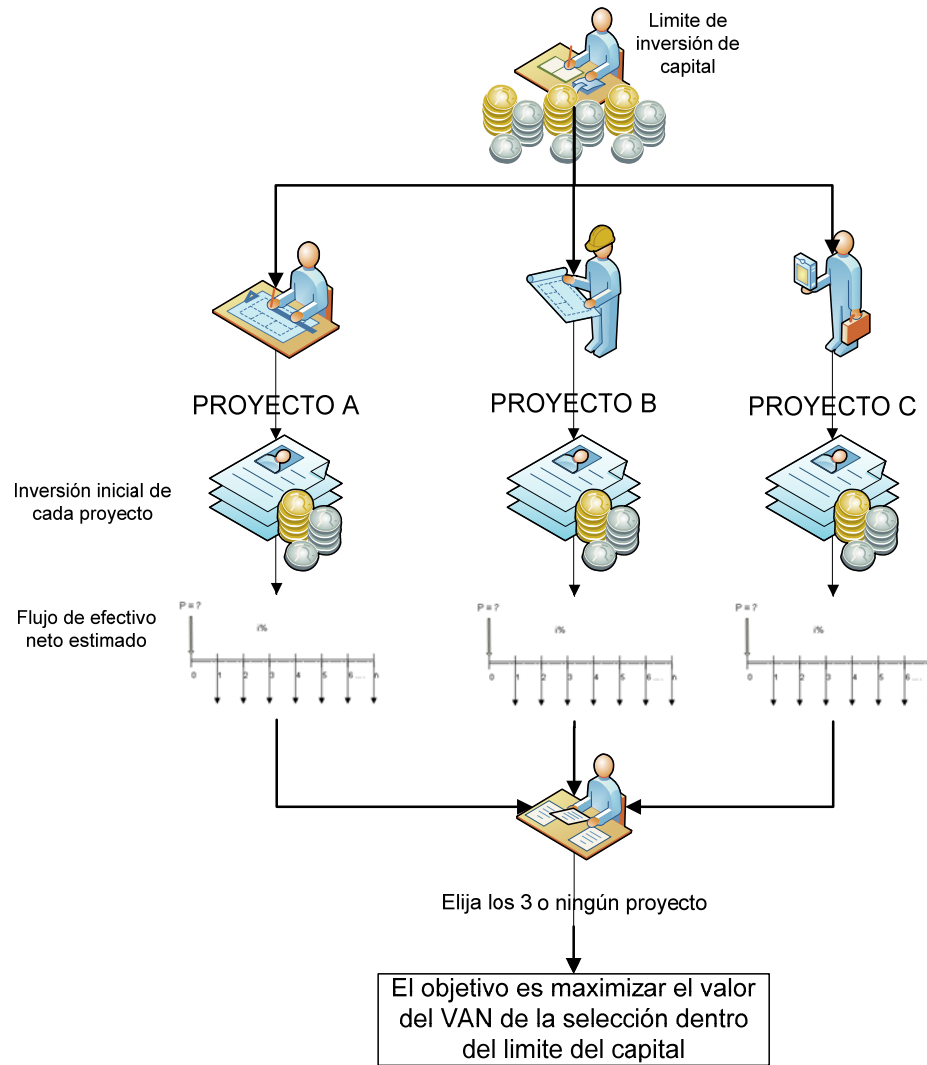
El problema de *elaboración del presupuesto de capital* tiene las siguientes características.

1. Se identifican los diversos proyectos independientes y están disponibles las **estimaciones** del flujo de efectivo neto.
2. Cada proyecto se selecciona o se rechaza totalmente; es decir no es posible la inversión parcial en un proyecto.
3. Una limitante presupuestal establecida restringe la cantidad total a invertir. Pueden existir varias limitantes presupuestales durante el primer año durante varios años. Este límite de inversión se simboliza mediante b .
4. El objetivo es de maximizar el retorno sobre las inversiones utilizando alguna medida de valor, usualmente se aplica el método del VAN.

Por naturaleza, en general, los proyectos independientes son bastantes diferentes entre sí. Por ejemplo en el sector público como ser la alcaldía con proyectos de desarrollo en los cuales se tiene paquete de proyectos que se complementan para el desarrollo de la ciudad, uno de estos es la ampliación de agua potable, que conlleva tener también un sistema de alcantarillado sanitario mas la ampliación o construcción de una planta de tratamiento de aguas residuales. Para cada proyecto independiente hay una inversión inicial, una vida del proyecto y flujos de efectivo netos estimados, que pueden incluir un valor de salvamento.

Uno de los métodos mas recomendados para la selección de proyectos es el VAN. El lineamiento de selección es el siguiente.

“Acepte los proyectos con los mejores valores VAN determinados en función de la TMA sobre la vida del proyecto, siempre que este no exceda el límite de capital b para invertir.” Este lineamiento no es diferente del usado en la selección para proyectos independientes visto en los anteriores puntos. El problema típico de la elaboración del se ilustra en la siguiente figura.



Entonces cada proyecto se debe comparar con el proyecto de no hacer; es decir no es necesario un análisis incremental entre proyectos. Ahora en este tipo de análisis radica que la cantidad de dinero disponible está limitado.

Otro dilema del racionamiento de capital o limitación de presupuesto entre proyectos independientes tiene relación con la flexibilidad del límite de inversión de capital b . Este límite puede llegar a desechar un proyecto aceptable que se encuentra inmediatamente después de la línea de aceptación, por ejemplo si se tuviera un límite de inversión de 1 millón de dólares y existe un proyecto A con VAN positivo a la TMA, con una inversión de 1 050 000 de dólares, este proyecto se podría tomarse en

cuenta, ya que por lo general un límite en la inversión de capital es algo flexible y de esta forma se acepta un proyecto viable.

8.4.1. Análisis de valor presente para proyectos con vidas útiles iguales

Para seleccionar entre proyectos que tienen la misma vida esperada y para que no se invierta más allá de lo disponible b , es necesario formular, en un principio, todos los conjuntos mutuamente excluyentes: un proyecto a la vez, dos proyectos a la vez, etc. Cada paquete debe tener una inversión total que no exceda el límite b . Uno de los tales paquetes es el proyecto de no hacer (NH). El número total de conjuntos para m proyectos se calcula utilizando la relación 2^m , en esta expresión se toma en cuenta la opción de *no hacer* (NH). El número aumenta rápidamente con m . Para $m=4$ se tiene $2^4=16$ paquetes, luego se determina el VAN de cada paquete con la TMA. Se selecciona el paquete con el mayor VAN.

Ejemplo 8.6

Se muestra en el siguiente cuadro tres proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial Bs
A	60 000
B	37 000
C	40 000

Si el límite de inversión es $b=85\,000$ Bs, determinelos conjuntos aceptables para la inversión.

Solución

Se tienen 3 proyectos por lo tanto el número de conjuntos es:

$$2^m = 2^3 = 8$$

Proyecto	Inversión Inicial Bs	Proyecto	Inversión Inicial Bs
A	60 000	AC	100 000
B	37 000	BC	77 000
C	40 000	ABC	137 000
AB	97 000	NO HACER	0

Como se muestra en la tabla anterior los paquetes de inversión AB, AC y ABC son excluidos debido a que estos se pasan del límite de inversión.

El procedimiento para resolver en problema de elaboración del presupuesto de capital utilizando el análisis de VAN es:

1. Defina los conjuntos mutuamente excluyentes que su inversión inicial total no sobrepasen el valor del capital de inversión.
2. Sume los flujos de efectivos netos FEN_{jt} para todos los proyectos en cada conjunto j y cada año t desde 1 hasta la vida esperada n_j . Envíese a la inversión inicial para el paquete j en el momento $t=0$ como FEN_{j0} .
3. Calcule el valor actual neto, VAN_j , para cada paquete con la TMA.

$VAN_j = VAN$ de los flujos de efectivo netos del conjunto - la inversion inicial

$$VAN_j = \sum_{t=1}^{i=n_j} FEN_{jt} (P/F, i, t) - FEN_{j0} \quad \text{Ec. (8.1)}$$

4. Seleccione el conjunto con el valor VAN_j (numéricamente) mayor.

La selección de un VAN_j máximo significa que este paquete genera un retorno mayor que cualquier otro paquete. Se debe desechar los conjuntos que den un $VAN < 0$, ya que estos proyectos no producen un retorno de la TMA.

Ejemplo 8.7

El directorio de SEMAPA aprobó 4 proyectos para la ampliación de agua potable, cada proyecto tiene una vida esperada de 25 años. Seleccione el mejor proyecto si se espera una tasa de retorno de 9% anual.

En el siguiente cuadro se muestra los proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial Bs	Flujo de efectivo anual	Vida del proyecto
A	90 000	9 200	25
B	200 000	22 000	25
C	150 000	16 000	25
D	80 000	8 000	25

El limite de inversión es $b=300\,000$ Bs.

Solución

Se tienen 4 proyectos por lo tanto el número de conjuntos es:

$$2^m = 2^4 = 16$$

Nº	Proyecto	Inversión Inicial Bs
1	A	90 000
2	B	200 000
3	C	150 000
4	D	80 000
5	AB	290 000
6	AC	240 000
7	AD	170 000
8	BC	350 000

Nº	Proyecto	Inversión Inicial Bs
9	BD	280 000
10	CD	230 000
11	ABC	440 000
12	ABD	370 000
13	BCD	430 000
14	ACD	320 000
15	ABCD	520 000
16	NO HACER	0

Como el límite de presupuesto es 300 000 Bs se ha eliminado algunos conjunto de proyectos.

Los proyectos son

El análisis se los realiza aplicando el método del VAN a cada proyecto

$$VAN_A = -90000 + 9200 \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$
$$VAN_A = -90000 + 9200 \cdot \frac{(1+0.09)^{25} - 1}{0.09 \cdot (1+0.09)^{25}}$$
$$VAN_A = 367.73$$

Conjunto	Proyecto	Inversión Inicial Bs	Flujo de efectivo anual	VAN
1	A	90 000	9 200	367.73
2	B	200 000	22 000	16 096.75
3	C	150 000	16 000	7 161.27
4	D	80 000	8 000	-1 419.36
5	AB	290 000	31 200	16 464.48
6	AC	240 000	25 200	7 529
7	AD	170 000	17 200	-1 051.63
8	BD	280 000	30 000	14 677.39
9	CD	230 000	24 000	5 741.91
10	NO HACER	0	0	0

Como resultado se obtiene que la mejor opción desde un punto de vista económico se escoge el conjunto 5 con los proyectos A y B, esto deja 10 000 Bs sin invertir.

8.4.2. Análisis de valor presente proyectos con vidas útiles diferentes

Generalmente, los proyectos independientes no tienen la misma vida esperada. Con anterioridad el análisis del VAN supone que la vida útil de servicio entre alternativas es la misma, tal suposición no es válida para una buena distribución de capital, toda vez que no hay ciclo de vida de un proyecto más allá de su vida estimada. Sin embargo la norma de la selección se basa en el VAN sobre la vida respectiva de cada proyecto independiente, esto significa que existe una suposición implícita de reinversión, que el siguiente:

“Todos los flujos de efectivo neto positivos (ganancias) de un proyecto se reinvierten a la TMA desde el momento en que se realiza hasta el final del proyecto con vida más larga.” Es decir desde el año n_j hasta n_L donde n_j es la vida de cada proyecto y n_L es la vida del proyecto más largo.

El método del para la solución de elaboración de presupuesto de capital supone que cada proyecto durara el periodo del proyecto con la vida más larga n_L . Por consiguiente no es necesario el empleo del mínimo común múltiplo de las vidas y es correcto utilizar la ecuación Ec. (8.1) con la finalidad de seleccionar los conjuntos de proyectos de vidas diferentes mediante el análisis del VAN con el procedimiento de la selección del punto anterior.

Ejemplo 8.8

Para una TMA de 10% por año y el límite de inversión de capital es $b=100\ 000$ \$us, seleccione entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto
A	67 000	13 100	8
B	30 000	7 500	6
C	58 000	11 200	9

Solución

Se tienen 3 proyectos por lo tanto el número de conjuntos es:

$$2^m = 2^3 = 8$$

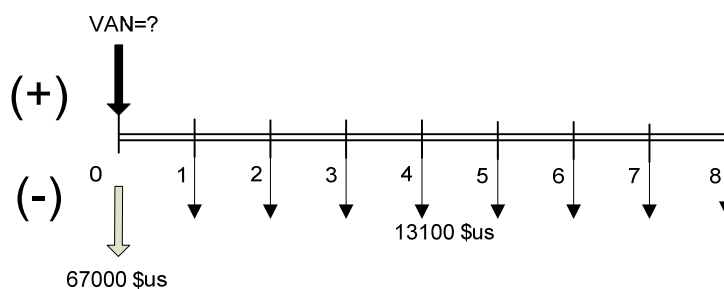
Proyecto	Inversión Inicial \$us
A	67 000
B	30 000
C	58 000
AB	97 000

Proyecto	Inversión Inicial \$us
AC	125 000
BC	88 000
ABC	155 000
NO HACER	0

Para la aproximación por periodo de estudio para los conjuntos, se elige un horizonte de tiempo de vida de 9 años, para esto se estima un valor de salvamento de la opción A y B

En las siguientes figuras se muestra los diagramas de flujo de caja modificados con un periodo de 9 años. Se sigue los pasos para la elección de alternativas con vidas iguales.

Proyecto A



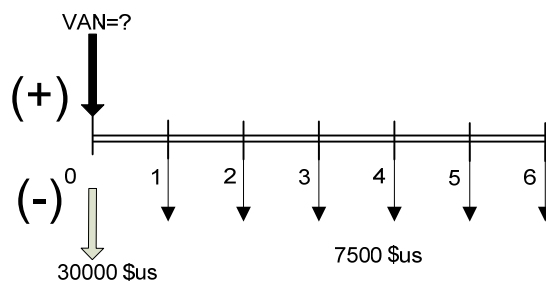
Utilizando las tablas de factor de interés compuesto se tiene

$$VAN_A = -67000 + 13100 \cdot (P/A, 10\%, 8)$$

$$VAN_A = -67000 + 13100 \cdot (5.3349)$$

$$VAN_A = 2887.19 \$us$$

Proyecto B

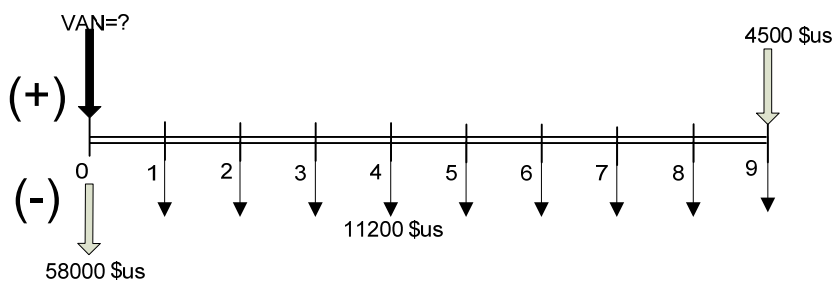


$$VAN_B = -30000 + 7500 \cdot (P/A, 10\%, 10)6$$

$$VAN_B = -30000 + 7500 \cdot (4.3553)$$

$$VAN_B = 2664.75 \$us$$

Proyecto C

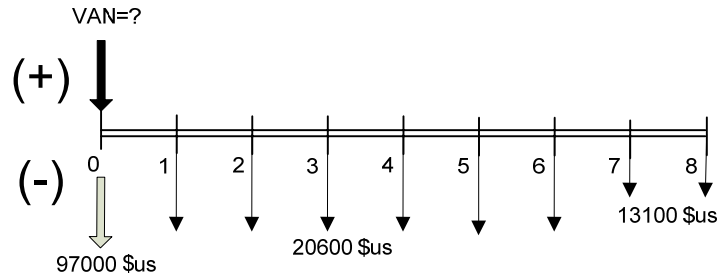


$$VAN_C = -58000 + 11200 \cdot (P/A, 10\%, 9)$$

$$VAN_C = -58000 + 11200 \cdot (5.7590)$$

$$VAN_C = 6500.8 \text{ \$us}$$

Proyecto AB

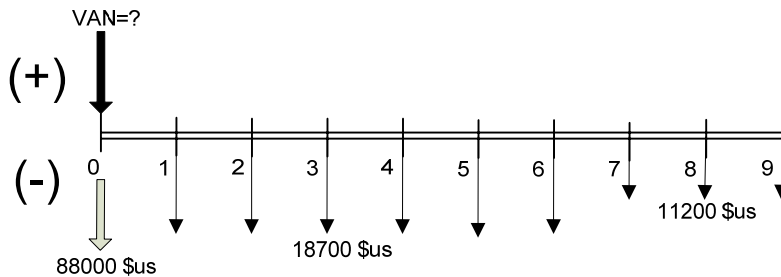


$$VAN_{AB} = -97000 + 13100 \cdot (P/A, 10\%, 8) + 7500 \cdot (P/A, 10\%, 6)$$

$$VAN_{AB} = -97000 + 13100 \cdot (5.3349) + 7500 \cdot (4.3553)$$

$$VAN_{AB} = 5551.94 \text{ \$us}$$

Proyecto BC



$$VAN_{BC} = -88000 + 11200 \cdot (P/A, 10\%, 9) + 7500 \cdot (P/A, 10\%, 6)$$

$$VAN_{BC} = -88000 + 11200 \cdot (5.7590) + 7500 \cdot (4.3553)$$

$$VAN_{BC} = 165.55 \text{ \$us}$$

En el siguiente cuadro se muestra el resumen del valor actual neto.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	VAN
A	67 000	2887.19
B	30 000	2664.75
C	58 000	6500.80
AB	97 000	5551.94
BC	88 000	165.55
NO HACER	0	0

Se seleccionará el proyecto C con una inversión de 58 000 \$us.

8.4.3. Elección de ejecución de proyectos mediante programación lineal

El problema de elaboración del presupuesto de capital se establece en la forma de un modelo de programación lineal. El problema se formula utilizando un modelo de programación lineal entera (PLE), que simplemente quiere decir que todas las relaciones son lineales y que la variable desconocida, x , puede tomar solo valores enteros. En tal caso, las variables solo pueden tomar los valores de 0 o 1, lo cual hace de este un caso especial denominado modelo PLE 0 o 1.

Maximizar: suma del VAN de los flujos de efectivo neto de proyectos independientes. Si la suma de los VAN de los flujos efectivos netos (FEN) es Z la formulación es:

$$\sum_{k=1}^{k=m} VAN_k x_k = Z$$

Restricciones:

- Las restricciones de inversión de capital es que la suma de las inversiones iniciales de cada proyecto no debe exceder un limite de inversión de capital b .

- Cada proyecto se selecciona o se los descarta por completo.

Sea x_k ($k=1$ a m proyectos) la variable que se busca determinar. Si $x_k=1$, entonces el proyecto se acepta, por lo contrario si $x_k=0$, el proyecto se rechaza

$$\sum_{k=1}^{k=m} FEN_{k0} x_k \leq b$$

$$x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m$$

El VAN de cada proyecto se calcula con la TMA

$VAN_k = VAN$ de los FEN del proyecto para n_k años

$$VAN_k = \sum_{k=1}^{k=m} FEN_{kt}(P/F, i, t) - FEN_{k0}$$

También se puede utilizar el Excel y su herramienta de optimización Solver para desarrollar la formulación y seleccionar los proyectos.

Para tener una idea, se comparara con el ejemplo anterior al realizar el ejemplo con este método.

Ejemplo 8.8

Para una TMA de 14% por año y el límite de inversión de capital es $b=50\ 000$ \$us, seleccione entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto	VAN
A	16 000	3 500	8	236.02
B	20 000	5 100	6	-167.80
C	23 000	5 100	8	658.21
D	14 000	3 350	7	365.82

Solución

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \sum_{k=1}^{k=m} VAN_k x_k = Z \\ \text{Restricciones} & \sum_{k=1}^{k=m} FEN_{k0} x_k \leq b \\ & x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m \end{array}$$

Maximizar:

$$236.02 \cdot x_1 - 167.80x_2 + 658.21x_3 + 365.82 \cdot x_4 = Z$$

Restricción

$$16000 \cdot x_1 + 20000 \cdot x_2 + 23000 \cdot x_3 + 14000 \cdot x_4 \leq 50000$$

Para el conjunto AB: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=0$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 0 + 365.82 \cdot 0 = 68.22$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 0 + 14000 \cdot 0 \leq 50000$$

$$36000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto AC: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 0 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 0 = 894.23$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 0 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 0 \leq 50000$$

$$39000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto AD: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 0 + 658.21 \cdot 0 + 365.82 \cdot 1 = 601.84$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 0 + 23000 \cdot 0 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$30000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto BC: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$236.02 \cdot 0 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 0 = 490.41$$

$$16000 \cdot 0 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 0 \leq 50000$$

$$43000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto BD: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 0 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 0 + 365.82 \cdot 1 = 198.02$$

$$16000 \cdot 0 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 0 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$34000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto CD: $x_1=0$ $x_2=0$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 0 - 167.80 \cdot 0 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 1 = 1024.03$$

$$16000 \cdot 0 + 20000 \cdot 0 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$37000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto ABC: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 0 = 726.43$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 0 \leq 50000$$

$$59000 \leq 50000 \Rightarrow \textit{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ABD: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 0 + 365.82 \cdot 1 = 434.04$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 0 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$50000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto ACD: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 0 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 1 = 1260.05$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 0 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$53000 \leq 50000 \Rightarrow \textit{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto BCD: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 0 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 1 = 856.23$$

$$16000 \cdot 0 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$57000 \leq 50000 \Rightarrow \textit{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ABCD: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$236.02 \cdot 1 - 167.80 \cdot 1 + 658.21 \cdot 1 + 365.82 \cdot 1 = 1092.25$$

$$16000 \cdot 1 + 20000 \cdot 1 + 23000 \cdot 1 + 14000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$73000 \leq 50000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

En la siguiente tabla se muestra el resumen:

<i>Conjunto de Proyecto</i>	<i>Maximizar \$us</i>	<i>Restricción \$us</i>	
AB	68.22	36 000	OK
AC	894.23	39 000	OK
AD	601.84	30 000	OK
BC	490.41	43 000	OK
BD	198.02	34 000	OK
CD	1 024.03	37 000	OK
ABC	726.43	59 000	Excede el presupuesto
ABD	434.04	50 000	OK
ACD	1 260.05	53 000	Excede el presupuesto
BCD	856.23	57 000	Excede el presupuesto
ABCD	1 092.25	73 000	Excede el presupuesto

Se seleccionará el conjunto C y D con una inversión de 37 000 \$us.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 8.1 Se va realizar la compra de equipo, para lo cual se tiene dos alternativas que se muestra en la siguiente tabla:

	equipo 1	equipo 2
Costo \$us	40 000	45 000
Mantenimiento y operación anual	2 000	2 500
Ingreso anual	15 000	17 000
Vida útil en años	8	8

Mediante un análisis incremental determine la compra de uno de los tractores si la TMA es de 24% anual.

Respuesta.- Equipo 2

P 8.2 Una empresa productora de cemento desea ampliar los depósitos de almacenamiento, para lo cual se pretende la construcción de silos de almacenamiento, para lo cual se tiene dos propuesta. Determine la mejor propuesta si la TMA de la empresa es de 15% (realice un análisis de TIR incremental)

	Silos de H°A°	Silos de Metálicos
Costo \$us	32 600	26 400
Mantenimiento y operación anual	800	1 500
Ingreso anual	12 000	12 000
Vida útil en años	15	15

Respuesta.- Silo de acero TIR=39.5%

P 8.3 Dado el siguiente cuadro determine la mejor alternativa mutuamente excluyente (análisis incremental) para una TMA de 15% anual.

	A	B	C
Costo \$us	145 000	135 000	180 000
Mantenimiento y operación anual	16 000	14 500	21 000
Ingreso anual	41 500	38 000	53 000
Vida útil en años	20	20	20

Respuesta.- A, TIR=16.798%

P 8.4 Una consultora decide comprar de un equipo portátil para análisis de agua, para esto se tiene tres alternativa las cuales se detallan en el siguiente cuadro. Determine mediante un análisis de VAN el mejor equipo si se tiene un TMA de 18%.

	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
Costo Bs	10 800	15 400	12 500
Mantenimiento y operación anual	1 400	1 800	1 600
Ingreso anual	3 200	3 200	3 200
Vida útil en años	8	8	8

Respuesta.- Equipo 1, $VAN=-3460.38$ Bs

P 8.5 Se va a adquirir vehículos para la supervisión de una carretera. Se cuenta con dos alternativas, las cuales son: alternativa 1, la compra de Ford Explorers con un coste de 35 000 \$us con un costo de operación de 2 000 \$us anuales; la segunda alternativa es la compra de Toyota 4Runners con un costo de 30 000 \$us con un costo de operación de 3 000 \$us anuales. Determine la mejor alternativa con un TMA de 22% después de 4 años de uso, si el valor de salvamento del Ford Explorers será de 16 500 \$us y 12 000 \$us los Toyota 4Runners, utiliza el método de valor presente.

Respuesta.- Alternativa 1 Ford Explirers $VAN=-31862.1$ \$us

P 8.6 Se cuenta con dos alternativas para la construcción sistematizada de viguetas prefabricadas. La alternativa A tiene una inversión de 36 800 \$us, con un flujo neto de efectivo de 1 400 \$us mensuales. El alternativa B tiene una inversión 26 000 \$us, con un flujo neto efectivo de 1 250 \$us mensuales. Si la TMA es de 24% y la vida útil para cada alternativa es de 15 años, mediante un análisis de VAN determine la mejor alternativa.

Respuesta.- Alternativa B $VAN=-20998.38$ \$us

P 8.7 Con el fin de comunicar a dos capitales de provincias, la prefectura de Cochabamba pretende la construcción de una carretera, para la cual se tienen dos alternativas. La alternativa 1 comprende una inversión de 2.8 millones de dólares con un mantenimiento de 100 000 \$us anuales. La alternativa 2 comprende una inversión de 3.8 millones de dólares y un mantenimiento de 74 000 \$us anuales. Si la tasa de rendimiento de la prefectura es de 8% determine mediante un análisis de VAN cual de las alternativas es preferible en un periodo de 15 años

Respuesta.- Alternativa 1 $VAN = -1.003$ millones \$us

VIDAS ÚTILES DIFERENTES

P 8.8 Una empresa constructora pretende invertir en la construcción de un edificio. El problema es que no se ha decidido si el edificio será diseñado para alquilar tiendas o para venderlo como apartamentos se tienen las siguientes estimaciones. Las tiendas generaran un ingreso de 123 000 \$us por año y se gastan 5 000 \$us en mantenimiento con un tiempo de funcionamiento de 20 años y la inversión será de 480 000 \$us. La opción de apartamentos es que se venderán la mitad de estos a 220 000 \$us el primer año y los restantes se estima que serán vendidos a un plazo de 3 años en el cual se generara 100 000 \$us por año, el costo de este es de 415 000 \$us. Determine la mejor inversión mediante un análisis VAN entre las dos opciones, si la TMA es de 24% anual.

Respuesta.- Tiendas $VAN = 5010.3$ \$us

P 8.9 En el cuadro siguiente se muestran dos alternativas para el diseño de un puente. Determine la mejor alternativa si la TMA es de 10% anual

	Puente H°A°	Puente de Acero
Costo \$us	410 000	480 000
Mantenimiento \$us/año	30 000	40 000
Vida útil	20	30

Respuesta.- H°A° con un $VAN = -665406.91$ \$us

P 8.10 Determine la mejor maquina que se describe a continuación mediante la un análisis de VAN, si la TMA es se 25% anual.

	Maquina A	Maquina B
Costo inicial \$us	58 000	97 000
MyO \$us/anual	64 000	88 000
Valor de rescate	8 500	26 400
Vida en años	4	8

Respuesta.- Maquina VAN= -289899.46 \$us

CON LÍMITE DE PREPUESTO

P 8.11 Una empresa constructora cuenta con 200 000 \$us para la compra de maquinaria pesada. Al realizar dicha compra se pretende establecer una TMA de 15% anual en los siguientes trabajos que se adjudique. Debido a que el presupuesto es limitado se debe elegir solo algunas maquinas de la siguiente lista:

	Maquina	Precio \$us	Flujo de efectivo neto anual \$us	Vida útil
1	2 Volquetas	86 000	45 000	6
2	1 Retroexcavadora	54 000	43 000	6
3	1 Tractor Bulldozer	80 000	70 000	6
4	1 Cargador frontal	40 000	35 000	6

Respuesta.- Se eligen las máquinas 1, 2 y 4 VAN=417948.27 \$us

P 8.12 Determine cuál de los proyecto o conjunto de proyectos independientes debería elegirse si se disponen de 1 200 000 \$us con una TMA de 10% anual

Proyecto	Inversión inicial \$us	Flujo de efectivo neto \$us/año	Vida en años
A	500 000	150 000	9
B	560 000	100 000	9
C	590 000	180 000	9
D	820 000	97 000	9
E	750 000	240 000	9

Respuesta.- A y C VAN=810 477.86 \$us

P 8.13 Para una TMA de 30% por año y el límite de inversión de capital es $b=400\,000$ \$us, seleccione el mejor conjunto entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto
A	267 000	94 100	8
B	330 000	130 500	6
C	158 000	56 200	9
D	100 000	50 000	4

Respuesta.- C y D VAN=19 979.91 \$us

P 8.14 Para el anterior ejercicio resuelva mediante programación lineal.

Respuesta.- C y D VAN=19 979.91 \$us

P 8.15 Para una TMA de 15% por año y el límite de inversión de capital es $b=50\,000$ \$us, seleccione entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto
A	27 000	9 500	5
B	34 000	10 500	6
C	18 000	6 600	4

Respuesta.- B con un VAN=5 737.07 \$us

CAPÍTULO 9

ANÁLISIS BAJO CONDICIONES DE RIESGO E INCERTIDUMBRE



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Conocer los conceptos de riesgo e incertidumbre.*
- ◆ *Entender las diferencias existentes entre modelos determinísticos y modelos probabilísticos*
- ◆ *Conocer cuáles son los factores que afectan la incertidumbre*
- ◆ *Entender cuál es la influencia de la probabilidad en la toma de decisiones*
- ◆ *Cuantificar el riesgo en las inversiones*

9.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores expresamos suposiciones específicas acerca de los ingresos aplicables, los costos y otras cantidades importantes en un análisis de ingeniería económica. Se supuso que se podría otorgar un alto grado de confianza a todos los valores estimados. Ese grado de confianza algunas veces se llama *certidumbre supuesta*. Las decisiones tomadas con base sólo en esta clase de análisis a veces se llaman decisiones bajo certidumbre. El término es más bien erróneo pues rara vez hay un caso en el que las cantidades estimadas se puedan suponer ciertas.

De hecho, en todas las situaciones hay duda acerca de los resultados finales que se obtendrán en una inversión. La razón para tratar con el riesgo y la incertidumbre es establecer los límites de error en nuestras estimaciones de modo que otra alternativa en consideración se pueda volver una mejor opción que la que recomendamos bajo la certidumbre supuesta.

9.2. ANÁLISIS DE PROYECTOS BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE Y RIESGO.

Dentro de los análisis de proyectos, existe la escasez de conocimientos precisos con respecto a las futuras negociaciones, desarrollos tecnológicos, sinergias entre los proyectos consolidados, etc., ocasionando riesgo e incertidumbre en las actividades de toma de decisiones. *Las decisiones bajo riesgo* son decisiones en las que el analista modela el problema de decisión en términos de los supuestos resultados futuros posibles o escenarios, cuyas probabilidades de ocurrencias se pueden estimar. *Una decisión bajo incertidumbre*, por el contrario, es aquella donde el principal problema es que hay varios futuros desconocidos cuyas probabilidades de ocurrencias no pueden estimarse.

De hecho, la diferencia entre riesgo e incertidumbre es algo arbitraria. Una escuela contemporánea de pensamiento propone que los resultados futuros probables y representativos y sus probabilidades siempre se pueden producir de manera

subjetiva. Por tanto, no es absurdo sugerir que la toma de decisiones bajo riesgo es el marco más plausible y conveniente para tratar con el poco conocimiento sobre el futuro. Aunque podemos distinguir técnicamente entre riesgo e incertidumbre, ambos pueden ocasionar que el estudio arroje resultados diferentes de las predicciones, y rara a vez se consigue algo significativo al intentar tratarlos por separado.

9.3. MODELOS DETERMINÍSTICOS Y MODELOS PROBABILÍSTICOS

El *determinismo* es una doctrina filosófica que afirma que todo acontecimiento, incluyendo el pensamiento humano y las acciones, está causalmente determinado por la irrompible cadena causa-consecuencia. No hay milagros ni ocurren sucesos al azar, está libre de riesgo. Mientras que el *probabilismo* es una doctrina de teología y filosofía moral cristiana, basada en la idea de que es justificado realizar una acción, aun en contra de la opinión general o el consenso social, si es que hay una posibilidad, aunque sea pequeña, de que sus resultados posteriores sean buenos, optando así por la libertad.

Los modelos deterministas y probabilistas simplemente son metodologías basadas en sus principios.

9.4. TOMA DE DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Es útil considerar los factores que afectan la incertidumbre involucrada en una inversión de capital, de modo que se puedan relacionar con la medición económica del mérito que se debe cumplir o superar a fin de que se justifique una inversión. Sería casi imposible listar y analizar todos estos factores. Sin embargo, hay cuatro fuentes principales de incertidumbre y casi siempre están presentes en los estudios que ingeniería económica.

La primera fuente, siempre presente, es la *posible inexactitud de las estimaciones utilizadas en el estudio*. Si se dispone de información exacta con respecto a las partidas de ingresos y gastos, el resultado debe ser bastante preciso. Si, por otro lado, se cuenta con poca información objetiva y casi todos los factores se tienen que

estimar, la precisión del resultado puede ser alta o baja, lo que dependerá de la forma en la que se tienen los valores estimados. ¿Son estimaciones sólidas basadas en información confiable o simples conjeturas?

Con frecuencia es difícil determinar la precisión de los flujos entrantes de efectivo estimados. Si se basa en una considerable cantidad de experiencia pasada o se han determinado mediante adecuadas encuestas de mercado, se les puede reconocer un razonable grado de confiabilidad. Pero, si sólo son resultados de una conjetura, con un considerable elemento de esperanza añadido, desde luego se puede estimar que contienen una parte considerable de incertidumbre.

Un ahorro de los gastos de operación existentes generaría menos incertidumbre. Normalmente es más fácil determinar que el ahorro será debido a que existe una experiencia considerable en la cual basar las estimaciones. De forma similar, no debe haber grandes errores en las estimaciones del capital que se requiere. La incertidumbre en los requerimientos de inversión de capital a menudo se refleja como una contingencia en el costo real de la planta y equipo.

La segunda fuente principal que afecta la incertidumbre es el *tipo de negocio que tiene que ver con la salud futura de la economía*. Algunos negocios son notoriamente menos estables que otros. Por ejemplo, la mayoría de las empresas mineras son más riesgosas que los grandes almacenes de venta de comida al menudeo. Sin embargo, no podemos decir de manera arbitraria que una inversión en cualquier almacén de venta de comida al menudeo siempre implica menos incertidumbre que la inversión en una propiedad minera. Cada vez que se invierte capital de una empresa, se debe considerar la naturaleza en historia del negocio así como las perspectivas de las condiciones económicas futuras (por ejemplo, tasas de interés) al decir que riesgo está presente.

La tercera fuente que afecta la incertidumbre es el *tipo de planta física y equipo involucrados*. Algunos tipos de estructuras tienen vidas económicas y valores de mercado bastante definidos. Se conoce poco de las vidas físicas o económicas de otras, y casi no tiene un valor de reventa. Por lo general un buen torno se puede

utilizar para muchos propósitos casi en cualquier taller. Lo contrario ocurriría con un tipo especial de torno construido para un trabajo poco usual. Su valor dependería casi totalmente de la demanda del trabajo especial que pueda llevar a cabo. De esta manera, el tipo de bienes físico involucrado tendrá una relevancia directa en la precisión de los patrones de ingreso y gasto estimados. Se debe considerar cuidadosamente este factor donde se inviertan dinero en planta y equipo especializado.

La cuarta fuente de incertidumbre, muy importante, que siempre se debe considerar al evaluar es la *longitud del pedido de estudios supuesto*. A lo largo del periodo de estudio deben existir las condiciones que se supone con respecto al ingreso y gasto a fin de obtener un rendimiento satisfactorio sobre la inversión de capital. Un período largo de estudio naturalmente disminuye la probabilidad de que todos los factores sean como sus estimaciones. Por tanto, un período largo de estudio, si todo se mantiene igual, siempre aumenta la incertidumbre de una inversión de capital.

9.4.1. Análisis de sensibilidad: Modelo determinístico

Cuando se trata con la incertidumbre, a menudo es útil determinar en qué medida los cambios en una estimación afectaría una decisión de inversión de capital, es decir, que tan sensible es una determinada inversión a cambios en los factores (parámetros) particulares no conocidos plenamente. Si el parámetro como *la vida del proyecto o ingreso anual* pueden modificarse ampliamente sin afectar demasiado la decisión de inversión, se dice que la decisión bajo consideración no es sensible a este factor particular. Por el contrario, si un cambio pequeño en la magnitud relativa de un parámetro modifica una decisión de inversión, se concluye que la decisión es altamente sensible al parámetro.

En este subtítulo, la técnica es *no probabilística* (determinístico) para considerar la incertidumbre en los análisis de ingeniería económica.

El análisis de sensibilidad, es una técnica básica que suele emplearse cuando uno o más factores están sujetos a incertidumbre. Las preguntas que el análisis de sensibilidad intenta resolver son:

¿Cuál es el comportamiento de la medición del mérito (Por ejemplo, VAN) con un porcentaje de cambio en cada factor individual?

¿Cuál es el monto del cambio en un factor particular que ocasionará un cambio en la preferencia de una alternativa?

¿Cuál es también una medida del mérito de las combinaciones seleccionadas de los cambios de dos o más factores?

Existen varios métodos que no proporcionan la información adecuada acerca del impacto potencial de la incertidumbre, y el análisis de sensibilidad es útil para determinar que tan sensible es la situación a los diversos factores de interés de modo que se les pueda asignar el peso y la consideración apropiados. En general, el término sensibilidad se refiere a la magnitud relativa de cambio en la medida del mérito (como el VAN) ocasionada por uno o más cambios en los valores estimados del factor de estudio. Algunas veces cuando se habla de la sensibilidad se hace referencia específicamente a la magnitud relativa del cambio en uno o más factores que puede invertir el proceso de elección entre las alternativas.

En los estudios de ingeniería económica, el análisis de sensibilidad es una técnica básica no probabilística, muy accesible, para proporcionar información sobre el impacto potencial de la incertidumbre en estimaciones del factor seleccionado. Su uso rutinario es fundamental para lograr resultados sólidos útiles en el proceso de decisión.

El ejemplo siguiente muestra el análisis de sensibilidad para varios factores tomados por separado.

Ejemplo 9.1

Se piensa instalar inmediatamente una máquina, sus flujos de efectivo más probables han sido estimados y se proporcionan en la siguiente lista. Debido a la nueva tecnología instalada en esta máquina, se desea investigar su VAN en un rango de $\pm 40\%$ en:

(a) Inversión de capital

(b) Flujo neto de efectivo anual



(c) Valor de mercado o salvamento

(d) Vida útil

Con base en estas estimaciones, ¿cuánto puede aumentar la inversión inicial antes de que la máquina se vuelva una opción no atractiva?

(-) Inversión de capital = 11500 \$us

Ingresos al año = 5000 \$us

(-) Gastos al año = 2000 \$us

Valor de salvamento = 1000 \$us

Vida útil = 6 años

Dibuje un diagrama que resuma la sensibilidad del valor presente a cambios en cada parámetro cuando la TMA=10% anual

Solución

Diagrama de flujo inicial

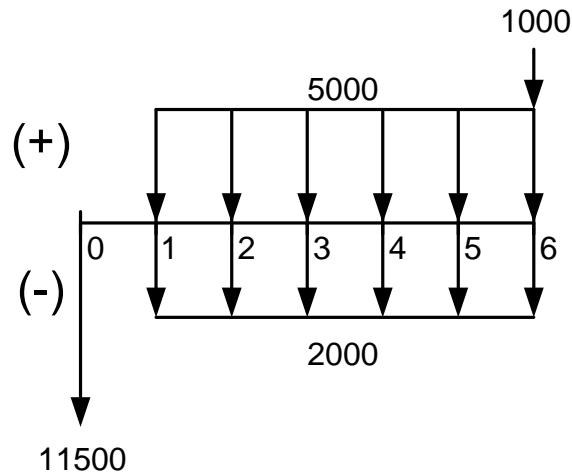
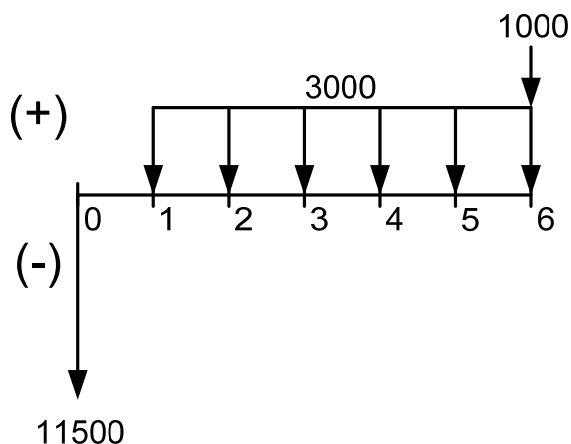


Diagrama de flujo restando los gastos anuales a los ingresos anuales



Calculo del VAN:

$$VAN(10\%) = -11500 + 3000(P/A, 10\%, 6) + 1000(P/F, 10\%, 6)$$

$$VAN(10\%) = -11500 + 13065.78 + 564.47$$

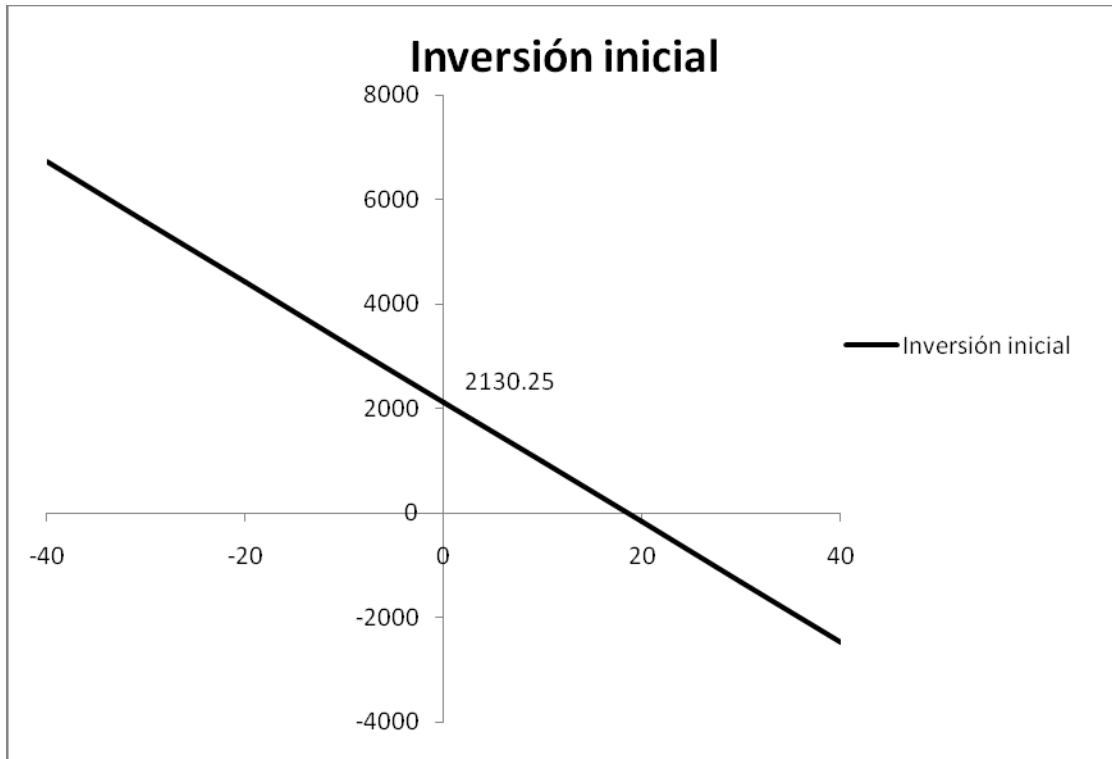
$$VAN(10\%) = 2130.25\$us$$

(a) Cuando la Inversión de Capital varia de 0% a $\pm 40\%$, el VAN es:

$$VAN(10\%) = -(1 \pm X\%/100)11500 + 3000(P/A, 10\%, 6) + 1000(P/F, 10\%, 6)$$

Análisis de sensibilidad para la INVERSION INICIAL

Porcentaje de variación	Valor multiplicador	Inversión inicial	Flujo neto de efectivo anual	Valor de salvamento	VAN
X	$1+X/100$	$(1+X/100)(11500)$	$3000(P/A, 10\%, 6)$	$1000(P/F, 10\%, 6)$	
%		\$us	\$us	\$us	\$us
-40	0.6	-6900	13065.78	564.47	6730.25
-30	0.7	-8050	13065.78	564.47	5580.25
-20	0.8	-9200	13065.78	564.47	4430.25
-10	0.9	-10350	13065.78	564.47	3280.25
0	1	-11500	13065.78	564.47	2130.25
10	1.1	-12650	13065.78	564.47	980.25
20	1.2	-13800	13065.78	564.47	-169.75
30	1.3	-14950	13065.78	564.47	-1319.75
40	1.4	-16100	13065.78	564.47	-2469.75



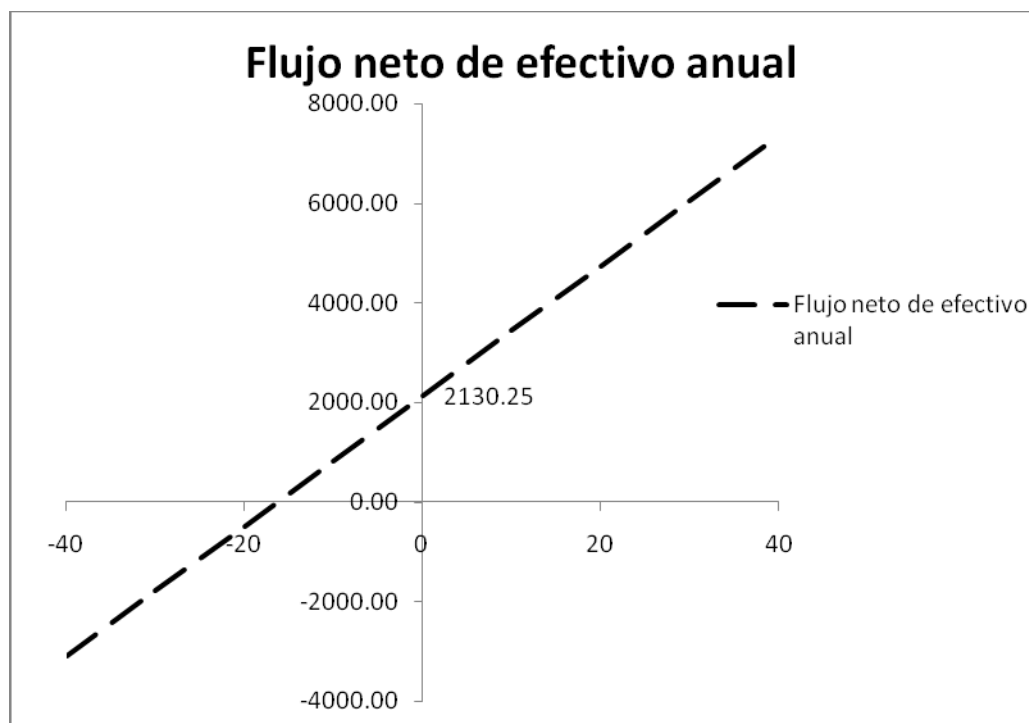
Eje X variación de porcentajes (%), eje Y VAN (\$us)

(b) Cuando el Flujo Neto de Efectivo Anual varía de 0% a $\pm 40\%$, el VAN es:

$$VAN(10\%) = -11500 + (1 \pm X\%/100)(3000)(P/A, 10\%, 6) + 1000(P/F, 10\%, 6)$$

Análisis de sensibilidad para el FLUJO NETO DE EFECTIVO ANUAL

Inversión inicial	Porcentaje de variación	Valor multiplicador	Flujo neto de efectivo anual	Valor de salvamento	VAN
-11500	X	$1+X/100$	$(1+X/100)(3000)(P/A, 10\%, 6)$	$1000(P/F, 10\%, 6)$	
\$us	%		\$us	\$us	\$us
-11500	-40	0.6	7839.47	564.47	-3096.06
-11500	-30	0.7	9146.05	564.47	-1789.48
-11500	-20	0.8	10452.62	564.47	-482.91
-11500	-10	0.9	11759.20	564.47	823.67
-11500	0	1	13065.78	564.47	2130.25
-11500	10	1.1	14372.36	564.47	3436.83
-11500	20	1.2	15678.94	564.47	4743.41
-11500	30	1.3	16985.51	564.47	6049.98
-11500	40	1.4	18292.09	564.47	7356.56



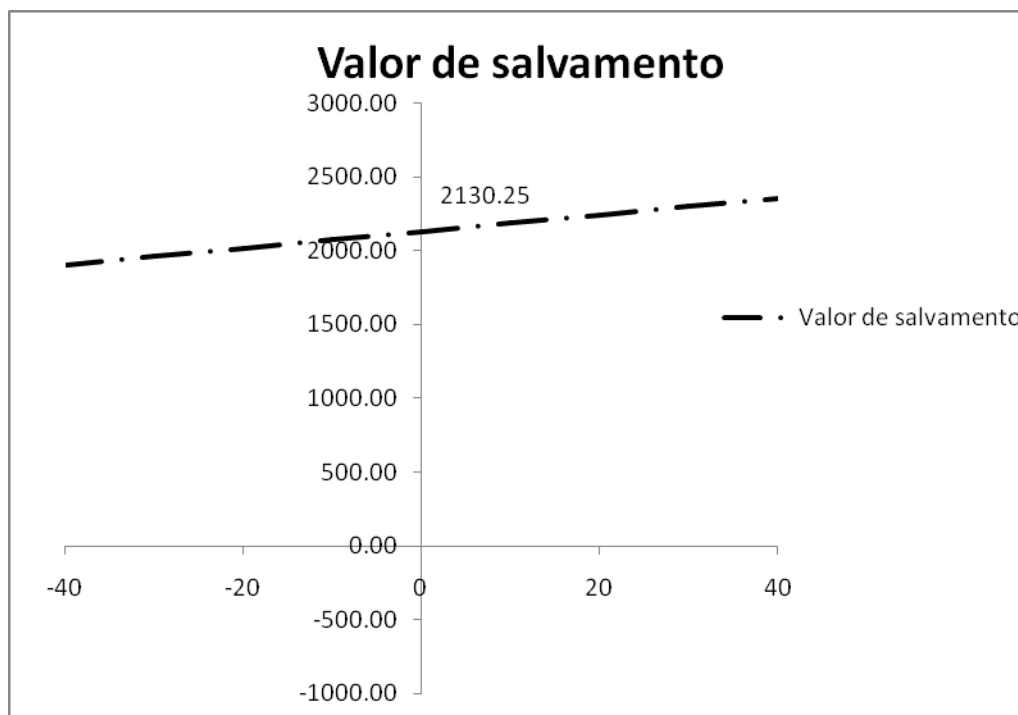
Eje X variación de porcentajes (%), eje Y VAN (\$us)

(c) Cuando el Valor de Salvamento varía de 0% a $\pm 40\%$, el VAN es:

$$VAN(10\%) = -11500 + (3000)(P/A, 10\%, 6) + (1 \pm X\%/100)(1000)(P/F, 10\%, 6)$$

Análisis de sensibilidad para el VALOR DE SALVAMENTO

Inversión inicial	Flujo neto de efectivo anual	Porcentaje de variación	Valor multiplicador	Valor de salvamento	VAN
-11500	$3000(P/A, 10\%, 6)$	X	$1+X/100$	$(1+X/100)(1000)(P/F, 10\%, 6)$	
\$us	\$us	%		\$us	\$us
-11500	13065.78	-40	0.6	338.68	1904.46
-11500	13065.78	-30	0.7	395.13	1960.91
-11500	13065.78	-20	0.8	451.58	2017.36
-11500	13065.78	-10	0.9	508.02	2073.80
-11500	13065.78	0	1	564.47	2130.25
-11500	13065.78	10	1.1	620.92	2186.70
-11500	13065.78	20	1.2	677.36	2243.14
-11500	13065.78	30	1.3	733.81	2299.59
-11500	13065.78	40	1.4	790.26	2356.04



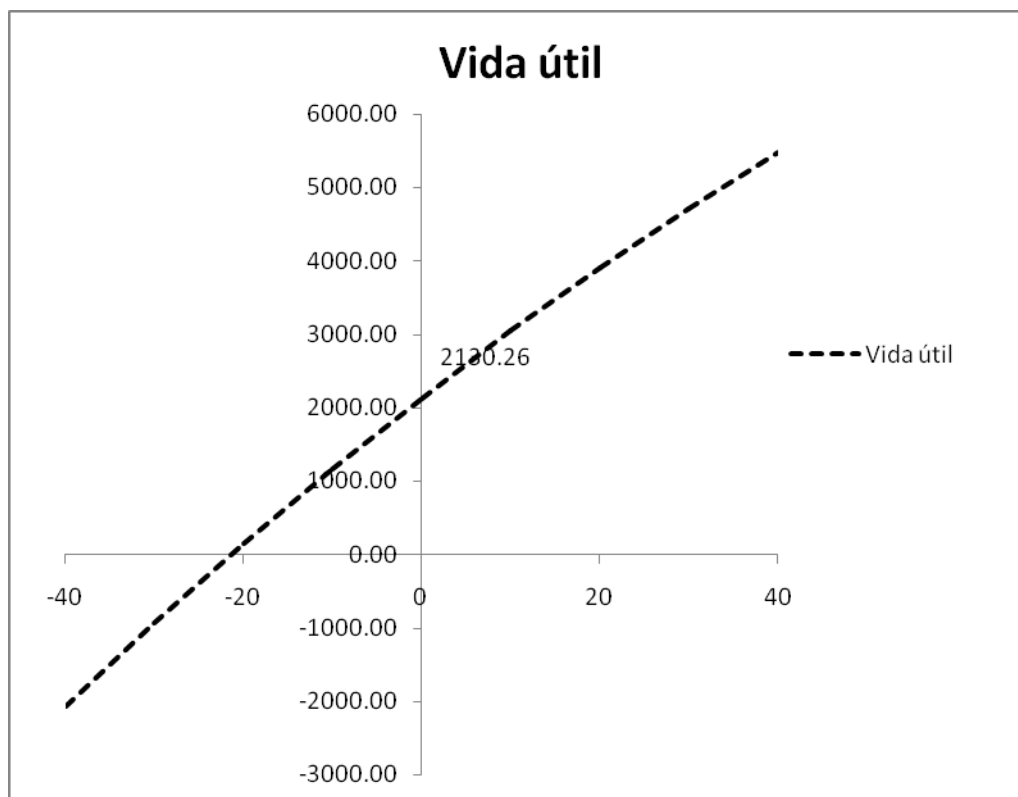
Eje X variación de porcentajes (%), eje Y VAN (\$us)

(d) Cuando la Vida Útil varía de 0% a $\pm 40\%$, el VAN es:

$$VAN(10\%) = -11500 + 3000 \left[P / A, 10\%, (6)(1 \pm X\% / 100) \right] + 1000 \left[P / F, 10\%, (6)(1 \pm X\% / 100) \right]$$

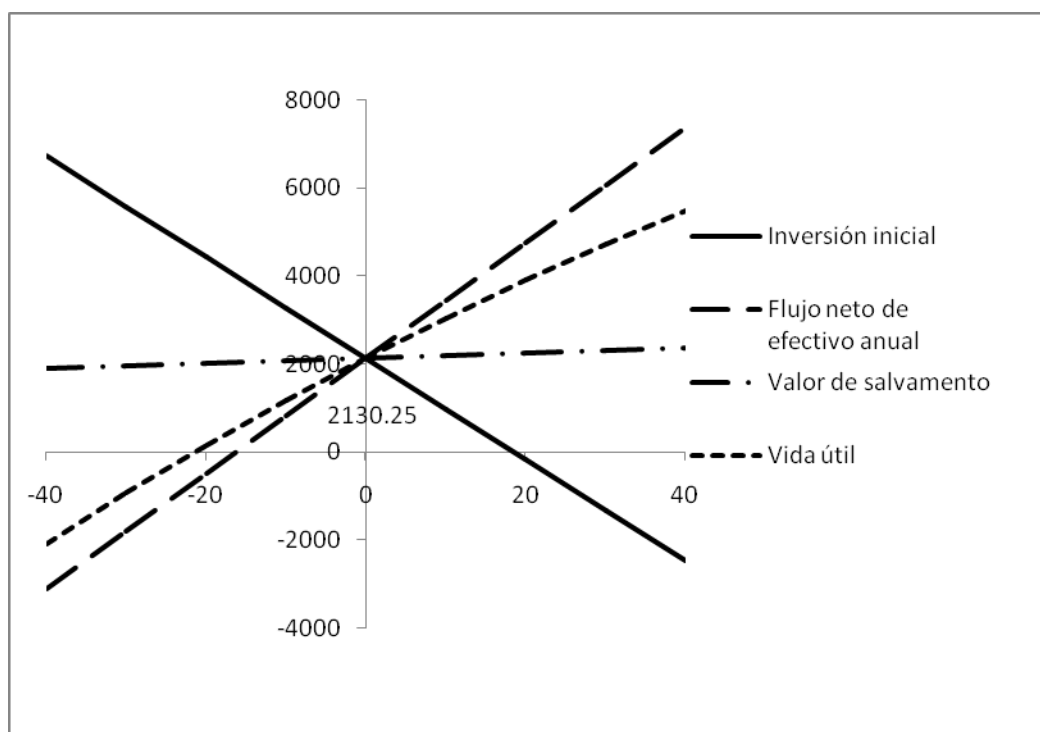
Análisis de sensibilidad para la VIDA UTIL

Inversión inicial	Porcentaje de variación	Valor multiplicador	Flujo neto de efectivo anual	Valor de salvamento	VAN
-11500	X	$1+X/100$	$3000[P/A, 10\%, 6(1+X/100)]$	$1000[P/F, 10\%, 6(1+X/100)]$	
\$us	%		\$us	\$us	\$us
-11500	-40	0.6	8713.34	709.56	-2077.11
-11500	-30	0.7	9896.49	670.12	-933.40
-11500	-20	0.8	11013.87	632.87	146.74
-11500	-10	0.9	12069.16	597.69	1166.85
-11500	0	1	13065.78	564.47	2130.26
-11500	10	1.1	14007.01	533.10	3040.11
-11500	20	1.2	14895.93	503.47	3899.40
-11500	30	1.3	15735.44	475.49	4710.93
-11500	40	1.4	16528.29	449.06	5477.35



Eje X variación de porcentajes (%), eje Y VAN (\$us)

Uniendo todas las gráficas, se tiene una general donde se puede apreciar los siguiente:



Eje X variación de porcentajes (%), eje Y VAN (\$us)

Observamos que el *Valor de Salvamento* es insensible al ejemplo mediante el VAN, esto quiere decir que si estimamos un precio del valor de salvamento con un error del $\pm 40\%$, el valor del VAN variaría muy poco, dando lugar a una incertidumbre muy baja. En cambio, ocurre lo contrario con el *Capital Inicial*, *Flujo Neto de Efectivo Anual* y *Vida Útil* donde sus estimaciones afectan al resultado final y colocan al ejercicio con una incertidumbre alta.

9.4.2. Simulación: Modelo probabilístico

La simulación de la incertidumbre se realizará con el método de Monte Carlo, ya que con el desarrollo de las computadoras es una herramienta importante para el análisis de proyectos. Para problemas complicados, la simulación Monte Carlo genera resultados aleatorios para factores probabilístico de modo que imiten la aleatoriedad inherente al problema original. De esta manera, una solución para un problema complejo se puede inferir del comportamiento de estos resultados aleatorios.

Para llevar a cabo un análisis de simulación, el primer paso es construir un modelo analítico que represente la situación actual de decisión. Esto puede ser tan sencillo como producir una ecuación para el VAN de un robot industrial propuesto en una línea de montaje o tan complejo como examinar los efectos de las regulaciones ambientales propuestas sobre las operaciones típicas de una refinería de petróleo. El segundo paso es producir una distribución de probabilidad de cada cantidad incierta y después se usa para determinar un resultado de *prueba* para el modelo. La múltiple repetición de este proceso de muestreo conduce una distribución de frecuencias de resultados de prueba para una adecuada medición de mérito, como el VAN o el VAUE. Entonces se puede emplear la distribución de frecuencias resultante para hacer relaciones probabilísticas sobre el problema original.

9.5. TOMA DE DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO

En este subtítulo se usa conceptos de estadística y probabilidad seleccionados para analizar las consecuencias económicas de algunas situaciones de decisión que implican riesgo e incertidumbre y que requieren conocimientos e insumos de ingeniería. La probabilidad de que un costo, ingreso, vida útil otro valor de un factor económico ocurra, o de que un valor equivalente particular o el valor de una tasa de rendimiento para un flujo de efectivo ocurra, normalmente se considera como la frecuencia relativa con aquel suceso (valor) ocurre en el largo plazo por la probabilidad estimada de manera subjetiva de que ocurra. Factores como éstos, con resultados probabilísticos, se llaman *variables aleatorias*.

Como se dio anteriormente, una situación de decisión, por ejemplo una tarea de diseño, una empresa nueva, un proyecto de mejoramiento o cualquier esfuerzo similar que requiera conocimientos de ingeniería tienen dos o más alternativas asociadas. Los montos del flujo de efectivo para cada alternativa a menudo son resultado de la suma, diferencia, producto o cociente de variables aleatorias como las inversiones iniciales de capital, gastos de operación, ingresos, cambios en el activo circulante y otros factores económicos. En estas circunstancias, las medidas de mérito económico (por ejemplo, valor equivalente y valor de tasa de rendimiento) de los flujos de efectivo también serán variables económicas.

La información sobre estas variables aleatorias particularmente útil en la toma de decisiones se encuentra en sus valores y variaciones esperados, en especial los vinculados con las medidas económicas de mérito de las alternativas. Estas cantidades derivadas para las variables aleatorias se usan para explicitar más la incertidumbre con respecto a cada alternativa, incluida cualquier probabilidad de pérdida. De esta manera, cuando se considera la incertidumbre, la variabilidad en las mediciones económicas del mérito y la probabilidad de pérdida asociada con las alternativas normalmente se usan en el proceso de toma de decisiones.

9.5.1 Distribución de variables aleatorias

Normalmente se utilizan las letras mayúsculas como X , Y y Z para representar variables aleatorias y las minúsculas (x , y , z) para denotar los valores particulares que estas variables toman en el espacio muestra (es decir, en el conjunto de todos los resultados posibles para cada variables). Cuando se considera que una variable aleatoria X si alguna distribución de probabilidad discreta, su función de masa de probabilidad normalmente se indica con $p(x)$ y su función de probabilidad acumulada con $P(x)$. Cuando se considera que una variable aleatoria sigue una distribución de probabilidad continua, su función de densidad de probabilidad y su función de distribución acumulada normalmente se indican con $f(x)$ y $F(x)$, respectivamente.

9.5.1.1 Variables aleatorias discretas

Se dice que una variable aleatoria X es *discreta* si puede tomar cuando mucho un número contable (finito) de valores (x_1, x_2, \dots, x_L). La probabilidad de que una variable aleatoria discreta X toma el valor x_i está dada por

$$Pr\{X = x_i\} = p(x_i) \text{ para } i=1,2,\dots,L \text{ (} i \text{ es un indice secuencial de los valores discretos, } x_i, \text{ que la variable toma)}$$

$$\text{donde } p(x_i) \geq 0 \text{ y } \sum_i p(x_i) = 1$$

Se puede calcular la probabilidad de sucesos relacionados con una variable aleatoria discreta a partir de su función de masa de probabilidad $p(x)$. Por ejemplo, la probabilidad de sucesos de que el valor de X este contenido en el intervalo cerrado $[a,b]$ está dada por (donde los dos puntos se leen “tal que”)

$$Pr\{a \leq X \leq b\} = \sum_{i: a \leq x_i \leq b} p(x_i)$$

La probabilidad de que el valor de X sea mayor o igual que $x=h$, función de distribución acumulada $P(x)$ para un caso discreto, está dada por

$$Pr\{X \leq h\} = P(h) = \sum_{i: x_i \leq h} p(x_i)$$

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las variables aleatorias discretas representan los datos contables como la vida útil de un activo en años, el número de trabajos de mantenimiento por semana, o el número de empleados, como entre los positivos.

9.5.1.2 Variables aleatorias continuas

Se dice que una variable aleatoria X es continua si existe una función no negativa $f(x)$ tal que para cualquier conjunto de números reales $[c,d]$, donde $c < d$, la probabilidad del suceso de que el valor de X este contenido en el conjunto está dada por

$$Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(h) dx$$

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

De esta manera, la probabilidad de sucesos acerca de la variable aleatoria continua X se puede calcular a partir de su función de densidad de probabilidad, y la probabilidad de que X se tome exactamente cualquiera de sus valores que es cero. También, la probabilidad de que el valor de X sea menor que o igual que un valor $x=k$, función de distribución acumulada $F(x)$ para un caso continuo, está dada por

$$Pr\{X \leq k\} = F(k) = \int_{-\infty}^k f(x) dx$$

También, para un caso continuo,

$$Pr\{c \leq X \leq d\} = \int_c^d f(x) dx = F(d) - F(c)$$

En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las variables aleatorias continuas representan datos medidos como tiempo, costo de ingresos, sobre una escala continua. Dependiendo de la situación, el analista decide modelar las variables aleatorias en el análisis de ingeniería económica como discretas o continuas.

9.5.2 Esperanza matemática y momentos estadísticos seleccionados

El valor esperado de una variable aleatoria particular X , $E(X)$, es un promedio pesado de los valores x distribuidos que toma y es una medida de lugar central de la distribución (tendencia central de la variable aleatoria). La $E(X)$ es el primer momento de la variable aleatoria alrededor del origen y se llaman media (momento central) de la distribución. El valor esperado es

$$E(X) = \begin{cases} \sum_i x_i p(x_i) & \text{Para } x \text{ discreta e } i=1,2,\dots,L \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx & \text{Para } x \text{ continua} \end{cases}$$

Aunque $E(X)$ proporciona una medida de tendencia central, no mide como los valores de distribución x se agrupan alrededor de la media. La varianza, $V(X)$, no negativa, de una variable aleatoria particular X es una medida de la dispersión de los valores que toma alrededor de la media. Es el valor esperado del cuadrado de la diferencia entre los valores x y la media, que es el segundo momento de la variable aleatoria alrededor de media.

$$E\{[X - E(X)]^2\} = V(X) = \begin{cases} \sum_i [x_i - E(X)]^2 p(x_i) & \text{para } x \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^2 f(x) dx & \text{para } x \text{ continua} \end{cases}$$

De la expresión binomial de $[X - E(X)]^2$, se puede mostrar fácilmente que $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$. Es decir, $V(X)$ es igual al segundo momento de la variable aleatoria alrededor del origen, que es el valor esperado de X^2 , menos del cuadrado de su media. Esta es la forma que a menudo se utiliza para calcular la alianza de una variable aleatoria X .

$$V(X) = \begin{cases} \sum_i x_i^2 p(x_i) - [E(X)]^2 & \text{para } x \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 f(x) dx - [E(X)]^2 & \text{para } x \text{ continua} \end{cases}$$

La desviación estándar de una variable aleatoria, $SD(X)$, es la raíz cuadrada positiva de la varianza; es decir, $SD(X) = [V(X)]^{1/2}$.

9.5.3 Multiplicación de una variable aleatoria por una constante

Una operación común que se realiza sobre una variable aleatoria es multiplicarla por una constante, por ejemplo, el gasto estimado de mano de obra en mantenimiento por un período, $Y = cX$, cuando número de horas de mano de obra por período (X) es una variable aleatoria y el costo por hora de mano de obra (c) es una constante. Otro ejemplo es el cálculo del VP para un proyecto cuando los montos del flujo neto de efectivo, F_k , son variables aleatorias y entonces cada F_k se multiplica por una constante ($P/F, i\%, k$) para obtener el VP .

Cuando una variable aleatoria, X , se multiplica por su constante, c , el valor esperado, $E(cX)$, y la varianza, $V(cX)$, son

$$E(cX) = cE(X) = \begin{cases} \sum_i cx_i p(x_i) & \text{para } x \text{ discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} cxf(x) dx & \text{para } x \text{ continua} \end{cases}$$

$$V(cX) = E\{[cX - E(cX)]^2\}$$

$$V(cX) = E\{c^2 X^2 - 2c^2 X \cdot E(X) + c^2 [E(X)]^2\}$$

$$V(cX) = c^2 E\{[X - E(X)]^2\}$$

$$V(cX) = c^2 V(X)$$

9.5.4 Multiplicación de los variables aleatorias independientes

Una variable aleatoria del flujo de efectivo, digamos Z , puede resultar del producto de otras dos variables aleatorias, $Z=XY$. Algunas veces, X y Y pueden ser tratadas como variables aleatorias estadísticamente independientes. Por ejemplo, considera los gastos anuales estimados, $Z=XY$, para una parte de reparación que se obtiene repetidamente durante el año sobre una base competitiva, cuando el precio unitario

(X) y el número de unidades que se utilizan por año (Y) se modelan como variables aleatorias independientes.

Cuando una variable aleatoria, Z, es un producto de los variables aleatorias independientes, X y Y, el valor esperado, E(Z), y la varianza V(Z), son:

$$Z = XY$$

$$E(Z) = E(X)E(Y)$$

$$V(Z) = E[XY - E(XY)]^2$$

$$V(Z) = E\{X^2Y^2 - 2XYE(XY) + [E(XY)]^2\}$$

$$V(Z) = EX^2EY^2 - [E(X)E(Y)]^2$$

Pero la varianza de una variable aleatoria, V(RV), es:

$$V(RV) = E[(RV)^2] - [E(RV)]^2$$

$$E[(RV)^2] = V(RV) + [E(RV)]^2$$

Entonces

$$V(Z) = \{V(X) + [E(X)]^2\}\{V(Y) + [E(Y)]^2\} - [E(X)]^2[E(Y)]^2$$

$$\text{o} \quad V(Z) = V(X)[E(Y)]^2 + V(Y)[E(X)]^2 + V(X)V(Y)$$

9.6 EVALUACIÓN DE PROYECTOS CON VARIABLES ALEATORIAS

Los conceptos de valor esperado y varianza se aplican teóricamente a condiciones a largo plazo en las que se supone que el suceso va a ocurrir repetidamente. Sin embargo, a menudo es útil aplicación de estos conceptos, aun cuando las inversiones no se van a realizar de forma repetida en el largo plazo. En éste subtítulo, se utilizan dos ejemplos para explicar estos conceptos con factores económicos seleccionados modelados con variables aleatorias discretas.

Ejemplo 9.2

En un canal de drenaje de una comunidad alejada de la ciudad de Cochabamba, se experimentan rápidas inundaciones, dicho canal tiene una capacidad suficiente para llevar 550 metros cúbicos por segundo ($550 \text{ m}^3/\text{s}$). Algunos estudios de ingeniería producen los siguientes datos con respecto a la probabilidad de que un flujo de agua dado en cualquier año sea rebasado y el costo de ampliar el canal:

FLUJO DE AGUA	PROBALIDAD DE QUE OCURRA UN FLUJO DE AGUA MAS GRANDE EN CUALQUIER AÑO	INVERSION DE CAPITAL PARA AMPLIAR EL CANAL PARA CONDUCIR ESTE FLUJO
(pie ³ /seg)	%	\$us
550	25	---
900	15	-15000
1150	8	-24000
1400	4	-35000
1750	2	-52000

Los registros indican que el promedio de daño a la propiedad asciende a 35 000 \$us cuando ocurre un desbordamiento serio. Se cree que éste sería el daño promedio cada vez que el flujo de tormenta fuera mayor que la capacidad canal. La reconstrucción del canal se financiará con bonos a 15 años que producen el 10% de interés al año. De esta forma se calcula que el monto de recuperación de capital por reembolso de la deuda (principal de bono más interés) sería de 13.15% de la inversión de capital, debido a que $(A/P, 10\%, 15) = 0.1315$. Se desea determinar el tamaño del canal más económico (capacidad del flujo de agua).

Solución

La solución a este ejemplo se presenta en la siguiente tabla:

FLUJO DE AGUA	MONTO DE RECUPERACION DE CAPITAL			PROB. QUE OCURRA UN FLUJO DE AGUA MAS GRANDE EN CUALQUIER AÑO	PROMEDIO DAÑO A LA PROPIEDAD	DAÑO ANUAL A LA PROPIEDAD	COSTO ANUAL EQUIVALENTE ESPERADO
1	2	3	4=2*3	5	6	7=5*6	8=7+4
(m ³ /seg)	\$us		\$us	%	\$us	\$us	\$us
550				25	-35000	-8750	-8750
900	15000	0.1315	-1973	15	-35000	-5250	-7222.5

1150	24000	0.1315	-3156	8	-35000	-2800	-5956
1400	35000	0.1315	-4603	4	-35000	-1400	-6002.5
1750	52000	0.1315	-6838	2	-35000	-700	-7538

El costo total anual equivalente esperado para el daño a la estructura y a la propiedad de todas las alternativas de tamaños de canal sería como se muestra en la tabla anterior. Estos cálculos muestran que el mínimo costo anual esperado se alcanzará al ampliar el canal de modo que se puede conducir 1150 [m³/s], con la esperanza de que una inundación más grande pueda ocurrir en 1 año cada 12.5 en promedio, con lo que se ocasionarían daños a la propiedad por 35 000 dólares.

Observe que cuando pudiera haber pérdidas de vidas o miembros, como en el ejemplo 9.2, normalmente hay presión considerable para no hacer caso a la economía solamente y construir tales proyectos en reconocimiento de los valores no monetarios asociados con la seguridad humana.

Ejemplo 9.3

Se evalúan tres alternativas para la protección de circuitos eléctricos, con las siguientes inversiones requeridas y probabilidades de falla:

ALTERNATIVA	INVERSION DE CAPITAL	PROBABILIDAD DE PERDIDA EN CUALQUIER AÑO
	\$us	%
A	-90000	40
B	-100000	10
C	-160000	1

Si ocurre una pérdida, costará 80 000 dólares y habrá una probabilidad de 0.65 y 120 000 dólares con la probabilidad de 0.35. Las probabilidades de pérdida en cualquier año son independientes de las probabilidades asociadas con el costo que resulta de una pérdida, de ocurre alguna. Cada alternativa tiene una vida útil de ocho años y ningún valor de mercado en ese momento. La TMA es de 12% por año y se espera que los gastos anuales de mantenimiento sean 10% de la inversión de capital. Se desea determinar cual alternativa es la mejor con base en los costos totales anuales esperados.

Solución

Los costos esperados de una pérdida, si ocurre, se pueden calcular de la siguiente manera:

$$-80000(0.65) - 120000(0.35) = -94000$$

$$1(A/P, 12\%, 8) = 0.201303$$

ALTER-NATIVA	MONTO DE RECUPERACION DE CAPITAL			MANTENIMIENTO ANNUAL		COSTO ANNUAL ESPERADO DE FALLA			COSTO TOTAL ANUAL
1	2	3	4=2*3	5	6=2*5	7	8	9=7*8	10=4+6+9
	\$us		\$us	%	\$us	\$us	%	\$us	\$us
A	-90000	0.201303	-18117.3	10	-9000	-94000	40	-37600	-64717.3
B	-100000	0.201303	-20130.3	10	-10000	-94000	10	-9400	-39530.3
C	-160000	0.201303	-32208.5	10	-16000	-94000	1	-940	-49148.5

De esta manera, la alternativa B es la mejor con base en el costo total anual.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 9.1. A la poca certidumbre que existe con respecto a los valores de una maquinaria, se pide calcular su VAN en un rango de $\pm 25\%$ en:

- a) Inversión de capital
- b) Flujo neto de efectivo anual
- c) Valor de salvamento
- d) Vida útil

Con base en las siguientes estimaciones:

(-) Inversión de capital	=	1980 bs.
Ingresos al año	=	800 bs
(-) Gastos al año	=	300 bs
Valor de salvamento	=	500 bs
Vida útil	=	4 años

Dibuje un diagrama que resuma la sensibilidad del valor presente a cambios en cada parámetro cuando la TMA=6% anual

P 9.2. Del ejercicio propuesto 9.1, cambien el rango a $\pm 70\%$, compare resultados y llegue a alguna conclusión si es que hubiese.

P 9.3. En un canal de drenaje se experimentan rápidas inundaciones, dicho canal tiene una capacidad suficiente para llevar $780 \text{ m}^3/\text{s}$. Algunos estudios de ingeniería producen los siguientes datos con respecto a la probabilidad de que un flujo de agua dado en cualquier año sea rebasado y el costo de ampliar el canal:

FLUJO DE AGUA	PROBALIDAD DE QUE OCURRA UN FLUJO DE AGUA MAS GRANDE EN CUALQUIER AÑO	INVERSION DE CAPITAL PARA AMPLIAR EL CANAL PARA CONDUCIR ESTE FLUJO
(pie ³ /seg)	%	\$us
780	23	---
1000	12	-18000
1230	10	-26500
1410	6	-33400
1650	4	-48900

Los registros indican que el promedio de daño a la propiedad asciende a 44 000 \$us cuando ocurre un desbordamiento. Se cree que éste sería el daño promedio cada vez que el flujo de tormenta fuera mayor que la capacidad canal. La reconstrucción del canal se financiará con bonos a 12 años que producen el 13% de interés al año. Se desea determinar el tamaño del canal más económico (capacidad del flujo de agua).

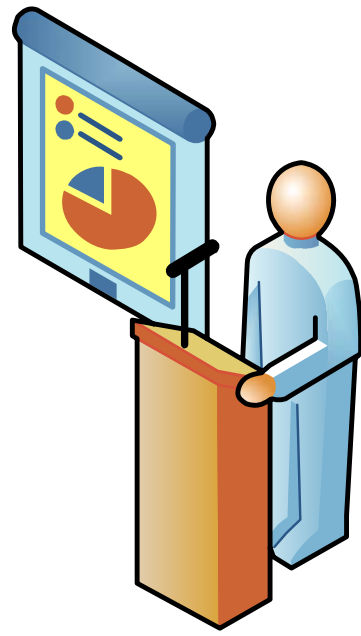
P 9.4. Se evalúan tres alternativas para la protección de un tendido de fibra óptica, con las siguientes inversiones requeridas y probabilidades de falla:

ALTERNATIVA	INVERSION DE CAPITAL	PROBABILIDAD DE PERDIDA EN CUALQUIER AÑO
	\$us	%
A	-7000	20
B	-9500	8
C	-12300	2

Si ocurre una pérdida, costará 6 300 dólares y habrá una probabilidad de 0.55 y 11 800 dólares con la probabilidad de 0.23. Las probabilidades de pérdida en cualquier año son independientes de las probabilidades asociadas con el costo que resulta de una pérdida, de ocurre alguna. Cada alternativa tiene una vida útil de 6 años y ningún valor de mercado en ese momento. La TMA es de 9% por año y se espera que los gastos anuales de mantenimiento sean 12% de la inversión de capital. Se desea determinar cual alternativa es la mejor con base en los costos totales anuales esperados.

CAPITULO 10

ANÁLISIS BENEFICIO COSTO



Objetivos del capítulo:

- ◆ *Realizar un análisis Beneficio Costo en proyectos públicos*
- ◆ *Distinguir los beneficios positivos de un proyecto de los contrabeneficios o beneficios negativos.*
- ◆ *Entender los diferentes análisis de beneficio costo.*

10.1. INTRODUCCIÓN

Los métodos de evaluación ya vistos anteriormente se aplican normalmente al sector privado, es decir, empresas, negocios lucrativos y no lucrativos. Los consumidores, clientes y empleados se valen de alternativas disponibles. En este capítulo se analizará la naturaleza económica de las alternativas del sector público en éste los propietarios y usuarios (beneficiarios) son los ciudadanos de la entidad gubernamental: ciudad, país, estado, provincia o nación. Los organismos del gobierno proporcionan los mecanismos para incrementar el capital (inversión) a través de los impuestos y otros. Existen diferencias sustanciales entre las características y evaluación económica de las alternativas en los sectores público y privado; estas sociedades públicas y privadas cada vez son más frecuentes, en especial para proyectos grandes de construcción de infraestructura, como autopistas importantes, proyectos de agua como MISICUNI, plantas de generación de energía y otros.



La razón beneficio/costo (B/C) se formuló con la finalidad de brindar objetividad al análisis económico de la evaluación del sector público, lo cual reduce el efecto de los intereses políticos y particulares. Sin embargo, siempre hay discrepancias entre los ciudadanos respecto a la evaluación y definición de los beneficios de una alternativa. En este capítulo estudiaremos las distintas modalidades del análisis B/C y el contrabeneficio propio de una alternativa. El análisis B/C puede incluir cálculos de equivalencia basados en los valores actuales netos (VAN), valor anual uniforme equivalente (VAUE) o valores futuros (VF). Si se aplica correctamente el método B/C siempre permitirá elegir la misma alternativa.

10.2. INVERSIONES GUBERNAMENTALES Y DE USO PÚBLICO

Los proyectos del sector público son propiedad del gobierno y de los ciudadanos ya que son ellos los que los financian y los utilizan; mientras que los proyectos del sector privado son de propiedad de las corporaciones, asociaciones e individuos.

Los productos y servicios de los proyectos del sector privado los utilizan consumidores y clientes de manera individual.

Los proyectos del sector público tienen como objetivo principal proveer servicios a la ciudadanía buscando el bienestar público y no objetivos lucrativos. Las aéreas como salud, seguridad, bienestar económico y servicios públicos abarcan una gran cantidad de alternativas que requieren el análisis de la ingeniería económica. Como ejemplo podemos citar los siguientes:



- ◆ Hospitales y clínicas
- ◆ Parque y centros de recreación
- ◆ Servicios: agua, electricidad, gas, alcantarillado
- ◆ Escuelas: primaria secundaria, institutos comunitarios, universidades
- ◆ Desarrollo económico
- ◆ Auditorios
- ◆ Campos deportivos
- ◆ Transporte: carreteras, puentes, canales
- ◆ Policía y bomberos
- ◆ Juzgados y prisiones
- ◆ Programas de ayuda para sectores desprotegidos
- ◆ Capacitación laboral
- ◆ Albergues
- ◆ Servicios de emergencia

Existen diferencias significativas en las características de las alternativas de los sectores públicos y privados.

Característica	Sector público	Sector privado
Magnitud de la inversión	Mas grande	Algunas grandes, la mayoría medianas a pequeñas

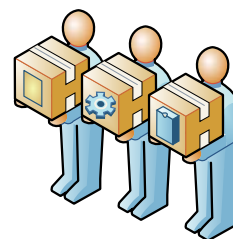
A menudo las alternativas desarrolladas para las necesidad del servicio público requieren grandes inversiones iniciales, posiblemente distribuidas a lo largo de varios años. Algunos ejemplos de estas inversiones son las carreteras modernas, los servicios de transporte público, los aeropuertos y los sistemas de control de inundaciones.

Característica	Sector público	Sector privado
Estimación de vida	Mas larga (30-50 años)	Más corta (2-25 años)

Las vidas largas de los proyectos públicos frecuentemente promueve el uso del método del costo capitalizado, donde el infinito se utiliza para n , los costos anuales se calculan con la fórmula $A=P(i)$. Al crecer n , especialmente para más de 30 años, se reducen las diferencias con el valor A calculado. Por ejemplo, a una $i=7\%$, habrá una diferencia muy pequeña a los 30 y 50 años, debido a que $(A/P,7\%,30) = 0.08059$ y $(A/P,7\%,50) = 0.07246$

Característica	Sector público	Sector privado
Flujo de efectivo anual estimado	Sin ganancia; se estiman costos, beneficios y contrabeneficios	El ingreso contribuye a la ganancia; se estiman los costos.

Los proyectos del sector público (también llamados de propiedad pública) no generan ganancias; además, poseen costos pagados por el organismo gubernamental indicado y benefician a la ciudadanía. Sin embargo, los proyectos del sector público a menudo generan consecuencias



indeseables, como lo manifiestan algunos sectores de la población. Son dichas consecuencias las que originan controversia pública entre los proyectos. El análisis económico debería considerar tales consecuencias en términos económicos a un grado que sea posible estimar. (En el análisis del sector privado, las consecuencias

indeseables con frecuencia no se toman en cuenta o se consideran como costos). Para realizar un análisis económico de alternativas públicas, si se consideran los costos (inicial y anual) los beneficios positivos y los contrabeneficios deberán estimarse con tanta exactitud como sea posible en unidades monetarias.

Costos: estimación de gastos para la entidad gubernamental para la construcción, operación y mantenimiento del proyecto, menos cualquier valor de salvamento.

Beneficios: ventajas que experimentará el propietario, el público.

Contrabeneficios: desventajas para el propietario cuando se lleva a cabo el proyecto bajo consideración. Los contrabeneficios pueden consistir en desventajas económicas indirectas de la alternativa.

Ejemplo 10.1

En la actualidad la avenida Oquendo presenta un solo sentido de tráfico vehicular, se pretende transformarla en una avenida de dos sentidos para el cual se necesitara expandirla lateralmente 2.5 m a cada lado de la avenida, una longitud de 1.5 km. que va desde la avenida Aroma hasta la plazuela Quintanilla.



Solución

Desde el punto de vista de los habitantes de la ciudad:

Costos: inversión de la expansión de la avenida Oquendo, pago expropiación de terrenos particulares, incremento por costo de mantenimiento.

Beneficio: Reducción congestionamiento del centro de Cochabamba.

Contrabeneficios: no existe alguno.

Desde el punto de vista de los propietarios de terrenos aledaños a la avenida.

Costos: inversión de la expansión de la avenida Oquendo, incremento por costo de mantenimiento.

Beneficio: Reducción congestionamiento del centro de Cochabamba, aumento en el desarrollo comercial de la zona

Contrabeneficios: Perdida de una parte de sus terrenos, molestia en la etapa de la construcción.

Es importante notar lo siguiente:

Es difícil estimar y coincidir en lo relacionado con el impacto económico de los beneficios y contrabeneficios para una alternativa del sector público.

Las bases y normas para la estimación de beneficios son siempre difíciles de establecer y verificar. En relación con los estimados de flujo de efectivo de los ingresos privados, los beneficios estimados son mucho más difíciles de realizar y varían más en torno a ciertos promedios indefinidos. Asimismo, los contrabeneficios de una alternativa que se acumulan, también resultan difíciles estimar. De hecho, quizás el contrabeneficio mismo se desconozca en el momento de llevar a cabo la evaluación.

Característica	Sector público	Sector privado
financiamiento	Impuestos, pago de derechos, bonos, fondos de particulares	Acciones, bonos, prestamos y propietarios individuales

El capital utilizado para financiar proyectos del sector público se obtienen principalmente de impuestos, bonos y pagos de derechos. Los impuestos se recaudan de los propietarios ciudadanos (por ejemplo: el gobierno cobra impuestos en las trancas para el mantenimiento de carreteras estas son pagados por todos los que transitan por dichas carreteras). Con frecuencia se emiten bonos del tesoro del

gobierno, bonos municipales, bonos para fines especiales. Los prestamistas de la iniciativa privada llegan a patrocinar un financiamiento. También, los filántropos pueden ofrecer fondos para museos, monumentos, parques áreas verdes a través de donaciones.

Característica	Sector público	Sector privado
Tasa de interés	Es la más baja	Es alta con base en el costo del capital en el mercado

A causa de que muchos de los métodos de financiamiento para proyectos del sector público se clasifican como de bajo interés, la tasa de interés casi siempre será más baja que para el caso de las alternativas del sector privado. Los organismos gubernamentales están exentos de los impuestos que imponen los organismos de más alto nivel. Por ejemplo, los proyectos municipales no tienen que pagar impuestos estatales. (Por el contrario, las corporaciones privadas, así como los ciudadanos, tienen que pagar los impuestos). Muchos préstamos tienen intereses bajos. Es frecuente que un organismo gubernamental indique que todos los proyectos se evalúen a una tasa específica.

La determinación de la tasa de interés para una evaluación del sector público es tan importante como la determinación de la TMA en el análisis del sector privado. La tasa de interés del sector público se denota con “*i*”; sin embargo, también se le denomina con otros nombres para distinguirlas de la tasa del sector privado. Los términos más comunes son tasa de descuento y tasa de descuento social.

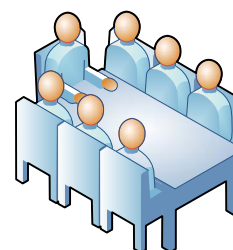
Característica	Sector público	Sector privado
Criterios de elección de alternativas	Criterios múltiples	Principalmente basado en la tasa interna de retorno

Múltiples categorías de usuarios, intereses económicos y no económicos, grupos políticos y ciudadanos hacen que sea más difícil la elección de una alternativa sobre

otra en economía del sector público. Rara vez es posible elegir una alternativa con un criterio VP o TIR como único fundamento. Es importante describir y especificar el criterio y el método de elección antes del análisis. Esto ayuda a determinar la perspectiva o el punto de vista cuando se realice la evaluación. A continuación se examinan el punto de vista.

Característica	Sector público	Sector privado
Ambiente de la evaluación	Influido por la política	Principalmente económico

Con frecuencia se organizan asambleas públicas y debates asociados con proyectos del sector público para complacer la variedad de intereses de los ciudadanos (propietarios). Los funcionarios electos a menudo contribuyen a la elección de la alternativa, especialmente



cuando los votantes, urbanistas, ambientalistas y otros ejercerán presión. El proceso de selección no es tan limpio como en una evaluación y sector privado.

El punto de vista del análisis en el sector público deberá determinarse antes de que se efectúen los cálculos de costos, beneficios y contrabeneficios, y antes de que se plantee y lleve a cabo la evaluación. Existen diversos puntos de vista para cualquier situación, y las diferentes perspectivas pueden alterar la clasificación del flujo de efectivo.

Algunos ejemplos de perspectiva son los ciudadanos; los impuestos municipales, el número de estudiantes en la escuela del área; la creación y conservación de empleos; el potencial de desarrollo económico, el interés particular de una industria, del sector agrícola, de la banca, de la manufactura electrónica, y muchos otros. En general, el punto de vista del análisis deberá definirse tan ampliamente que incluya a aquellos que asumirán los costos de un proyecto y obtendrán sus beneficios. Una vez establecido, el punto de vista ayudará a clasificar costos, beneficios y contrabeneficios de cada alternativa.

Durante varias décadas, los proyectos grandes del sector público han sido desarrollados en forma cada vez más frecuente por socios tanto públicos como privados. Esta es la tendencia en parte por la mayor eficiencia de sector privado y también debido al alto costo que implica diseñar, construir y operar dichos proyectos. El financiamiento total por parte de la unidad gubernamental podría no ser posible por el uso de los medios tradicionales de financiamiento proveniente del gobierno (gravámenes, impuestos y bonos). A continuación se presentan algunos ejemplos de proyectos como los descritos anteriormente:

Proyecto	Algunos propósitos del proyecto
Puente y túneles	Aumento de la velocidad del tránsito; reducir el congestionamiento; mejorar la seguridad
Aeropuertos	Aumentar la capacidad de transporte; mejorar la seguridad y servicio; apoyo al desarrollo
Recursos hidráulicos	Satisfacer las necesidades de consumo humano, riego e industrias; mejorar el tratamiento de las aguas residuales.

En dichos negocios conjuntos, el sector público (gobierno) es responsable del costo y los servicios para la ciudadanía, mientras el socio del sector privado (corporación) se responsabiliza de varios aspectos de los proyectos que se detallan más adelante. La parte gubernamental no puede obtener una utilidad, pero la corporación involucrada si pueden tener una ganancia razonable; de hecho, por lo general, el margen de utilidad queda establecido por escrito en el contrato que rige el diseño, la construcción, operación y propiedad del proyecto.

Ha sido una tradición que tales proyectos de construcción los diseñe y financie una unidad gubernamental, mientras que un contratista realiza la construcción ya sea por medio de un contrato de un solo pago global (precio alzado) u otro de reembolso del costo (precios unitarios), que especifica el acuerdo acerca del margen de utilidad. En dichos casos, el contratista no comparte con el gobierno propietario el riesgo en el éxito del proyecto. Después de un determinado periodo de tiempo, la unidad

gubernamental se convierte en el dueño, una vez que se transfiere el título de propiedad (transferencia) sin ningún costo o aún no muy bajo. Este arreglo tiene varias ventajas, entre otras las que se mencionan a continuación:

- ♦ Mejor eficiencia en la empresa privada para la asignación de recursos.
- ♦ Capacidad para obtener fondos (préstamos) con base en la historia financiera del de los socios gubernamental y privado.
- ♦ El sector privado dirige los aspectos ambientales, bursátiles y de seguridad, en los que por lo general tiene más experiencia.
- ♦ La corporación contratante tiene la capacidad de obtener un rendimiento sobre la inversión durante la fase de operación.

Algunas diferencias fundamentales entre proyectos de propiedad pública y propiedad privada.

	Sector público	Sector privado
Propósito	Proteger la salud, vidas y propiedades; proporcionar servicios (sin utilidad); proporcionar trabajo	Proporcionar bienes y/o servicios; maximizar la utilidad o minimizar el costo
Fuentes de capital	Impuestos y prestamistas privados	Inversionistas privados y prestamistas
Método de financiamiento	Pago directo de impuestos; préstamos sin interés; bonos autofinanciables; subsidios indirectos; garantía de préstamos privados	Propiedad individual, compañías, corporaciones
Propósitos Múltiples	Común	Moderados
Vida del proyecto	Suele ser relativamente larga (20 a 60 años)	Suele ser relativamente corta (5 a 20 años)
Relación de proveedores de capital con el proyecto	Indirecta o ninguna	Directa
Naturaleza de los beneficios	Con frecuencia no monetarios, dificultad para cuantificar, dificultad para igualar a términos monetarios	Monetaria o relativamente fácil de igualar a términos monetarios

Beneficiarios del proyecto	Público en general	Principalmente la entidad que emprende el proyecto
Conflicto de propósitos	Bastante común	Moderado
Conflicto de intereses	Muy común	Moderado
Efecto de la política	Factores habituales, ejercicio de corto plazo para los toman decisiones bajo grupos de presión, restricciones financieras y residenciales, etc.	De poco a moderado
Medición de la eficiencia	Muy difícil; no hay comparación directa con los proyectos privados	Tasa de rendimiento sobre el capital

Ingeniería Económica de E. Paul DeGarmo, William G. Sullivan, James A. Bontadelli, Elin M. Wicks

10.3. PROYECTOS AUTOFINANCIABLES

El término proyecto autofinanciable se aplica al proyecto gubernamental que se espera tenga un ingreso suficiente para reembolsar su costo en un periodo específico. La mayoría de estos proyectos proporciona servicios públicos, por ejemplo, agua potable, energía eléctrica, agua para riego y la depuración de aguas residuales suministrada por una presa hidroeléctrica. Otros ejemplos de proyectos autofinanciables los encontramos en carreteras con cobro de peaje.

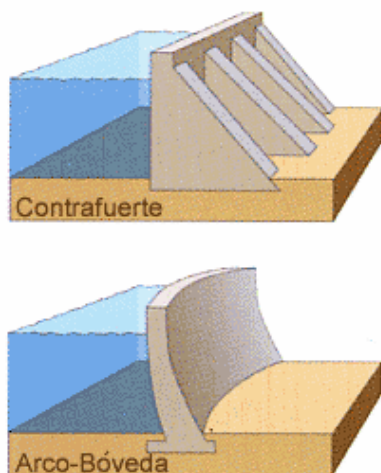


Como regla se espera que los proyectos autofinanciables ganen ingresos directos que compensen sus costos, pero no que ganen utilidades o paguen impuestos por ingresos. Aunque tampoco pagan impuesto sobre bienes, en algunos casos se realizan contribuciones al gobierno estatal, municipal en lugar de impuesto sobre bienes y/o concesiones que se pagarían si el proyecto fuera de propiedad privada. Por ejemplo, suponiendo que una empresa privada invierte en la construcción de una carretera llegando a un acuerdo con el gobierno para que sea esta quien administre el cobro de peaje y mantenimiento durante un plazo establecido; llegando a pagar 10 000 bolivianos mensuales como contribución a cambio los

impuestos. Estas contribuciones suelen ser considerablemente menores de lo que habría sido los impuestos reales sobre bienes y concesiones. Además, una vez acordadas tales contribuciones, por lo general al principio del proyecto, virtualmente nunca cambia. Entre estos pagos que no cambian no se incluyen los impuestos sobre bienes, que se basan en el valor estimado de la propiedad.

10.4. PROYECTOS DE MÚLTIPLES PROPÓSITOS

Una característica importante de los proyectos del sector público es que muchos de ellos tienen múltiples propósitos u objetivos. Un ejemplo sería la construcción de un dique para crear una represa sobre un río.



Este proyecto tendría propósitos múltiples: ayudar en el propósito de inundaciones, proporcionar agua para riego, generar energía eléctrica, proporcionar instalaciones de recreación y suministrar agua potable. Llevar a cabo un proyecto como éste que cumple más de un objetivo garantiza que se pueda lograr la mayor economía general. Como la construcción de una presa implica sumas muy grandes de capital y uso del recurso natural valioso es probable que el proyecto no se pueda justificar a menos que sirva a múltiples propósitos. Por lo general este tipo de situación resulta conveniente, pero, al mismo tiempo, genera problemas económicos y de administración debido a la utilización superpuesta de las instalaciones y la

probabilidad de un conflicto de intereses entre las agencias implicadas en los diversos propósitos.

10.5 ANÁLISIS BENEFICIO COSTO DE UN SOLO PROYECTO

La razón beneficio costo se considera el método de análisis fundamental para proyectos del sector público. El análisis B/C se creó para asignar mayor objetividad a la economía del sector público, como una respuesta del congreso de Estados Unidos que aprobó el acta de control de inundaciones de 1936. Existen diversas variaciones de la razón B/C; sin embargo, el enfoque fundamental es el mismo. Todos los cálculos de costos y beneficios deberán convertirse en una unidad monetaria de equivalencia común, análisis de valor actual neto (VAN), análisis anual uniforme equivalente (VAUE) o análisis a valor futuro (VF); a la tasa de descuento (tasa de interés). La razón convencional B/C se calcula de la siguiente manera:

$$B/C = \frac{VAN \text{ de beneficios}}{VAN \text{ de costos}} = \frac{VAUE \text{ de beneficios}}{VAUE \text{ de costos}} = \frac{VF \text{ de beneficios}}{VF \text{ de costos}} \quad \text{Ec. (10.1)}$$

Las equivalencias para valor presente y valor anual se utilizan más que las del valor futuro. La convención de signos para el análisis B/C consiste de signos positivos; así, los costos irán precedidos por un signo +. Cuando se calcula los valores de salvamento, se deducen de los costos. Los contra beneficios se consideran de diferentes maneras, dependiendo del modelo que se utilice.

Más comúnmente, los contrabeneficios se restan de los beneficios y se colocan en el numerador. A continuación se estudian las distintas modalidades.

La directriz de la decisión es simple:

Si $B/C \geq 1.0$, se determina que el proyecto es económicamente aceptable para los estimados y las tasas de descuento aplicada.

Si $B/C < 1.0$, el proyecto no es económicamente aceptable.

Si el valor B/C es igual o está muy cerca de 1, los factores no económicos (sociales u otros) ayudarán a tomar la decisión de la mejor alternativa.

- La razón B/C convencional, probablemente la más ampliamente utilizada, se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{B/C = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios})}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C}} \quad \text{Ec. (10.2)}$$

En esta ecuación, los contra beneficios se restan de los beneficios y no se agregan a los costos. El valor B/C variaría de manera considerable si los contra beneficios se consideran como costos. Por ejemplo, si los números 10, 8 y 8 se utilizan para representar el VAN de beneficios positivos, negativos y costos, respectivamente, el procedimiento correcto da como resultado

$$B/C = \frac{(10-8)}{8} = 0.25$$

mientras que la inclusión incorrecta de los contra beneficios en el denominador da como resultado

$$B/C = \frac{10}{8+8} = 0.625$$

que es más del doble del valor correcto de B/C de 0.25. Entonces, resulta claro que el método por el cual se manejan los beneficios afecta la magnitud de la razón B/C. No obstante, sin importar si los contrabeneficios se restan (correctamente) del numerador o se suman (incorrectamente) a los costos en el denominador, una razón B/C menor a 1 calculada por el primer método, siempre producirá una razón B/C menor que 1 por el segundo método, y viceversa.

- La razón B/C modificada incluye los costos de mantenimiento y operación (M&O) en el numerador y los trata de forma similar a los contrabeneficios. El

denominador, entonces, incluye solamente el costo de inversión inicial. Una vez que todas las cantidades se expresan en términos de VAN, VAUE o VF, la razón B/C modificada se calcula de la siguiente manera:

$$B/C_{MODIFICADA} = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios} - \text{costo } M \& O)}{\text{inversión inicial}}$$

Ec. (10.3)

Como se consideró antes, cualquier valor de salvamento está incluido en el denominador como costo negativo. En efecto, la razón B/C modificada producirá un valor diferente que el que arroja el método B/C convencional. Sin embargo, como sucede con los contrabeneficios, el procedimiento modificado puede cambiar la magnitud de la razón pero no la decisión de aceptar o de rechazar el proyecto.

La medida del valor expresada como la diferencia entre beneficios y costos, que no implica ningún cociente, se basa en la diferencia entre el VAN, el VAUE o el VF de beneficios y costos, es decir:

$$B / C = \text{Beneficio neto} - \text{Costos}$$

Ec. (10.4)

Si $(B - C) \geq 0$, el proyecto es aceptable. Este método tiene la ventaja de eliminar las discrepancias antes observadas, cuando los contra beneficios se consideran como costos, puesto que B representa beneficios netos. En consecuencia, para los números 10, 8 y 8 se obtiene el mismo resultado sin importar la forma en que se consideren los contrabeneficios.

Si se restan los contrabeneficios a los beneficios: $B - C = (10 - 8) - 8 = -6$

Si se suman los contrabeneficios a los costos: $B - C = 10 - (8 + 8) = -6$

Antes de calcular la razón B/C con cualquier fórmula, se debe verificar si la alternativa con mayor VAN o VP de los costos también produce mayores VAN o VP de los beneficios. Es posible que una alternativa con mayores costos genere

menores beneficios que otras alternativas, lo cual hace innecesario seguir considerando la alternativa más costosa.

Ejemplo 10.2

La Carrera de Ingeniería Civil de la Facultad de ciencias y tecnología de la Universidad Mayor de San Simón, pretende invertir recursos que ascienden a una suma de 2 millones de bolivianos, donados por una entidad extranjera en la construcción y equipamiento de un laboratorio de pavimentos y asfaltos en un terreno ya adquirido cerca del km. 4,2 carretera antigua al departamento de Santa Cruz. Actualmente el terreno se encuentra alquilado por un monto de 5 000 Bs al año a la alcaldía para guardar equipos de movimiento de tierras y otros como tractores, volquetas, etc. Se estima que este laboratorio generará recursos de 360 000 bs. al año y sus gastos de operación y servicio serán de 150 000 bs anualmente. Si la Universidad utiliza una tasa de retorno de 7% anual, analice para determinar si se justifica mediante los diferentes métodos de la relación para un tiempo de 20 años tiempo que se hará una renovación total de equipos.



Solución

A) B/C Convencional:

$$B/C = \frac{\text{Beneficios} - \text{Contrabeneficios}}{\text{Costos}} = \frac{B - CB}{C}$$

Los costos que falten se llevarán a valores anuales:

Construcción y equipamiento 2 000 000 (A/P; 7%; 20) = 188 785.85 Bs.

Beneficios = 360 000 Bs.

Contrabeneficios = 5 000 Bs.

Costo de inversión = 188 785.85 Bs.

COSTO DE MANTENIMIENTO = 150 000 Bs.

$$B/C = \frac{360000 - 5000}{188785.85 + 150000}$$
$$B/C = 1.05$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

B) B/C Modificado:

$$B/C = \frac{\text{Beneficios} - \text{Contrabeneficios} - \text{Costos}(O \& M)}{\text{Inversión}}$$
$$B/C = \frac{360000 - 5000 - 150000}{188785.85}$$
$$B/C = 1.086$$

La relación B/C modificado así como el convencional sigue siendo mayor que 1, confirmamos que se justifica.

C) Método B/C, B – C:

$$B/C = \text{Beneficio neto} - \text{Costos}$$

$$B/C = (360000 - 5000) - (188785.85 + 150000)$$

$$B/C = 16214.15$$

La relación es positiva, por tanto se justifica la inversión.

Ejemplo 10.3

Se están considerando una ruta en el trazado de una nueva carretera interdepartamental. La ruta tiene un costo de 4 millones de dólares y proporcionara beneficios de 690 000 \$us al año en los negocios locales y se estima en el sector un contrabeneficio de 20 000 \$us al año. El costo anual de mantenimiento es de 200 000 \$us. Si la vida útil de la carretera es de 20 años y se utiliza una tasa de interés de 8% anual. Analice el proyecto mediante el método B/C convencional, B/C modificado y análisis B-C.



Solución

Se a emplear el método de VAN en el desarrollo del presente problema.

Determinando el valor actual neto de los beneficios, contrabeneficios y MyO

Alternativa A

$$VAN_{A(\text{beneficio})} = 690000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{20}} \right] = 6774521.711 \$us$$

$$VP_{A(\text{contrabeneficio})} = 20000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{20}} \right] = 196362.948 \$us$$

$$VP_{A(\text{MyO})} = 200000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{20}} \right] = 1963629.48 \$us$$

Método B/C convencional

$$B/C = \frac{VAN_{BENEFICIOS} - VAN_{CONTRABENEFICIOS}}{COSTOS_{TOTALES}}$$

$$B/C = \frac{6774521.711 - 196362.948}{4000000 + 1963629.48} = 1.103$$

Método B/C Modificado

$$B/C = \frac{VAN_{BENEFICIOS} - VAN_{CONTRABENEFICIOS} - VAN_{MyO}}{COSTO}$$

$$B/C = \frac{6774521.711 - 196362.948 - 1963629.48}{4000000} = 1.154$$

Análisis B-C

$$B - C = (VAN_{BENEFICIOS} - VAN_{CONTRABENEFICIOS}) - (COSTO + VAN_{MyO})$$

$$B / C = (6774521.711 - 196362.948) - (4000000 + 1963629.48) = 614529.28 \$us$$

Resp. Se justifica la inversión en la carretera.

10.6. SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS B/C INCREMENTAL

La técnica para comparar dos alternativas mutuamente excluyentes utilizando el análisis beneficio/costo es prácticamente la misma para el análisis TIR incremental, examinado en los capítulos anteriores. La razón B/C incremental (convencional) se determina al utilizar los cálculos de VAN, VAUE o VF, y la alternativa de costo extra se justifica si dicha razón B/C es igual o mayor que 1. La regla de elección es la siguiente

Si $B/C \text{ incremental} \geq 1$, se elige la alternativa de mayor costo, debido a que el costo adicional es justificable en términos económicos.

Si $B/C \text{ incremental} < 1$, se elige la alternativa de menor costo.

Para llevar a cabo un análisis B/C incremental correctamente, se requerirá la comparación de cada alternativa sólo con otra alternativa, para la cual el costo incremental ya esté justificado. La misma regla se utilizó previamente en el análisis TIR incremental.

Existen factores especiales para el análisis B/C, que lo hacen ligeramente diferente del análisis TIR. Como ya se mencionó anteriormente, todos los costos llevan un signo positivo en la razón B/C. También, el ordenamiento de las alternativas se realiza sobre la base de los costos totales en el denominador de la razón. Así, si dos alternativas, A y B, poseen inversiones iniciales y vidas iguales, pero B tiene un

costo anual equivalente mayor, entonces B deberá justificarse frente a la alternativa A desde un punto de vista incremental. Esto se ilustra en el siguiente ejemplo. Si esta convención no se sigue correctamente, es posible obtener un valor de costo negativo en el denominador, que puede hacer incorrectamente que $B/C < 1$ y se rechace una alternativa de mayor costo que sea realmente justificable.

Siga los siguientes pasos para realizar de manera correcta el análisis de la razón B/C convencional para dos alternativas. Los valores equivalentes pueden expresarse en términos de VAN, VAUE o VF.

1. Determinar los costos equivalentes totales para ambas alternativas.
2. Ordene las alternativas por costo equivalente total, de las más pequeñas a las mayores. Calcule los costos incrementales (ΔC) para la alternativa de mayor costo. Este es el denominador en B/C.
3. Determina los beneficios equivalentes totales y cualquier contrabeneficio estimado para ambas alternativas. Calcule los beneficios incremental es (ΔB) para la alternativa de mayor costo. (Es decir, $\Delta(B-CB)$ si se consideran los contra beneficios.)
4. Calcule la razón B/C incremental utilizando la ecuación [10. 2].

$$\Delta B/C = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios})}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C}$$

5. Utiliza la guía para elegir la alternativa de mayor costo si $B/C \geq 1$.

Cuando la razón B/C se determina para la alternativa de menor costo, se trata de una comparación con la alternativa de no hacer nada. Si $B/C < 1$, entonces debería elegirse de no hacer nada y compararse con la segunda alternativa. Si ninguna alternativa posee un valor B/C aceptable, deberá entonces elegirse la alternativa de no hacer nada. En el análisis para el sector público, la alternativa de no hacer nada es comúnmente la condición actual

Ejemplo 10.4

Se desea realizar la construcción de un mercado, para lo cual se tienen tres ubicaciones diferentes, de las cuales solo se escogerá una sola opción. Se cuenta con los siguientes estudios mostrados en la siguiente tabla, si la tasa de interés es de 8% anual, aplicando el método de análisis incremental B/C seleccione la opción más ventajosa (utilice la relación B/C convencional) .

	Localización		
	A	B	C
Costo de construcción	350 000 Bs	450 000 Bs	250 000 Bs
Costo de mantenimiento	55 000 Bs	60 000 Bs	30 000 Bs
Ingresos anual	85 000 Bs	120 000 Bs	60 000 Bs
Vida, años	25	25	25

Solución

1.- Se debe ordenar las alternativas de menor a mayor según el costo inicial o de inversión

	C	A	B
(-)Costo de construcción (C)	250 000 Bs	350 000 Bs	450 000 Bs
(-)Costo de Mantenimiento (C_M)	30 000 Bs	55 000 Bs	60 000 Bs
(+)Ingresos anual (B)	60 000 Bs	85 000 Bs	120 000 Bs
Vida, años	25	25	25

2.- Se determina el VAN y la relación beneficio costo de las alternativas

	C	A	B
Costo (C)	250 000 Bs	350 000 Bs	450 000 Bs
VAN (C_M)	320 243.29 Bs	587 112.69 Bs	640 486.57 Bs
VAN(Beneficios B)	640 486.57 Bs	907 355.98 Bs	1 280 973.14 Bs
Relación B/C $B/C = \frac{B}{C+C_M}$	1.123	0.968	1.175

Se elimina la opción A por tener una relación $B/C < 1$

3 y 4.- Calcular el beneficio incremental, el costo incremental y determinar la relación B/C incremental.

<i>Proyectos a comparar</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>$\Delta(B-C)$</i>
<i>Costos ($C+C_M$)</i>	<i>570 243.29 Bs</i>	<i>1 090 486.57 Bs</i>	<i>520 243.29 Bs</i>
<i>Beneficios (B)</i>	<i>640 486.57 Bs</i>	<i>1 280 973.15 Bs</i>	<i>640 486.57 Bs</i>
<i>Relación B/C $B/C = \frac{B}{C+C_M}$</i>			<i>1.23</i>
<i>Proyecto a seleccionar</i>			<i>B</i>

5.- Como se ve es aceptable invertir en el proyecto B debido a que la razón incremental $B/C > 1$, por lo tanto el proyecto a seleccionar es B

Como en el caso de otros métodos, el análisis B/C requiere una comparación de alternativas de servicios iguales. Por lo general, la vida útil esperada para un proyecto del sector público es largo (25, 30 o más años), de manera que las alternativas por lo regular poseen vidas iguales. Sin embargo, cuando las alternativas poseen vidas diferentes, el uso de VP para determinar los costos y los beneficios equivalentes requiere que se utilice el mínimo común múltiplo (MCM) de las vidas. Se trata de una excelente oportunidad para emplear las equivalencias del VA para costos y beneficios, si se supone que es razonable que el proyecto pueda repetirse. Por lo tanto, aplique el análisis basado en VA para las razones B/C cuando se comparan alternativas de vida diferente.

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 10.1 La prefectura pretende realizar la construcción de una carretera alternativa a la provincia de Chapare, de esta forma pretende incentivar el turismo en otras zonas de la dicha provincia. Analice y enuncie el costo, beneficio y contrabeneficio que puedan existir en el proyecto.

P 10.2 Clasifique cada flujo de efectivo como costo, beneficio y contrabeneficio

- a) Ingreso anual generado por el turismo
- b) Aumento en el mantenimiento anual pagado por la alcaldía debido al deterioro de las calles
- c) Gasto por la construcción de un puente
- d) Mayor fluidez en el tráfico de los vehículos.
- e) pérdida de empleo en las embarcaciones debido a la construcción de un puente

P 10.3 Los flujos efectivos anuales estimados para un proyecto propuesto por la prefectura del departamento tiene un costo de 1 500 000 Bs por año, los cuales generaran un beneficio de 400 000 Bs anuales y perdidas de 210 000 Bs durante 20 años. Determina la razón B/C y el Valor de B-C si la tasa de interés es de 8% anual.

Respuesta.- $B/C=1.24$, $B-C=365\,448.01$

P 10.4 Se espera que el costo inicial de calificar y regar gravilla en una carretera rural corta sea de 200 000 Bs. El costo de mantenimiento de la carretera será de 25 000 Bs por año. Aunque la carretera nueva no es muy suave, permite acceso a un área a la cual anteriormente sólo podía llegar mediante animales de carga. Esta ha conducido en un incremento del 100% en los valores de la propiedad a lo largo de la carretera. Si el valor de mercado anterior de las propiedades se estimaba en un monto total de 200 000 Bs, calcule (a) la razón B/C convencional y (b) la razón

B/C modificada para la carretera, utilizando una tasa de interés del 8% anual y un periodo de estudio de 20 años.

Respuesta.- $B/C=8.82$, $B-C=354\,629.56$

P 10.5 La alcaldía de Cochabamba en la labor de mantener los sitios históricos de la ciudad pretende invertir 500 000 Bs en la refacción y reparación de estos, cuya vida se estima de 20 años. Se proyecta que los costos de mantenimiento anual sean de 50 000 Bs. Se espera la visita de 15 000 personas al año que generaran un ingreso de 95 000 Bs al año. Determine la razón B/C si se tienen una tasa de rendimiento de 5% anual.

Respuesta.- $B/C=1.05$

P 10.6 La prefectura del departamento de Cochabamba estudia la factibilidad de construir una presa para control de inundaciones en un río. El costo inicial del proyecto sería de 2.2 millones de dólares. Por mantenimiento y operación se estima que se gastara durante 30 años 365 000 \$us. Utilice el método B/C modificado para determinar si debe construirse la presa considerando que el daño en el sector agrario por falta de agua se reduciría en 200 000 \$us anuales, y se contara con un beneficio de 660 000 \$us al año por el suministro de agua y electricidad. Suponga que la presa sería permanente y que la tasa de interés es de 10% anual.

Respuesta.- $B/C=2.12$

P 10.7 La prefectura de Cochabamba pretende realizar la construcción de un puente, para este efecto se cuenta con la siguiente alternativa que tiene una inversión de 480 000 \$us, con un costo en mantenimiento de 24 000 \$us al año, el cual se estima que beneficiara a la región en 500 000 \$us al año en producción agrícola. Mediante un análisis de B/C modificado. Determine si se justifica la inversión a realizar, la tasa de interés es de 8% anual durante 25 años.

Respuesta.- $B/C=6.14$ Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

P 10.8 Calcule la razón B/C convencional, modificada y B-C, para las estimaciones del siguiente flujo de efectivo, con una tasa de descuento de 11% anual

	Flujo de efectivo
Valor presente de los beneficios \$us/año	2 000 000
Valor anual de las perdidas \$us/año	430 000
Costo inicial \$us	35 000 000
Costo de operación y mantenimiento \$us/año	650 000
Vida del proyecto en años	25

Respuesta.- $B/C=4.07$, $B/C_{MODIFICADO}=4.55$, $B-C=14764091.51$

P 10.9 Seleccione la mejor alternativa entre las dos que se muestran a continuación utilizando una tasa de interés del 10% anual y el método de la razón B/C. Suponga que una de las alternativas debe ser seleccionada.

	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
beneficios \$us/año	200 000	300 000	145 000
perdidas \$us/año (contrabeneficio)	50 000	68 000	20 000
Costo inicial \$us	800 000	1 200 000	460 000
Costo de operación y mantenimiento \$us/año	35 000	48 000	18 000
Vida del proyecto en años	20	20	20

Respuesta.- Como la relación $\Delta B/C_{2-3}$ es mayor a 1 alternativa 2 (retador) es la que se elige.

P 10.10 Se cuentan con dos alternativas para la implementación de electricidad en pueblos alejados del sistema de electrificación. La primera opción es de construir un donde se instalara generadores a diesel, y la segunda es realizar el tendido eléctrico hasta dicha población, determine la mejor alternativa si la tasa de descuento es del 1% mensual durante un periodo de 25 años

	Tendido eléctrico	Generador diesel
Beneficios Bs/mes	250 000	300 000
Costo inicial Bs	3 000 000	5 500 000
Costo de MyO Bs/mensual	60 000	150 000
Valor de rescate Bs		800 000

Respuesta.- Tendido eléctrico

BIBLIOGRAFÍA

1. LELAND BLANK & ANTHONY TARQUIN (2006), McGraw - Hill companies, **“Ingeniería Económica”**, 6ta. Edición, México D.F, México.
2. GABRIEL BACA URBINA (2003), McGraw-Hill companies, **“Fundamentos de ingeniería económica”**, 3ra. Edición, México D.F, México.
3. E. PAUL DEGARMO, WILLIAM G. SULLIVAN, JAMES A. BONTADELLI, ELIN M. WICKS (1998), Prentice Hall, Inc. A Simon & Schuster Company - **“Ingeniería económica”**, 10ma. Edición, México D.F, México.
4. NASSIR SAPAG CHAIN, REINALDO SAPAG CHAIN (2008), McGraw - Hill companies, **“Preparación y evaluación de proyectos”**, 5ta. Edición, México D.F, México.
5. ING. FERNANDO PARDO IRIARTE, **“Texto básico de la materia de Ingeniería Económica IND-231”**, 1ra. Parte, Cochabamba, Bolivia
6. N. GREGORY MANKIW, (2002), McGraw-Hill, **“Principios de Economía”**, 2da. Edición, Madrid, España.
7. CESAR ACHING GUZMAN, Serie Mypes, **“Matemática Financiera”**.
8. GONZALO RÍOS DORIA MEDINA, RONALD MORALES ZAPATA (2001), **“Modernización de la enseñanza aprendizaje en la asignatura de ingeniería económica”**, Cochabamba, Bolivia
9. TITO GERARDO DIAGO SOLANO, **“Fundamentos de economía”**.
10. JOSÉ MANUEL PALENQUE, **“Fundamentos de Contabilidad Financiera”**.
11. EMIR VARGAS PEREDO, **“Ingeniería económica”**.
12. Credi Asesoría <http://www.crediasesoría.com/Historia.htm>
13. MiMi.hu <http://es.mimi.hu/index.html>
14. Depósitos de Documentos de la FAO “Ingeniería Económica Aplicada a la Industria Pesquera <http://www.fao.org/Docrep/003/v8490s/v8490s0c.htm#b.1.1%20interés>
15. Universidad Nacional de Colombia “Ingeniería Económica” <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010045/index.html>
16. Impuestos Nacionales <http://www.impuestos.gob.bo>

Notación y definición

b	<i>Límite de presupuesto</i>
d	<i>Tasa de depreciación (igual para todos los años)</i>
<i>defensor</i>	<i>Activo actualmente instalado</i>
i	<i>Tasa de interés efectiva</i>
i_{CP}	<i>Tasa de interés efectiva por periodo de capitalización</i>
i_n	<i>Tasa de interés efectiva capitalizada</i>
i_a	<i>Tasa de interés anticipada</i>
i_v	<i>Tasa de interés vencida</i>
n	<i>Número de periodos</i>
n	<i>vida útil o vida sujeta a depreciación del activo</i>
r	<i>Tasa de interés nominal expresado por periodo de tiempo t</i>
<i>retador</i>	<i>Posible reemplazo</i>
t	<i>Periodo de tiempo</i>
t	<i>Periodo durante el cual se desea conocer el valor en libros $n \geq t$</i>
x	<i>variable que toma solamente dos valores 0 o 1</i>
A	<i>Serie de cantidades uniformes</i>
A	<i>Serie uniforme de pagos</i>
A_1	<i>Serie de cantidades uniformes</i>
B	<i>Beneficio</i>
B/C	<i>Razón beneficio costo</i>
$CAUE$	<i>Costo anual uniforme</i>
CB	<i>Contra Beneficio</i>

GLOSARIO

<i>C</i>	<i>Costo</i>
<i>COA</i>	<i>Costo anual de operación</i>
<i>Dt</i>	<i>Cargo anual de depreciación</i>
<i>F</i>	<i>Valor futuro o final</i>
<i>FNE</i>	<i>Flujo neto de efectivo</i>
<i>FEN</i>	<i>Flujo de efectivo neto</i>
<i>G</i>	<i>Cambio aritmético constante</i>
<i>I</i>	<i>Interés</i>
<i>K</i>	<i>Tasa de cambio en cada periodo de tiempo</i>
<i>P</i>	<i>Valor presente o inicial</i>
<i>P</i>	<i>Inversión inicial</i>
<i>RC</i>	<i>Recuperación de capital</i>
<i>TIR</i>	<i>Tasa interna de retorno</i>
<i>TMA</i>	<i>Tasa mínima atractiva</i>
<i>VAN</i>	<i>Valor actual neto</i>
<i>VAUE</i>	<i>Valor anual uniforme equivalente</i>
<i>VC</i>	<i>Valor comercial actual</i>
<i>VF</i>	<i>Valor futuro</i>
<i>VL</i>	<i>Valor en libros</i>
<i>VS</i>	<i>Valor de salvamento estimado</i>
<i>VUE</i>	<i>Vida útil económica</i>
Δi	<i>Tasa incremental</i>

ANEXOS A



ANEXO A

0,25 %

Tabla 1 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0025	0,9975	1,00000	1,0000	1,00250	0,9975	0	-8,52651E-12
2	1,0050	0,9950	0,49938	2,0025	0,50188	1,9925	0,9950	0,4994
3	1,0075	0,9925	0,33250	3,0075	0,33500	2,9851	2,9801	0,9983
4	1,0100	0,9901	0,24906	4,0150	0,25156	3,9751	5,9503	1,4969
5	1,0126	0,9876	0,19900	5,0251	0,20150	4,9627	9,9007	1,9950
6	1,0151	0,9851	0,16563	6,0376	0,16813	5,9478	14,8263	2,4927
7	1,0176	0,9827	0,14179	7,0527	0,14429	6,9305	20,7223	2,9900
8	1,0202	0,9802	0,12391	8,0704	0,12641	7,9107	27,5839	3,4869
9	1,0227	0,9778	0,11000	9,0905	0,11250	8,8885	35,4061	3,9834
10	1,0253	0,9753	0,09888	10,1133	0,10138	9,8639	44,1842	4,4794
11	1,0278	0,9729	0,08978	11,1385	0,09228	10,8368	53,9133	4,9750
12	1,0304	0,9705	0,08219	12,1664	0,08469	11,8073	64,5886	5,4702
13	1,0330	0,9681	0,07578	13,1968	0,07828	12,7753	76,2053	5,9650
14	1,0356	0,9656	0,07028	14,2298	0,07278	13,7410	88,7587	6,4594
15	1,0382	0,9632	0,06551	15,2654	0,06801	14,7042	102,2441	6,9534
16	1,0408	0,9608	0,06134	16,3035	0,06384	15,6650	116,6567	7,4469
17	1,0434	0,9584	0,05766	17,3443	0,06016	16,6235	131,9917	7,9401
18	1,0460	0,9561	0,05438	18,3876	0,05688	17,5795	148,2446	8,4328
19	1,0486	0,9537	0,05146	19,4336	0,05396	18,5332	165,4106	8,9251
20	1,0512	0,9513	0,04882	20,4822	0,05132	19,4845	183,4851	9,4170
21	1,0538	0,9489	0,04644	21,5334	0,04894	20,4334	202,4634	9,9085
22	1,0565	0,9466	0,04427	22,5872	0,04677	21,3800	222,3410	10,3995
23	1,0591	0,9442	0,04229	23,6437	0,04479	22,3241	243,1131	10,8901
24	1,0618	0,9418	0,04048	24,7028	0,04298	23,2660	264,7753	11,3804
25	1,0644	0,9395	0,03881	25,7646	0,04131	24,2055	287,3230	11,8702
26	1,0671	0,9371	0,03727	26,8290	0,03977	25,1426	310,7516	12,3596
27	1,0697	0,9348	0,03585	27,8961	0,03835	26,0774	335,0566	12,8485
28	1,0724	0,9325	0,03452	28,9658	0,03702	27,0099	360,2334	13,3371
29	1,0751	0,9301	0,03329	30,0382	0,03579	27,9400	386,2776	13,8252
30	1,0778	0,9278	0,03214	31,1133	0,03464	28,8679	413,1847	14,3130
36	1,0941	0,9140	0,02658	37,6206	0,02908	34,3865	592,4988	17,2306
40	1,1050	0,9050	0,02380	42,0132	0,02630	38,0199	728,7399	19,1673
48	1,1273	0,8871	0,01963	50,9312	0,02213	45,1787	1040,0552	23,0209
50	1,1330	0,8826	0,01880	53,1887	0,02130	46,9462	1125,7767	23,9802
52	1,1386	0,8782	0,01803	55,4575	0,02053	48,7048	1214,5885	24,9377
55	1,1472	0,8717	0,01698	58,8819	0,01948	51,3264	1353,5286	26,3710
60	1,1616	0,8609	0,01547	64,6467	0,01797	55,6524	1600,0845	28,7514
72	1,1969	0,8355	0,01269	78,7794	0,01519	65,8169	2265,5569	34,4221
75	1,2059	0,8292	0,01214	82,3792	0,01464	68,3108	2447,6069	35,8305
84	1,2334	0,8108	0,01071	93,3419	0,01321	75,6813	3029,7592	40,0331
90	1,2520	0,7987	0,00992	100,7885	0,01242	80,5038	3446,8700	42,8162
96	1,2709	0,7869	0,00923	108,3474	0,01173	85,2546	3886,2832	45,5844
100	1,2836	0,7790	0,00881	113,4500	0,01131	88,3825	4191,2417	47,4216
108	1,3095	0,7636	0,00808	123,8093	0,01058	94,5453	4829,0125	51,0762
120	1,3494	0,7411	0,00716	139,7414	0,00966	103,5618	5852,1116	56,5084
132	1,3904	0,7192	0,00640	156,1582	0,00890	112,3121	6950,0144	61,8813
144	1,4327	0,6980	0,00578	173,0743	0,00828	120,8041	8117,4133	67,1949
240	1,8208	0,5492	0,00305	328,3020	0,00555	180,3109	19398,9852	107,5863
360	2,4568	0,4070	0,00172	582,7369	0,00422	237,1894	36263,9299	152,8902
480	3,3151	0,3016	0,00108	926,0595	0,00358	279,3418	53820,7525	192,6699

0,5 %

Tabla 2 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0050	0,9950	1,00000	1,0000	1,00500	0,9950	-4,4188E-12	-4,26326E-12
2	1,0100	0,9901	0,49875	2,0050	0,50375	1,9851	0,9901	0,4988
3	1,0151	0,9851	0,33167	3,0150	0,33667	2,9702	2,9604	0,9967
4	1,0202	0,9802	0,24813	4,0301	0,25313	3,9505	5,9011	1,4938
5	1,0253	0,9754	0,19801	5,0503	0,20301	4,9259	9,8026	1,9900
6	1,0304	0,9705	0,16460	6,0755	0,16960	5,8964	14,6552	2,4855
7	1,0355	0,9657	0,14073	7,1059	0,14573	6,8621	20,4493	2,9801
8	1,0407	0,9609	0,12283	8,1414	0,12783	7,8230	27,1755	3,4738
9	1,0459	0,9561	0,10891	9,1821	0,11391	8,7791	34,8244	3,9668
10	1,0511	0,9513	0,09777	10,2280	0,10277	9,7304	43,3865	4,4589
11	1,0564	0,9466	0,08866	11,2792	0,09366	10,6770	52,8526	4,9501
12	1,0617	0,9419	0,08107	12,3356	0,08607	11,6189	63,2136	5,4406
13	1,0670	0,9372	0,07464	13,3972	0,07964	12,5562	74,4602	5,9302
14	1,0723	0,9326	0,06914	14,4642	0,07414	13,4887	86,5835	6,4190
15	1,0777	0,9279	0,06436	15,5365	0,06936	14,4166	99,5743	6,9069
16	1,0831	0,9233	0,06019	16,6142	0,06519	15,3399	113,4238	7,3940
17	1,0885	0,9187	0,05651	17,6973	0,06151	16,2586	128,1231	7,8803
18	1,0939	0,9141	0,05323	18,7858	0,05823	17,1728	143,6634	8,3658
19	1,0994	0,9096	0,05030	19,8797	0,05530	18,0824	160,0360	8,8504
20	1,1049	0,9051	0,04767	20,9791	0,05267	18,9874	177,2322	9,3342
21	1,1104	0,9006	0,04528	22,0840	0,05028	19,8880	195,2434	9,8172
22	1,1160	0,8961	0,04311	23,1944	0,04811	20,7841	214,0611	10,2993
23	1,1216	0,8916	0,04113	24,3104	0,04613	21,6757	233,6768	10,7806
24	1,1272	0,8872	0,03932	25,4320	0,04432	22,5629	254,0820	11,2611
25	1,1328	0,8828	0,03765	26,5591	0,04265	23,4456	275,2686	11,7407
26	1,1385	0,8784	0,03611	27,6919	0,04111	24,3240	297,2281	12,2195
27	1,1442	0,8740	0,03469	28,8304	0,03969	25,1980	319,9523	12,6975
28	1,1499	0,8697	0,03336	29,9745	0,03836	26,0677	343,4332	13,1747
29	1,1556	0,8653	0,03213	31,1244	0,03713	26,9330	367,6625	13,6510
30	1,1614	0,8610	0,03098	32,2800	0,03598	27,7941	392,6324	14,1265
36	1,1967	0,8356	0,02542	39,3361	0,03042	32,8710	557,5598	16,9621
40	1,2208	0,8191	0,02265	44,1588	0,02765	36,1722	681,3347	18,8359
48	1,2705	0,7871	0,01849	54,0978	0,02349	42,5803	959,9188	22,5437
50	1,2832	0,7793	0,01765	56,6452	0,02265	44,1428	1035,6966	23,4624
52	1,2961	0,7716	0,01689	59,2180	0,02189	45,6897	1113,8162	24,3778
55	1,3156	0,7601	0,01584	63,1258	0,02084	47,9814	1235,2686	25,7447
60	1,3489	0,7414	0,01433	69,7700	0,01933	51,7256	1448,6458	28,0064
72	1,4320	0,6983	0,01157	86,4089	0,01657	60,3395	2012,3478	33,3504
75	1,4536	0,6879	0,01102	90,7265	0,01602	62,4136	2163,7525	34,6679
84	1,5204	0,6577	0,00961	104,0739	0,01461	68,4530	2640,6641	38,5763
90	1,5666	0,6383	0,00883	113,3109	0,01383	72,3313	2976,0769	41,1451
96	1,6141	0,6195	0,00814	122,8285	0,01314	76,0952	3324,1846	43,6845
100	1,6467	0,6073	0,00773	129,3337	0,01273	78,5426	3562,7934	45,3613
108	1,7137	0,5835	0,00701	142,7399	0,01201	83,2934	4054,3747	48,6758
120	1,8194	0,5496	0,00610	163,8793	0,01110	90,0735	4823,5051	53,5508
132	1,9316	0,5177	0,00537	186,3226	0,01037	96,4596	5624,5868	58,3103
144	2,0508	0,4876	0,00476	210,1502	0,00976	102,4747	6451,3116	62,9551
240	3,3102	0,3021	0,00216	462,0409	0,00716	139,5808	13415,5395	96,1131
360	6,0226	0,1660	0,00100	1004,5150	0,00600	166,7916	21403,3041	128,3236
480	10,9575	0,0913	0,00050	1991,4907	0,00550	181,7476	27588,3573	151,7949

0,75 %

Tabla 3 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0075	0,9926	1,00000	1,0000	1,00750	0,9926	0	1,10845E-12
2	1,0151	0,9852	0,49813	2,0075	0,50563	1,9777	0,9852	0,4981
3	1,0227	0,9778	0,33085	3,0226	0,33835	2,9556	2,9408	0,9950
4	1,0303	0,9706	0,24721	4,0452	0,25471	3,9261	5,8525	1,4907
5	1,0381	0,9633	0,19702	5,0756	0,20452	4,8894	9,7058	1,9851
6	1,0459	0,9562	0,16357	6,1136	0,17107	5,8456	14,4866	2,4782
7	1,0537	0,9490	0,13967	7,1595	0,14717	6,7946	20,1808	2,9701
8	1,0616	0,9420	0,12176	8,2132	0,12926	7,7366	26,7747	3,4608
9	1,0696	0,9350	0,10782	9,2748	0,11532	8,6716	34,2544	3,9502
10	1,0776	0,9280	0,09667	10,3443	0,10417	9,5996	42,6064	4,4384
11	1,0857	0,9211	0,08755	11,4219	0,09505	10,5207	51,8174	4,9253
12	1,0938	0,9142	0,07995	12,5076	0,08745	11,4349	61,8740	5,4110
13	1,1020	0,9074	0,07352	13,6014	0,08102	12,3423	72,7632	5,8954
14	1,1103	0,9007	0,06801	14,7034	0,07551	13,2430	84,4720	6,3786
15	1,1186	0,8940	0,06324	15,8137	0,07074	14,1370	96,9876	6,8606
16	1,1270	0,8873	0,05906	16,9323	0,06656	15,0243	110,2973	7,3413
17	1,1354	0,8807	0,05537	18,0593	0,06287	15,9050	124,3887	7,8207
18	1,1440	0,8742	0,05210	19,1947	0,05960	16,7792	139,2494	8,2989
19	1,1525	0,8676	0,04917	20,3387	0,05667	17,6468	154,8671	8,7759
20	1,1612	0,8612	0,04653	21,4912	0,05403	18,5080	171,2297	9,2516
21	1,1699	0,8548	0,04415	22,6524	0,05165	19,3628	188,3253	9,7261
22	1,1787	0,8484	0,04198	23,8223	0,04948	20,2112	206,1420	10,1994
23	1,1875	0,8421	0,04000	25,0010	0,04750	21,0533	224,6682	10,6714
24	1,1964	0,8358	0,03818	26,1885	0,04568	21,8891	243,8923	11,1422
25	1,2054	0,8296	0,03652	27,3849	0,04402	22,7188	263,8029	11,6117
26	1,2144	0,8234	0,03498	28,5903	0,04248	23,5422	284,3888	12,0800
27	1,2235	0,8173	0,03355	29,8047	0,04105	24,3595	305,6387	12,5470
28	1,2327	0,8112	0,03223	31,0282	0,03973	25,1707	327,5416	13,0128
29	1,2420	0,8052	0,03100	32,2609	0,03850	25,9759	350,0867	13,4774
30	1,2513	0,7992	0,02985	33,5029	0,03735	26,7751	373,2631	13,9407
36	1,3086	0,7641	0,02430	41,1527	0,03180	31,4468	524,9924	16,6946
40	1,3483	0,7416	0,02153	46,4465	0,02903	34,4469	637,4693	18,5058
48	1,4314	0,6986	0,01739	57,5207	0,02489	40,1848	886,8404	22,0691
50	1,4530	0,6883	0,01656	60,3943	0,02406	41,5664	953,8486	22,9476
52	1,4748	0,6780	0,01580	63,3111	0,02330	42,9276	1022,5852	23,8211
55	1,5083	0,6630	0,01476	67,7688	0,02226	44,9316	1128,7869	25,1223
60	1,5657	0,6387	0,01326	75,4241	0,02076	48,1734	1313,5189	27,2665
72	1,7126	0,5839	0,01053	95,0070	0,01803	55,4768	1791,2463	32,2882
75	1,7514	0,5710	0,00998	100,1833	0,01748	57,2027	1917,2225	33,5163
84	1,8732	0,5338	0,00859	116,4269	0,01609	62,1540	2308,1283	37,1357
90	1,9591	0,5104	0,00782	127,8790	0,01532	65,2746	2577,9961	39,4946
96	2,0489	0,4881	0,00715	139,8562	0,01465	68,2584	2853,9352	41,8107
100	2,1111	0,4737	0,00675	148,1445	0,01425	70,1746	3040,7453	43,3311
108	2,2411	0,4462	0,00604	165,4832	0,01354	73,8394	3419,9041	46,3154
120	2,4514	0,4079	0,00517	193,5143	0,01267	78,9417	3998,5621	50,6521
132	2,6813	0,3730	0,00446	224,1748	0,01196	83,6064	4583,5701	54,8232
144	2,9328	0,3410	0,00388	257,7116	0,01138	87,8711	5169,5828	58,8314
240	6,0092	0,1664	0,00150	667,8869	0,00900	111,1450	9494,1162	85,4210
360	14,7306	0,0679	0,00055	1830,7435	0,00805	124,2819	13312,3871	107,1145
480	36,1099	0,0277	0,00021	4681,3203	0,00771	129,6409	15513,0866	119,6620

1 %

Tabla 4 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0100	0,9901	1,00000	1,0000	1,01000	0,9901	0	0
2	1,0201	0,9803	0,49751	2,0100	0,50751	1,9704	0,9803	0,4975
3	1,0303	0,9706	0,33002	3,0301	0,34002	2,9410	2,9215	0,9934
4	1,0406	0,9610	0,24628	4,0604	0,25628	3,9020	5,8044	1,4876
5	1,0510	0,9515	0,19604	5,1010	0,20604	4,8534	9,6103	1,9801
6	1,0615	0,9420	0,16255	6,1520	0,17255	5,7955	14,3205	2,4710
7	1,0721	0,9327	0,13863	7,2135	0,14863	6,7282	19,9168	2,9602
8	1,0829	0,9235	0,12069	8,2857	0,13069	7,6517	26,3812	3,4478
9	1,0937	0,9143	0,10674	9,3685	0,11674	8,5660	33,6959	3,9337
10	1,1046	0,9053	0,09558	10,4622	0,10558	9,4713	41,8435	4,4179
11	1,1157	0,8963	0,08645	11,5668	0,09645	10,3676	50,8067	4,9005
12	1,1268	0,8874	0,07885	12,6825	0,08885	11,2551	60,5687	5,3815
13	1,1381	0,8787	0,07241	13,8093	0,08241	12,1337	71,1126	5,8607
14	1,1495	0,8700	0,06690	14,9474	0,07690	13,0037	82,4221	6,3384
15	1,1610	0,8613	0,06212	16,0969	0,07212	13,8651	94,4810	6,8143
16	1,1726	0,8528	0,05794	17,2579	0,06794	14,7179	107,2734	7,2886
17	1,1843	0,8444	0,05426	18,4304	0,06426	15,5623	120,7834	7,7613
18	1,1961	0,8360	0,05098	19,6147	0,06098	16,3983	134,9957	8,2323
19	1,2081	0,8277	0,04805	20,8109	0,05805	17,2260	149,8950	8,7017
20	1,2202	0,8195	0,04542	22,0190	0,05542	18,0456	165,4664	9,1694
21	1,2324	0,8114	0,04303	23,2392	0,05303	18,8570	181,6950	9,6354
22	1,2447	0,8034	0,04086	24,4716	0,05086	19,6604	198,5663	10,0998
23	1,2572	0,7954	0,03889	25,7163	0,04889	20,4558	216,0660	10,5626
24	1,2697	0,7876	0,03707	26,9735	0,04707	21,2434	234,1800	11,0237
25	1,2824	0,7798	0,03541	28,2432	0,04541	22,0232	252,8945	11,4831
26	1,2953	0,7720	0,03387	29,5256	0,04387	22,7952	272,1957	11,9409
27	1,3082	0,7644	0,03245	30,8209	0,04245	23,5596	292,0702	12,3971
28	1,3213	0,7568	0,03112	32,1291	0,04112	24,3164	312,5047	12,8516
29	1,3345	0,7493	0,02990	33,4504	0,03990	25,0658	333,4863	13,3044
30	1,3478	0,7419	0,02875	34,7849	0,03875	25,8077	355,0021	13,7557
36	1,4308	0,6989	0,02321	43,0769	0,03321	30,1075	494,6207	16,4285
40	1,4889	0,6717	0,02046	48,8864	0,03046	32,8347	596,8561	18,1776
48	1,6122	0,6203	0,01633	61,2226	0,02633	37,9740	820,1460	21,5976
50	1,6446	0,6080	0,01551	64,4632	0,02551	39,1961	879,4176	22,4363
52	1,6777	0,5961	0,01476	67,7689	0,02476	40,3942	939,9175	23,2686
55	1,7285	0,5785	0,01373	72,8525	0,02373	42,1472	1032,8148	24,5049
60	1,8167	0,5504	0,01224	81,6697	0,02224	44,9550	1192,8061	26,5333
72	2,0471	0,4885	0,00955	104,7099	0,01955	51,1504	1597,8673	31,2386
75	2,1091	0,4741	0,00902	110,9128	0,01902	52,5871	1702,7340	32,3793
84	2,3067	0,4335	0,00765	130,6723	0,01765	56,6485	2023,3153	35,7170
90	2,4486	0,4084	0,00690	144,8633	0,01690	59,1609	2240,5675	37,8724
96	2,5993	0,3847	0,00625	159,9273	0,01625	61,5277	2459,4298	39,9727
100	2,7048	0,3697	0,00587	170,4814	0,01587	63,0289	2605,7758	41,3426
108	2,9289	0,3414	0,00518	192,8926	0,01518	65,8578	2898,4203	44,0103
120	3,3004	0,3030	0,00435	230,0387	0,01435	69,7005	3334,1148	47,8349
132	3,7190	0,2689	0,00368	271,8959	0,01368	73,1108	3761,6944	51,4520
144	4,1906	0,2386	0,00313	319,0616	0,01313	76,1372	4177,4664	54,8676
240	10,8926	0,0918	0,00101	989,2554	0,01101	90,8194	6878,6016	75,7393
360	35,9496	0,0278	0,00029	3494,9641	0,01029	97,2183	8720,4323	89,6995
480	118,6477	0,0084	0,00008	11764,7725	0,01008	99,1572	9511,1579	95,9200

1,25 %

Tabla 5 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0125	0,9877	1,00000	1,0000	1,01250	0,9877	0	-2,84217E-13
2	1,0252	0,9755	0,49689	2,0125	0,50939	1,9631	0,9755	0,4969
3	1,0380	0,9634	0,32920	3,0377	0,34170	2,9265	2,9023	0,9917
4	1,0509	0,9515	0,24536	4,0756	0,25786	3,8781	5,7569	1,4845
5	1,0641	0,9398	0,19506	5,1266	0,20756	4,8178	9,5160	1,9752
6	1,0774	0,9282	0,16153	6,1907	0,17403	5,7460	14,1569	2,4638
7	1,0909	0,9167	0,13759	7,2680	0,15009	6,6627	19,6571	2,9503
8	1,1045	0,9054	0,11963	8,3589	0,13213	7,5681	25,9949	3,4348
9	1,1183	0,8942	0,10567	9,4634	0,11817	8,4623	33,1487	3,9172
10	1,1323	0,8832	0,09450	10,5817	0,10700	9,3455	41,0973	4,3975
11	1,1464	0,8723	0,08537	11,7139	0,09787	10,2178	49,8201	4,8758
12	1,1608	0,8615	0,07776	12,8604	0,09026	11,0793	59,2967	5,3520
13	1,1753	0,8509	0,07132	14,0211	0,08382	11,9302	69,5072	5,8262
14	1,1900	0,8404	0,06581	15,1964	0,07831	12,7706	80,4320	6,2982
15	1,2048	0,8300	0,06103	16,3863	0,07353	13,6005	92,0519	6,7682
16	1,2199	0,8197	0,05685	17,5912	0,06935	14,4203	104,3481	7,2362
17	1,2351	0,8096	0,05316	18,8111	0,06566	15,2299	117,3021	7,7021
18	1,2506	0,7996	0,04988	20,0462	0,06238	16,0295	130,8958	8,1659
19	1,2662	0,7898	0,04696	21,2968	0,05946	16,8193	145,1115	8,6277
20	1,2820	0,7800	0,04432	22,5630	0,05682	17,5993	159,9316	9,0874
21	1,2981	0,7704	0,04194	23,8450	0,05444	18,3697	175,3392	9,5450
22	1,3143	0,7609	0,03977	25,1431	0,05227	19,1306	191,3174	10,0006
23	1,3307	0,7515	0,03780	26,4574	0,05030	19,8820	207,8499	10,4542
24	1,3474	0,7422	0,03599	27,7881	0,04849	20,6242	224,9204	10,9056
25	1,3642	0,7330	0,03432	29,1354	0,04682	21,3573	242,5132	11,3551
26	1,3812	0,7240	0,03279	30,4996	0,04529	22,0813	260,6128	11,8024
27	1,3985	0,7150	0,03137	31,8809	0,04387	22,7963	279,2040	12,2478
28	1,4160	0,7062	0,03005	33,2794	0,04255	23,5025	298,2719	12,6911
29	1,4337	0,6975	0,02882	34,6954	0,04132	24,2000	317,8019	13,1323
30	1,4516	0,6889	0,02768	36,1291	0,04018	24,8889	337,7797	13,5715
36	1,5639	0,6394	0,02217	45,1155	0,03467	28,8473	466,2830	16,1639
40	1,6436	0,6084	0,01942	51,4896	0,03192	31,3269	559,2320	17,8515
48	1,8154	0,5509	0,01533	65,2284	0,02783	35,9315	759,2296	21,1299
50	1,8610	0,5373	0,01452	68,8818	0,02702	37,0129	811,6738	21,9295
52	1,9078	0,5242	0,01377	72,6271	0,02627	38,0677	864,9409	22,7211
55	1,9803	0,5050	0,01275	78,4225	0,02525	39,6017	946,2277	23,8936
60	2,1072	0,4746	0,01129	88,5745	0,02379	42,0346	1084,8429	25,8083
72	2,4459	0,4088	0,00865	115,6736	0,02115	47,2925	1428,4561	30,2047
75	2,5388	0,3939	0,00812	123,1035	0,02062	48,4890	1515,7904	31,2605
84	2,8391	0,3522	0,00680	147,1290	0,01930	51,8222	1778,8384	34,3258
90	3,0588	0,3269	0,00607	164,7050	0,01857	53,8461	1953,8303	36,2855
96	3,2955	0,3034	0,00545	183,6411	0,01795	55,7246	2127,5244	38,1793
100	3,4634	0,2887	0,00507	197,0723	0,01757	56,9013	2242,2411	39,4058
108	3,8253	0,2614	0,00442	226,0226	0,01692	59,0865	2468,2636	41,7737
120	4,4402	0,2252	0,00363	275,2171	0,01613	61,9828	2796,5694	45,1184
132	5,1540	0,1940	0,00301	332,3198	0,01551	64,4781	3109,3504	48,2234
144	5,9825	0,1672	0,00251	398,6021	0,01501	66,6277	3404,6097	51,0990
240	19,7155	0,0507	0,00067	1497,2395	0,01317	75,9423	5101,5288	67,1764
360	87,5410	0,0114	0,00014	6923,2796	0,01264	79,0861	5997,9027	75,8401
480	388,7007	0,0026	0,00003	31016,0548	0,01253	79,7942	6284,7442	78,7619

1,5 %

Tabla 6 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0150	0,9852	1,00000	1,0000	1,01500	0,9852	-4,8614E-13	-4,26326E-13
2	1,0302	0,9707	0,49628	2,0150	0,51128	1,9559	0,9707	0,4963
3	1,0457	0,9563	0,32838	3,0452	0,34338	2,9122	2,8833	0,9901
4	1,0614	0,9422	0,24444	4,0909	0,25944	3,8544	5,7098	1,4814
5	1,0773	0,9283	0,19409	5,1523	0,20909	4,7826	9,4229	1,9702
6	1,0934	0,9145	0,16053	6,2296	0,17553	5,6972	13,9956	2,4566
7	1,1098	0,9010	0,13656	7,3230	0,15156	6,5982	19,4018	2,9405
8	1,1265	0,8877	0,11858	8,4328	0,13358	7,4859	25,6157	3,4219
9	1,1434	0,8746	0,10461	9,5593	0,11961	8,3605	32,6125	3,9008
10	1,1605	0,8617	0,09343	10,7027	0,10843	9,2222	40,3675	4,3772
11	1,1779	0,8489	0,08429	11,8633	0,09929	10,0711	48,8568	4,8512
12	1,1956	0,8364	0,07668	13,0412	0,09168	10,9075	58,0571	5,3227
13	1,2136	0,8240	0,07024	14,2368	0,08524	11,7315	67,9454	5,7917
14	1,2318	0,8118	0,06472	15,4504	0,07972	12,5434	78,4994	6,2582
15	1,2502	0,7999	0,05994	16,6821	0,07494	13,3432	89,6974	6,7223
16	1,2690	0,7880	0,05577	17,9324	0,07077	14,1313	101,5178	7,1839
17	1,2880	0,7764	0,05208	19,2014	0,06708	14,9076	113,9400	7,6431
18	1,3073	0,7649	0,04881	20,4894	0,06381	15,6726	126,9435	8,0997
19	1,3270	0,7536	0,04588	21,7967	0,06088	16,4262	140,5084	8,5539
20	1,3469	0,7425	0,04325	23,1237	0,05825	17,1686	154,6154	9,0057
21	1,3671	0,7315	0,04087	24,4705	0,05587	17,9001	169,2453	9,4550
22	1,3876	0,7207	0,03870	25,8376	0,05370	18,6208	184,3798	9,9018
23	1,4084	0,7100	0,03673	27,2251	0,05173	19,3309	200,0006	10,3462
24	1,4295	0,6995	0,03492	28,6335	0,04992	20,0304	216,0901	10,7881
25	1,4509	0,6892	0,03326	30,0630	0,04826	20,7196	232,6310	11,2276
26	1,4727	0,6790	0,03173	31,5140	0,04673	21,3986	249,6065	11,6646
27	1,4948	0,6690	0,03032	32,9867	0,04532	22,0676	267,0002	12,0992
28	1,5172	0,6591	0,02900	34,4815	0,04400	22,7267	284,7958	12,5313
29	1,5400	0,6494	0,02778	35,9987	0,04278	23,3761	302,9779	12,9610
30	1,5631	0,6398	0,02664	37,5387	0,04164	24,0158	321,5310	13,3883
36	1,7091	0,5851	0,02115	47,2760	0,03615	27,6607	439,8303	15,9009
40	1,8140	0,5513	0,01843	54,2679	0,03343	29,9158	524,3568	17,5277
48	2,0435	0,4894	0,01437	69,5652	0,02937	34,0426	703,5462	20,6667
50	2,1052	0,4750	0,01357	73,6828	0,02857	34,9997	749,9636	21,4277
52	2,1689	0,4611	0,01283	77,9249	0,02783	35,9287	796,8774	22,1794
55	2,2679	0,4409	0,01183	84,5296	0,02683	37,2715	868,0285	23,2894
60	2,4432	0,4093	0,01039	96,2147	0,02539	39,3803	988,1674	25,0930
72	2,9212	0,3423	0,00781	128,0772	0,02281	43,8447	1279,7938	29,1893
75	3,0546	0,3274	0,00730	136,9728	0,02230	44,8416	1352,5600	30,1631
84	3,4926	0,2863	0,00602	166,1726	0,02102	47,5786	1568,5140	32,9668
90	3,8189	0,2619	0,00532	187,9299	0,02032	49,2099	1709,5439	34,7399
96	4,1758	0,2395	0,00472	211,7202	0,01972	50,7017	1847,4725	36,4381
100	4,4320	0,2256	0,00437	228,8030	0,01937	51,6247	1937,4506	37,5295
108	4,9927	0,2003	0,00376	266,1778	0,01876	53,3137	2112,1348	39,6171
120	5,9693	0,1675	0,00302	331,2882	0,01802	55,4985	2359,7114	42,5185
132	7,1370	0,1401	0,00244	409,1354	0,01744	57,3257	2588,7085	45,1579
144	8,5332	0,1172	0,00199	502,2109	0,01699	58,8540	2798,5784	47,5512
240	35,6328	0,0281	0,00043	2308,8544	0,01543	64,7957	3870,6912	59,7368
360	212,7038	0,0047	0,00007	14113,5854	0,01507	66,3532	4310,7165	64,9662
480	1269,6975	0,0008	0,00001	84579,8363	0,01501	66,6142	4415,7412	66,2883

Tabla 7 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0200	0,9804	1,00000	1,0000	1,02000	0,9804	0	0
2	1,0404	0,9612	0,49505	2,0200	0,51505	1,9416	0,9612	0,4950
3	1,0612	0,9423	0,32675	3,0604	0,34675	2,8839	2,8458	0,9868
4	1,0824	0,9238	0,24262	4,1216	0,26262	3,8077	5,6173	1,4752
5	1,1041	0,9057	0,19216	5,2040	0,21216	4,7135	9,2403	1,9604
6	1,1262	0,8880	0,15853	6,3081	0,17853	5,6014	13,6801	2,4423
7	1,1487	0,8706	0,13451	7,4343	0,15451	6,4720	18,9035	2,9208
8	1,1717	0,8535	0,11651	8,5830	0,13651	7,3255	24,8779	3,3961
9	1,1951	0,8368	0,10252	9,7546	0,12252	8,1622	31,5720	3,8681
10	1,2190	0,8203	0,09133	10,9497	0,11133	8,9826	38,9551	4,3367
11	1,2434	0,8043	0,08218	12,1687	0,10218	9,7868	46,9977	4,8021
12	1,2682	0,7885	0,07456	13,4121	0,09456	10,5753	55,6712	5,2642
13	1,2936	0,7730	0,06812	14,6803	0,08812	11,3484	64,9475	5,7231
14	1,3195	0,7579	0,06260	15,9739	0,08260	12,1062	74,7999	6,1786
15	1,3459	0,7430	0,05783	17,2934	0,07783	12,8493	85,2021	6,6309
16	1,3728	0,7284	0,05365	18,6393	0,07365	13,5777	96,1288	7,0799
17	1,4002	0,7142	0,04997	20,0121	0,06997	14,2919	107,5554	7,5256
18	1,4282	0,7002	0,04670	21,4123	0,06670	14,9920	119,4581	7,9681
19	1,4568	0,6864	0,04378	22,8406	0,06378	15,6785	131,8139	8,4073
20	1,4859	0,6730	0,04116	24,2974	0,06116	16,3514	144,6003	8,8433
21	1,5157	0,6598	0,03878	25,7833	0,05878	17,0112	157,7959	9,2760
22	1,5460	0,6468	0,03663	27,2990	0,05663	17,6580	171,3795	9,7055
23	1,5769	0,6342	0,03467	28,8450	0,05467	18,2922	185,3309	10,1317
24	1,6084	0,6217	0,03287	30,4219	0,05287	18,9139	199,6305	10,5547
25	1,6406	0,6095	0,03122	32,0303	0,05122	19,5235	214,2592	10,9745
26	1,6734	0,5976	0,02970	33,6709	0,04970	20,1210	229,1987	11,3910
27	1,7069	0,5859	0,02829	35,3443	0,04829	20,7069	244,4311	11,8043
28	1,7410	0,5744	0,02699	37,0512	0,04699	21,2813	259,9392	12,2145
29	1,7758	0,5631	0,02578	38,7922	0,04578	21,8444	275,7064	12,6214
30	1,8114	0,5521	0,02465	40,5681	0,04465	22,3965	291,7164	13,0251
36	2,0399	0,4902	0,01923	51,9944	0,03923	25,4888	392,0405	15,3809
40	2,2080	0,4529	0,01656	60,4020	0,03656	27,3555	461,9931	16,8885
48	2,5871	0,3865	0,01260	79,3535	0,03260	30,6731	605,9657	19,7556
50	2,6916	0,3715	0,01182	84,5794	0,03182	31,4236	642,3606	20,4420
52	2,8003	0,3571	0,01111	90,0164	0,03111	32,1449	678,7849	21,1164
55	2,9717	0,3365	0,01014	98,5865	0,03014	33,1748	733,3527	22,1057
60	3,2810	0,3048	0,00877	114,0515	0,02877	34,7609	823,6975	23,6961
72	4,1611	0,2403	0,00633	158,0570	0,02633	37,9841	1034,0557	27,2234
75	4,4158	0,2265	0,00586	170,7918	0,02586	38,6771	1084,6393	28,0434
84	5,2773	0,1895	0,00468	213,8666	0,02468	40,5255	1230,4191	30,3616
90	5,9431	0,1683	0,00405	247,1567	0,02405	41,5869	1322,1701	31,7929
96	6,6929	0,1494	0,00351	284,6467	0,02351	42,5294	1409,2973	33,1370
100	7,2446	0,1380	0,00320	312,2323	0,02320	43,0984	1464,7527	33,9863
108	8,4883	0,1178	0,00267	374,4129	0,02267	44,1095	1569,3025	35,5774
120	10,7652	0,0929	0,00205	488,2582	0,02205	45,3554	1710,4160	37,7114
132	13,6528	0,0732	0,00158	632,6415	0,02158	46,3378	1833,4715	39,5676
144	17,3151	0,0578	0,00123	815,7545	0,02123	47,1123	1939,7950	41,1738
240	115,8887	0,0086	0,00017	5744,4368	0,02017	49,5686	2374,8800	47,9110
360	1247,5611	0,0008	0,00002	62328,0564	0,02002	49,9599	2483,5679	49,7112
480	13430,1989	0,0001	0,00000	671459,9468	0,02000	49,9963	2498,0268	49,9643

Tabla 8 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0300	0,9709	1,00000	1,0000	1,03000	0,9709	0	0
2	1,0609	0,9426	0,49261	2,0300	0,52261	1,9135	0,9426	0,4926
3	1,0927	0,9151	0,32353	3,0909	0,35353	2,8286	2,7729	0,9803
4	1,1255	0,8885	0,23903	4,1836	0,26903	3,7171	5,4383	1,4631
5	1,1593	0,8626	0,18835	5,3091	0,21835	4,5797	8,8888	1,9409
6	1,1941	0,8375	0,15460	6,4684	0,18460	5,4172	13,0762	2,4138
7	1,2299	0,8131	0,13051	7,6625	0,16051	6,2303	17,9547	2,8819
8	1,2668	0,7894	0,11246	8,8923	0,14246	7,0197	23,4806	3,3450
9	1,3048	0,7664	0,09843	10,1591	0,12843	7,7861	29,6119	3,8032
10	1,3439	0,7441	0,08723	11,4639	0,11723	8,5302	36,3088	4,2565
11	1,3842	0,7224	0,07808	12,8078	0,10808	9,2526	43,5330	4,7049
12	1,4258	0,7014	0,07046	14,1920	0,10046	9,9540	51,2482	5,1485
13	1,4685	0,6810	0,06403	15,6178	0,09403	10,6350	59,4196	5,5872
14	1,5126	0,6611	0,05853	17,0863	0,08853	11,2961	68,0141	6,0210
15	1,5580	0,6419	0,05377	18,5989	0,08377	11,9379	77,0002	6,4500
16	1,6047	0,6232	0,04961	20,1569	0,07961	12,5611	86,3477	6,8742
17	1,6528	0,6050	0,04595	21,7616	0,07595	13,1661	96,0280	7,2936
18	1,7024	0,5874	0,04271	23,4144	0,07271	13,7535	106,0137	7,7081
19	1,7535	0,5703	0,03981	25,1169	0,06981	14,3238	116,2788	8,1179
20	1,8061	0,5537	0,03722	26,8704	0,06722	14,8775	126,7987	8,5229
21	1,8603	0,5375	0,03487	28,6765	0,06487	15,4150	137,5496	8,9231
22	1,9161	0,5219	0,03275	30,5368	0,06275	15,9369	148,5094	9,3186
23	1,9736	0,5067	0,03081	32,4529	0,06081	16,4436	159,6566	9,7093
24	2,0328	0,4919	0,02905	34,4265	0,05905	16,9355	170,9711	10,0954
25	2,0938	0,4776	0,02743	36,4593	0,05743	17,4131	182,4336	10,4768
26	2,1566	0,4637	0,02594	38,5530	0,05594	17,8768	194,0260	10,8535
27	2,2213	0,4502	0,02456	40,7096	0,05456	18,3270	205,7309	11,2255
28	2,2879	0,4371	0,02329	42,9309	0,05329	18,7641	217,5320	11,5930
29	2,3566	0,4243	0,02211	45,2189	0,05211	19,1885	229,4137	11,9558
30	2,4273	0,4120	0,02102	47,5754	0,05102	19,6004	241,3613	12,3141
31	2,5001	0,4000	0,02000	50,0027	0,05000	20,0004	253,3609	12,6678
32	2,5751	0,3883	0,01905	52,5028	0,04905	20,3888	265,3993	13,0169
33	2,6523	0,3770	0,01816	55,0778	0,04816	20,7658	277,4642	13,3616
34	2,7319	0,3660	0,01732	57,7302	0,04732	21,1318	289,5437	13,7018
35	2,8139	0,3554	0,01654	60,4621	0,04654	21,4872	301,6267	14,0375
40	3,2620	0,3066	0,01326	75,4013	0,04326	23,1148	361,7499	15,6502
45	3,7816	0,2644	0,01079	92,7199	0,04079	24,5187	420,6325	17,1556
50	4,3839	0,2281	0,00887	112,7969	0,03887	25,7298	477,4803	18,5575
55	5,0821	0,1968	0,00735	136,0716	0,03735	26,7744	531,7411	19,8600
60	5,8916	0,1697	0,00613	163,0534	0,03613	27,6756	583,0526	21,0674
65	6,8300	0,1464	0,00515	194,3328	0,03515	28,4529	631,2010	22,1841
70	7,9178	0,1263	0,00434	230,5941	0,03434	29,1234	676,0869	23,2145
75	9,1789	0,1089	0,00367	272,6309	0,03367	29,7018	717,6978	24,1634
80	10,6409	0,0940	0,00311	321,3630	0,03311	30,2008	756,0865	25,0353
85	12,3357	0,0811	0,00265	377,8570	0,03265	30,6312	791,3529	25,8349
90	14,3005	0,0699	0,00226	443,3489	0,03226	31,0024	823,6302	26,5667
95	16,5782	0,0603	0,00193	519,2720	0,03193	31,3227	853,0742	27,2351
100	19,2186	0,0520	0,00165	607,2877	0,03165	31,5989	879,8540	27,8444
105	22,2797	0,0449	0,00141	709,3221	0,03141	31,8372	904,1461	28,3990
110	25,8282	0,0387	0,00121	827,6078	0,03121	32,0428	926,1284	28,9029
115	29,9420	0,0334	0,00104	964,7334	0,03104	32,2201	945,9771	29,3599
120	34,7110	0,0288	0,00089	1123,6996	0,03089	32,3730	963,8635	29,7737

4 %

Tabla 9 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0400	0,9615	1,00000	1,0000	1,04000	0,9615	0	0
2	1,0816	0,9246	0,49020	2,0400	0,53020	1,8861	0,9246	0,4902
3	1,1249	0,8890	0,32035	3,1216	0,36035	2,7751	2,7025	0,9739
4	1,1699	0,8548	0,23549	4,2465	0,27549	3,6299	5,2670	1,4510
5	1,2167	0,8219	0,18463	5,4163	0,22463	4,4518	8,5547	1,9216
6	1,2653	0,7903	0,15076	6,6330	0,19076	5,2421	12,5062	2,3857
7	1,3159	0,7599	0,12661	7,8983	0,16661	6,0021	17,0657	2,8433
8	1,3686	0,7307	0,10853	9,2142	0,14853	6,7327	22,1806	3,2944
9	1,4233	0,7026	0,09449	10,5828	0,13449	7,4353	27,8013	3,7391
10	1,4802	0,6756	0,08329	12,0061	0,12329	8,1109	33,8814	4,1773
11	1,5395	0,6496	0,07415	13,4864	0,11415	8,7605	40,3772	4,6090
12	1,6010	0,6246	0,06655	15,0258	0,10655	9,3851	47,2477	5,0343
13	1,6651	0,6006	0,06014	16,6268	0,10014	9,9856	54,4546	5,4533
14	1,7317	0,5775	0,05467	18,2919	0,09467	10,5631	61,9618	5,8659
15	1,8009	0,5553	0,04994	20,0236	0,08994	11,1184	69,7355	6,2721
16	1,8730	0,5339	0,04582	21,8245	0,08582	11,6523	77,7441	6,6720
17	1,9479	0,5134	0,04220	23,6975	0,08220	12,1657	85,9581	7,0656
18	2,0258	0,4936	0,03899	25,6454	0,07899	12,6593	94,3498	7,4530
19	2,1068	0,4746	0,03614	27,6712	0,07614	13,1339	102,8933	7,8342
20	2,1911	0,4564	0,03358	29,7781	0,07358	13,5903	111,5647	8,2091
21	2,2788	0,4388	0,03128	31,9692	0,07128	14,0292	120,3414	8,5779
22	2,3699	0,4220	0,02920	34,2480	0,06920	14,4511	129,2024	8,9407
23	2,4647	0,4057	0,02731	36,6179	0,06731	14,8568	138,1284	9,2973
24	2,5633	0,3901	0,02559	39,0826	0,06559	15,2470	147,1012	9,6479
25	2,6658	0,3751	0,02401	41,6459	0,06401	15,6221	156,1040	9,9925
26	2,7725	0,3607	0,02257	44,3117	0,06257	15,9828	165,1212	10,3312
27	2,8834	0,3468	0,02124	47,0842	0,06124	16,3296	174,1385	10,6640
28	2,9987	0,3335	0,02001	49,9676	0,06001	16,6631	183,1424	10,9909
29	3,1187	0,3207	0,01888	52,9663	0,05888	16,9837	192,1206	11,3120
30	3,2434	0,3083	0,01783	56,0849	0,05783	17,2920	201,0618	11,6274
31	3,3731	0,2965	0,01686	59,3283	0,05686	17,5885	209,9556	11,9371
32	3,5081	0,2851	0,01595	62,7015	0,05595	17,8736	218,7924	12,2411
33	3,6484	0,2741	0,01510	66,2095	0,05510	18,1476	227,5634	12,5396
34	3,7943	0,2636	0,01431	69,8579	0,05431	18,4112	236,2607	12,8324
35	3,9461	0,2534	0,01358	73,6522	0,05358	18,6646	244,8768	13,1198
40	4,8010	0,2083	0,01052	95,0255	0,05052	19,7928	286,5303	14,4765
45	5,8412	0,1712	0,00826	121,0294	0,04826	20,7200	325,4028	15,7047
50	7,1067	0,1407	0,00655	152,6671	0,04655	21,4822	361,1638	16,8122
55	8,6464	0,1157	0,00523	191,1592	0,04523	22,1086	393,6890	17,8070
60	10,5196	0,0951	0,00420	237,9907	0,04420	22,6235	422,9966	18,6972
65	12,7987	0,0781	0,00339	294,9684	0,04339	23,0467	449,2014	19,4909
70	15,5716	0,0642	0,00275	364,2905	0,04275	23,3945	472,4789	20,1961
75	18,9453	0,0528	0,00223	448,6314	0,04223	23,6804	493,0408	20,8206
80	23,0498	0,0434	0,00181	551,2450	0,04181	23,9154	511,1161	21,3718
85	28,0436	0,0357	0,00148	676,0901	0,04148	24,1085	526,9384	21,8569
90	34,1193	0,0293	0,00121	827,9833	0,04121	24,2673	540,7369	22,2826
95	41,5114	0,0241	0,00099	1012,7846	0,04099	24,3978	552,7307	22,6550
100	50,5049	0,0198	0,00081	1237,6237	0,04081	24,5050	563,1249	22,9800
105	61,4470	0,0163	0,00066	1511,1748	0,04066	24,5931	572,1089	23,2629
110	74,7597	0,0134	0,00054	1843,9915	0,04054	24,6656	579,8553	23,5087
115	90,9566	0,0110	0,00044	2248,9140	0,04044	24,7251	586,5201	23,7216
120	110,6626	0,0090	0,00036	2741,5640	0,04036	24,7741	592,2428	23,9057

Tabla 10 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0500	0,9524	1,00000	1,0000	1,05000	0,9524	0	0
2	1,1025	0,9070	0,48780	2,0500	0,53780	1,8594	0,9070	0,4878
3	1,1576	0,8638	0,31721	3,1525	0,36721	2,7232	2,6347	0,9675
4	1,2155	0,8227	0,23201	4,3101	0,28201	3,5460	5,1028	1,4391
5	1,2763	0,7835	0,18097	5,5256	0,23097	4,3295	8,2369	1,9025
6	1,3401	0,7462	0,14702	6,8019	0,19702	5,0757	11,9680	2,3579
7	1,4071	0,7107	0,12282	8,1420	0,17282	5,7864	16,2321	2,8052
8	1,4775	0,6768	0,10472	9,5491	0,15472	6,4632	20,9700	3,2445
9	1,5513	0,6446	0,09069	11,0266	0,14069	7,1078	26,1268	3,6758
10	1,6289	0,6139	0,07950	12,5779	0,12950	7,7217	31,6520	4,0991
11	1,7103	0,5847	0,07039	14,2068	0,12039	8,3064	37,4988	4,5144
12	1,7959	0,5568	0,06283	15,9171	0,11283	8,8633	43,6241	4,9219
13	1,8856	0,5303	0,05646	17,7130	0,10646	9,3936	49,9879	5,3215
14	1,9799	0,5051	0,05102	19,5986	0,10102	9,8986	56,5538	5,7133
15	2,0789	0,4810	0,04634	21,5786	0,09634	10,3797	63,2880	6,0973
16	2,1829	0,4581	0,04227	23,6575	0,09227	10,8378	70,1597	6,4736
17	2,2920	0,4363	0,03870	25,8404	0,08870	11,2741	77,1405	6,8423
18	2,4066	0,4155	0,03555	28,1324	0,08555	11,6896	84,2043	7,2034
19	2,5270	0,3957	0,03275	30,5390	0,08275	12,0853	91,3275	7,5569
20	2,6533	0,3769	0,03024	33,0660	0,08024	12,4622	98,4884	7,9030
21	2,7860	0,3589	0,02800	35,7193	0,07800	12,8212	105,6673	8,2416
22	2,9253	0,3418	0,02597	38,5052	0,07597	13,1630	112,8461	8,5730
23	3,0715	0,3256	0,02414	41,4305	0,07414	13,4886	120,0087	8,8971
24	3,2251	0,3101	0,02247	44,5020	0,07247	13,7986	127,1402	9,2140
25	3,3864	0,2953	0,02095	47,7271	0,07095	14,0939	134,2275	9,5238
26	3,5557	0,2812	0,01956	51,1135	0,06956	14,3752	141,2585	9,8266
27	3,7335	0,2678	0,01829	54,6691	0,06829	14,6430	148,2226	10,1224
28	3,9201	0,2551	0,01712	58,4026	0,06712	14,8981	155,1101	10,4114
29	4,1161	0,2429	0,01605	62,3227	0,06605	15,1411	161,9126	10,6936
30	4,3219	0,2314	0,01505	66,4388	0,06505	15,3725	168,6226	10,9691
31	4,5380	0,2204	0,01413	70,7608	0,06413	15,5928	175,2333	11,2381
32	4,7649	0,2099	0,01328	75,2988	0,06328	15,8027	181,7392	11,5005
33	5,0032	0,1999	0,01249	80,0638	0,06249	16,0025	188,1351	11,7566
34	5,2533	0,1904	0,01176	85,0670	0,06176	16,1929	194,4168	12,0063
35	5,5160	0,1813	0,01107	90,3203	0,06107	16,3742	200,5807	12,2498
40	7,0400	0,1420	0,00828	120,7998	0,05828	17,1591	229,5452	13,3775
45	8,9850	0,1113	0,00626	159,7002	0,05626	17,7741	255,3145	14,3644
50	11,4674	0,0872	0,00478	209,3480	0,05478	18,2559	277,9148	15,2233
55	14,6356	0,0683	0,00367	272,7126	0,05367	18,6335	297,5104	15,9664
60	18,6792	0,0535	0,00283	353,5837	0,05283	18,9293	314,3432	16,6062
65	23,8399	0,0419	0,00219	456,7980	0,05219	19,1611	328,6910	17,1541
70	30,4264	0,0329	0,00170	588,5285	0,05170	19,3427	340,8409	17,6212
75	38,8327	0,0258	0,00132	756,6537	0,05132	19,4850	351,0721	18,0176
80	49,5614	0,0202	0,00103	971,2288	0,05103	19,5965	359,6460	18,3526
85	63,2544	0,0158	0,00080	1245,0871	0,05080	19,6838	366,8007	18,6346
90	80,7304	0,0124	0,00063	1594,6073	0,05063	19,7523	372,7488	18,8712
95	103,0347	0,0097	0,00049	2040,6935	0,05049	19,8059	377,6774	19,0689
100	131,5013	0,0076	0,00038	2610,0252	0,05038	19,8479	381,7492	19,2337
105	167,8326	0,0060	0,00030	3336,6526	0,05030	19,8808	385,1042	19,3706
110	214,2017	0,0047	0,00023	4264,0338	0,05023	19,9066	387,8619	19,4841
115	273,3817	0,0037	0,00018	5447,6334	0,05018	19,9268	390,1237	19,5778
120	348,9120	0,0029	0,00014	6958,2397	0,05014	19,9427	391,9751	19,6551

Tabla 11 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0600	0,9434	1,00000	1,0000	1,06000	0,9434	0	0
2	1,1236	0,8900	0,48544	2,0600	0,54544	1,8334	0,8900	0,4854
3	1,1910	0,8396	0,31411	3,1836	0,37411	2,6730	2,5692	0,9612
4	1,2625	0,7921	0,22859	4,3746	0,28859	3,4651	4,9455	1,4272
5	1,3382	0,7473	0,17740	5,6371	0,23740	4,2124	7,9345	1,8836
6	1,4185	0,7050	0,14336	6,9753	0,20336	4,9173	11,4594	2,3304
7	1,5036	0,6651	0,11914	8,3938	0,17914	5,5824	15,4497	2,7676
8	1,5938	0,6274	0,10104	9,8975	0,16104	6,2098	19,8416	3,1952
9	1,6895	0,5919	0,08702	11,4913	0,14702	6,8017	24,5768	3,6133
10	1,7908	0,5584	0,07587	13,1808	0,13587	7,3601	29,6023	4,0220
11	1,8983	0,5268	0,06679	14,9716	0,12679	7,8869	34,8702	4,4213
12	2,0122	0,4970	0,05928	16,8699	0,11928	8,3838	40,3369	4,8113
13	2,1329	0,4688	0,05296	18,8821	0,11296	8,8527	45,9629	5,1920
14	2,2609	0,4423	0,04758	21,0151	0,10758	9,2950	51,7128	5,5635
15	2,3966	0,4173	0,04296	23,2760	0,10296	9,7122	57,5546	5,9260
16	2,5404	0,3936	0,03895	25,6725	0,09895	10,1059	63,4592	6,2794
17	2,6928	0,3714	0,03544	28,2129	0,09544	10,4773	69,4011	6,6240
18	2,8543	0,3503	0,03236	30,9057	0,09236	10,8276	75,3569	6,9597
19	3,0256	0,3305	0,02962	33,7600	0,08962	11,1581	81,3062	7,2867
20	3,2071	0,3118	0,02718	36,7856	0,08718	11,4699	87,2304	7,6051
21	3,3996	0,2942	0,02500	39,9927	0,08500	11,7641	93,1136	7,9151
22	3,6035	0,2775	0,02305	43,3923	0,08305	12,0416	98,9412	8,2166
23	3,8197	0,2618	0,02128	46,9958	0,08128	12,3034	104,7007	8,5099
24	4,0489	0,2470	0,01968	50,8156	0,07968	12,5504	110,3812	8,7951
25	4,2919	0,2330	0,01823	54,8645	0,07823	12,7834	115,9732	9,0722
26	4,5494	0,2198	0,01690	59,1564	0,07690	13,0032	121,4684	9,3414
27	4,8223	0,2074	0,01570	63,7058	0,07570	13,2105	126,8600	9,6029
28	5,1117	0,1956	0,01459	68,5281	0,07459	13,4062	132,1420	9,8568
29	5,4184	0,1846	0,01358	73,6398	0,07358	13,5907	137,3096	10,1032
30	5,7435	0,1741	0,01265	79,0582	0,07265	13,7648	142,3588	10,3422
31	6,0881	0,1643	0,01179	84,8017	0,07179	13,9291	147,2864	10,5740
32	6,4534	0,1550	0,01100	90,8898	0,07100	14,0840	152,0901	10,7988
33	6,8406	0,1462	0,01027	97,3432	0,07027	14,2302	156,7681	11,0166
34	7,2510	0,1379	0,00960	104,1838	0,06960	14,3681	161,3192	11,2276
35	7,6861	0,1301	0,00897	111,4348	0,06897	14,4982	165,7427	11,4319
40	10,2857	0,0972	0,00646	154,7620	0,06646	15,0463	185,9568	12,3590
45	13,7646	0,0727	0,00470	212,7435	0,06470	15,4558	203,1096	13,1413
50	18,4202	0,0543	0,00344	290,3359	0,06344	15,7619	217,4574	13,7964
55	24,6503	0,0406	0,00254	394,1720	0,06254	15,9905	229,3222	14,3411
60	32,9877	0,0303	0,00188	533,1282	0,06188	16,1614	239,0428	14,7909
65	44,1450	0,0227	0,00139	719,0829	0,06139	16,2891	246,9450	15,1601
70	59,0759	0,0169	0,00103	967,9322	0,06103	16,3845	253,3271	15,4613
75	79,0569	0,0126	0,00077	1300,9487	0,06077	16,4558	258,4527	15,7058
80	105,7960	0,0095	0,00057	1746,5999	0,06057	16,5091	262,5493	15,9033
85	141,5789	0,0071	0,00043	2342,9817	0,06043	16,5489	265,8096	16,0620
90	189,4645	0,0053	0,00032	3141,0752	0,06032	16,5787	268,3946	16,1891
95	253,5463	0,0039	0,00024	4209,1042	0,06024	16,6009	270,4375	16,2905
100	339,3021	0,0029	0,00018	5638,3681	0,06018	16,6175	272,0471	16,3711
105	454,0627	0,0022	0,00013	7551,0454	0,06013	16,6300	273,3119	16,4349
110	607,6384	0,0016	0,00010	10110,6392	0,06010	16,6392	274,3035	16,4853
115	813,1572	0,0012	0,00007	13535,9531	0,06007	16,6462	275,0791	16,5251
120	1088,1877	0,0009	0,00006	18119,7958	0,06006	16,6514	275,6846	16,5563

Tabla 12 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0700	0,9346	1,00000	1,0000	1,07000	0,9346	0	0
2	1,1449	0,8734	0,48309	2,0700	0,55309	1,8080	0,8734	0,4831
3	1,2250	0,8163	0,31105	3,2149	0,38105	2,6243	2,5060	0,9549
4	1,3108	0,7629	0,22523	4,4399	0,29523	3,3872	4,7947	1,4155
5	1,4026	0,7130	0,17389	5,7507	0,24389	4,1002	7,6467	1,8650
6	1,5007	0,6663	0,13980	7,1533	0,20980	4,7665	10,9784	2,3032
7	1,6058	0,6227	0,11555	8,6540	0,18555	5,3893	14,7149	2,7304
8	1,7182	0,5820	0,09747	10,2598	0,16747	5,9713	18,7889	3,1465
9	1,8385	0,5439	0,08349	11,9780	0,15349	6,5152	23,1404	3,5517
10	1,9672	0,5083	0,07238	13,8164	0,14238	7,0236	27,7156	3,9461
11	2,1049	0,4751	0,06336	15,7836	0,13336	7,4987	32,4665	4,3296
12	2,2522	0,4440	0,05590	17,8885	0,12590	7,9427	37,3506	4,7025
13	2,4098	0,4150	0,04965	20,1406	0,11965	8,3577	42,3302	5,0648
14	2,5785	0,3878	0,04434	22,5505	0,11434	8,7455	47,3718	5,4167
15	2,7590	0,3624	0,03979	25,1290	0,10979	9,1079	52,4461	5,7583
16	2,9522	0,3387	0,03586	27,8881	0,10586	9,4466	57,5271	6,0897
17	3,1588	0,3166	0,03243	30,8402	0,10243	9,7632	62,5923	6,4110
18	3,3799	0,2959	0,02941	33,9990	0,09941	10,0591	67,6219	6,7225
19	3,6165	0,2765	0,02675	37,3790	0,09675	10,3356	72,5991	7,0242
20	3,8697	0,2584	0,02439	40,9955	0,09439	10,5940	77,5091	7,3163
21	4,1406	0,2415	0,02229	44,8652	0,09229	10,8355	82,3393	7,5990
22	4,4304	0,2257	0,02041	49,0057	0,09041	11,0612	87,0793	7,8725
23	4,7405	0,2109	0,01871	53,4361	0,08871	11,2722	91,7201	8,1369
24	5,0724	0,1971	0,01719	58,1767	0,08719	11,4693	96,2545	8,3923
25	5,4274	0,1842	0,01581	63,2490	0,08581	11,6536	100,6765	8,6391
26	5,8074	0,1722	0,01456	68,6765	0,08456	11,8258	104,9814	8,8773
27	6,2139	0,1609	0,01343	74,4838	0,08343	11,9867	109,1656	9,1072
28	6,6488	0,1504	0,01239	80,6977	0,08239	12,1371	113,2264	9,3289
29	7,1143	0,1406	0,01145	87,3465	0,08145	12,2777	117,1622	9,5427
30	7,6123	0,1314	0,01059	94,4608	0,08059	12,4090	120,9718	9,7487
31	8,1451	0,1228	0,00980	102,0730	0,07980	12,5318	124,6550	9,9471
32	8,7153	0,1147	0,00907	110,2182	0,07907	12,6466	128,2120	10,1381
33	9,3253	0,1072	0,00841	118,9334	0,07841	12,7538	131,6435	10,3219
34	9,9781	0,1002	0,00780	128,2588	0,07780	12,8540	134,9507	10,4987
35	10,6766	0,0937	0,00723	138,2369	0,07723	12,9477	138,1353	10,6687
40	14,9745	0,0668	0,00501	199,6351	0,07501	13,3317	152,2928	11,4233
45	21,0025	0,0476	0,00350	285,7493	0,07350	13,6055	163,7559	12,0360
50	29,4570	0,0339	0,00246	406,5289	0,07246	13,8007	172,9051	12,5287
55	41,3150	0,0242	0,00174	575,9286	0,07174	13,9399	180,1243	12,9215
60	57,9464	0,0173	0,00123	813,5204	0,07123	14,0392	185,7677	13,2321
65	81,2729	0,0123	0,00087	1146,7552	0,07087	14,1099	190,1452	13,4760
70	113,9894	0,0088	0,00062	1614,1342	0,07062	14,1604	193,5185	13,6662
75	159,8760	0,0063	0,00044	2269,6574	0,07044	14,1964	196,1035	13,8136
80	224,2344	0,0045	0,00031	3189,0627	0,07031	14,2220	198,0748	13,9273
85	314,5003	0,0032	0,00022	4478,5761	0,07022	14,2403	199,5717	14,0146
90	441,1030	0,0023	0,00016	6287,1854	0,07016	14,2533	200,7042	14,0812
95	618,6697	0,0016	0,00011	8823,8535	0,07011	14,2626	201,5581	14,1319
100	867,7163	0,0012	0,00008	12381,6618	0,07008	14,2693	202,2001	14,1703
105	1217,0170	0,0008	0,00006	17371,6719	0,07006	14,2740	202,6814	14,1994
110	1706,9293	0,0006	0,00004	24370,4193	0,07004	14,2773	203,0415	14,2212
115	2394,0567	0,0004	0,00003	34186,5244	0,07003	14,2797	203,3102	14,2377
120	3357,7884	0,0003	0,00002	47954,1198	0,07002	14,2815	203,5103	14,2500

8 %

Tabla 13 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0800	0,9259	1,00000	1,0000	1,08000	0,9259	0	0
2	1,1664	0,8573	0,48077	2,0800	0,56077	1,7833	0,8573	0,4808
3	1,2597	0,7938	0,30803	3,2464	0,38803	2,5771	2,4450	0,9487
4	1,3605	0,7350	0,22192	4,5061	0,30192	3,3121	4,6501	1,4040
5	1,4693	0,6806	0,17046	5,8666	0,25046	3,9927	7,3724	1,8465
6	1,5869	0,6302	0,13632	7,3359	0,21632	4,6229	10,5233	2,2763
7	1,7138	0,5835	0,11207	8,9228	0,19207	5,2064	14,0242	2,6937
8	1,8509	0,5403	0,09401	10,6366	0,17401	5,7466	17,8061	3,0985
9	1,9990	0,5002	0,08008	12,4876	0,16008	6,2469	21,8081	3,4910
10	2,1589	0,4632	0,06903	14,4866	0,14903	6,7101	25,9768	3,8713
11	2,3316	0,4289	0,06008	16,6455	0,14008	7,1390	30,2657	4,2395
12	2,5182	0,3971	0,05270	18,9771	0,13270	7,5361	34,6339	4,5957
13	2,7196	0,3677	0,04652	21,4953	0,12652	7,9038	39,0463	4,9402
14	2,9372	0,3405	0,04130	24,2149	0,12130	8,2442	43,4723	5,2731
15	3,1722	0,3152	0,03683	27,1521	0,11683	8,5595	47,8857	5,5945
16	3,4259	0,2919	0,03298	30,3243	0,11298	8,8514	52,2640	5,9046
17	3,7000	0,2703	0,02963	33,7502	0,10963	9,1216	56,5883	6,2037
18	3,9960	0,2502	0,02670	37,4502	0,10670	9,3719	60,8426	6,4920
19	4,3157	0,2317	0,02413	41,4463	0,10413	9,6036	65,0134	6,7697
20	4,6610	0,2145	0,02185	45,7620	0,10185	9,8181	69,0898	7,0369
21	5,0338	0,1987	0,01983	50,4229	0,09983	10,0168	73,0629	7,2940
22	5,4365	0,1839	0,01803	55,4568	0,09803	10,2007	76,9257	7,5412
23	5,8715	0,1703	0,01642	60,8933	0,09642	10,3711	80,6726	7,7786
24	6,3412	0,1577	0,01498	66,7648	0,09498	10,5288	84,2997	8,0066
25	6,8485	0,1460	0,01368	73,1059	0,09368	10,6748	87,8041	8,2254
26	7,3964	0,1352	0,01251	79,9544	0,09251	10,8100	91,1842	8,4352
27	7,9881	0,1252	0,01145	87,3508	0,09145	10,9352	94,4390	8,6363
28	8,6271	0,1159	0,01049	95,3388	0,09049	11,0511	97,5687	8,8289
29	9,3173	0,1073	0,00962	103,9659	0,08962	11,1584	100,5738	9,0133
30	10,0627	0,0994	0,00883	113,2832	0,08883	11,2578	103,4558	9,1897
31	10,8677	0,0920	0,00811	123,3459	0,08811	11,3498	106,2163	9,3584
32	11,7371	0,0852	0,00745	134,2135	0,08745	11,4350	108,8575	9,5197
33	12,6760	0,0789	0,00685	145,9506	0,08685	11,5139	111,3819	9,6737
34	13,6901	0,0730	0,00630	158,6267	0,08630	11,5869	113,7924	9,8208
35	14,7853	0,0676	0,00580	172,3168	0,08580	11,6546	116,0920	9,9611
40	21,7245	0,0460	0,00386	259,0565	0,08386	11,9246	126,0422	10,5699
45	31,9204	0,0313	0,00259	386,5056	0,08259	12,1084	133,7331	11,0447
50	46,9016	0,0213	0,00174	573,7702	0,08174	12,2335	139,5928	11,4107
55	68,9139	0,0145	0,00118	848,9232	0,08118	12,3186	144,0065	11,6902
60	101,2571	0,0099	0,00080	1253,2133	0,08080	12,3766	147,3000	11,9015
65	148,7798	0,0067	0,00054	1847,2481	0,08054	12,4160	149,7387	12,0602
70	218,6064	0,0046	0,00037	2720,0801	0,08037	12,4428	151,5326	12,1783
75	321,2045	0,0031	0,00025	4002,5566	0,08025	12,4611	152,8448	12,2658
80	471,9548	0,0021	0,00017	5886,9354	0,08017	12,4735	153,8001	12,3301
85	693,4565	0,0014	0,00012	8655,7061	0,08012	12,4820	154,4925	12,3772
90	1018,9151	0,0010	0,00008	12723,9386	0,08008	12,4877	154,9925	12,4116
95	1497,1205	0,0007	0,00005	18701,5069	0,08005	12,4917	155,3524	12,4365
100	2199,7613	0,0005	0,00004	27484,5157	0,08004	12,4943	155,6107	12,4545
105	3232,1710	0,0003	0,00002	40389,6372	0,08002	12,4961	155,7956	12,4675
110	4749,1196	0,0002	0,00002	59351,4946	0,08002	12,4974	155,9276	12,4768
115	6978,0147	0,0001	0,00001	87212,6839	0,08001	12,4982	156,0216	12,4835
120	10252,9929	0,0001	0,00001	128149,9118	0,08001	12,4988	156,0885	12,4883

Tabla 14 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,0900	0,9174	1,00000	1,0000	1,09000	0,9174	0	0
2	1,1881	0,8417	0,47847	2,0900	0,56847	1,7591	0,8417	0,4785
3	1,2950	0,7722	0,30505	3,2781	0,39505	2,5313	2,3860	0,9426
4	1,4116	0,7084	0,21867	4,5731	0,30867	3,2397	4,5113	1,3925
5	1,5386	0,6499	0,16709	5,9847	0,25709	3,8897	7,1110	1,8282
6	1,6771	0,5963	0,13292	7,5233	0,22292	4,4859	10,0924	2,2498
7	1,8280	0,5470	0,10869	9,2004	0,19869	5,0330	13,3746	2,6574
8	1,9926	0,5019	0,09067	11,0285	0,18067	5,5348	16,8877	3,0512
9	2,1719	0,4604	0,07680	13,0210	0,16680	5,9952	20,5711	3,4312
10	2,3674	0,4224	0,06582	15,1929	0,15582	6,4177	24,3728	3,7978
11	2,5804	0,3875	0,05695	17,5603	0,14695	6,8052	28,2481	4,1510
12	2,8127	0,3555	0,04965	20,1407	0,13965	7,1607	32,1590	4,4910
13	3,0658	0,3262	0,04357	22,9534	0,13357	7,4869	36,0731	4,8182
14	3,3417	0,2992	0,03843	26,0192	0,12843	7,7862	39,9633	5,1326
15	3,6425	0,2745	0,03406	29,3609	0,12406	8,0607	43,8069	5,4346
16	3,9703	0,2519	0,03030	33,0034	0,12030	8,3126	47,5849	5,7245
17	4,3276	0,2311	0,02705	36,9737	0,11705	8,5436	51,2821	6,0024
18	4,7171	0,2120	0,02421	41,3013	0,11421	8,7556	54,8860	6,2687
19	5,1417	0,1945	0,02173	46,0185	0,11173	8,9501	58,3868	6,5236
20	5,6044	0,1784	0,01955	51,1601	0,10955	9,1285	61,7770	6,7674
21	6,1088	0,1637	0,01762	56,7645	0,10762	9,2922	65,0509	7,0006
22	6,6586	0,1502	0,01590	62,8733	0,10590	9,4424	68,2048	7,2232
23	7,2579	0,1378	0,01438	69,5319	0,10438	9,5802	71,2359	7,4357
24	7,9111	0,1264	0,01302	76,7898	0,10302	9,7066	74,1433	7,6384
25	8,6231	0,1160	0,01181	84,7009	0,10181	9,8226	76,9265	7,8316
26	9,3992	0,1064	0,01072	93,3240	0,10072	9,9290	79,5863	8,0156
27	10,2451	0,0976	0,00973	102,7231	0,09973	10,0266	82,1241	8,1906
28	11,1671	0,0895	0,00885	112,9682	0,09885	10,1161	84,5419	8,3571
29	12,1722	0,0822	0,00806	124,1354	0,09806	10,1983	86,8422	8,5154
30	13,2677	0,0754	0,00734	136,3075	0,09734	10,2737	89,0280	8,6657
31	14,4618	0,0691	0,00669	149,5752	0,09669	10,3428	91,1024	8,8083
32	15,7633	0,0634	0,00610	164,0370	0,09610	10,4062	93,0690	8,9436
33	17,1820	0,0582	0,00556	179,8003	0,09556	10,4644	94,9314	9,0718
34	18,7284	0,0534	0,00508	196,9823	0,09508	10,5178	96,6935	9,1933
35	20,4140	0,0490	0,00464	215,7108	0,09464	10,5668	98,3590	9,3083
40	31,4094	0,0318	0,00296	337,8824	0,09296	10,7574	105,3762	9,7957
45	48,3273	0,0207	0,00190	525,8587	0,09190	10,8812	110,5561	10,1603
50	74,3575	0,0134	0,00123	815,0836	0,09123	10,9617	114,3251	10,4295
55	114,4083	0,0087	0,00079	1260,0918	0,09079	11,0140	117,0362	10,6261
60	176,0313	0,0057	0,00051	1944,7921	0,09051	11,0480	118,9683	10,7683
65	270,8460	0,0037	0,00033	2998,2885	0,09033	11,0701	120,3344	10,8702
70	416,7301	0,0024	0,00022	4619,2232	0,09022	11,0844	121,2942	10,9427
75	641,1909	0,0016	0,00014	7113,2321	0,09014	11,0938	121,9646	10,9940
80	986,5517	0,0010	0,00009	10950,5741	0,09009	11,0998	122,4306	11,0299
85	1517,9320	0,0007	0,00006	16854,8003	0,09006	11,1038	122,7533	11,0551
90	2335,5266	0,0004	0,00004	25939,1842	0,09004	11,1064	122,9758	11,0726
95	3593,4971	0,0003	0,00003	39916,6350	0,09003	11,1080	123,1287	11,0847
100	5529,0408	0,0002	0,00002	61422,6755	0,09002	11,1091	123,2335	11,0930
105	8507,1146	0,0001	0,00001	94512,3846	0,09001	11,1098	123,3051	11,0988
110	13089,2503	0,0001	0,00001	145425,0036	0,09001	11,1103	123,3540	11,1027
115	20139,4341	0,0000	0,00000	223760,3789	0,09000	11,1106	123,3872	11,1054
120	30987,0157	0,0000	0,00000	344289,0639	0,09000	11,1108	123,4098	11,1072

Tabla 15 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1000	0,9091	1,00000	1,0000	1,10000	0,9091	0	0
2	1,2100	0,8264	0,47619	2,1000	0,57619	1,7355	0,8264	0,4762
3	1,3310	0,7513	0,30211	3,3100	0,40211	2,4869	2,3291	0,9366
4	1,4641	0,6830	0,21547	4,6410	0,31547	3,1699	4,3781	1,3812
5	1,6105	0,6209	0,16380	6,1051	0,26380	3,7908	6,8618	1,8101
6	1,7716	0,5645	0,12961	7,7156	0,22961	4,3553	9,6842	2,2236
7	1,9487	0,5132	0,10541	9,4872	0,20541	4,8684	12,7631	2,6216
8	2,1436	0,4665	0,08744	11,4359	0,18744	5,3349	16,0287	3,0045
9	2,3579	0,4241	0,07364	13,5795	0,17364	5,7590	19,4215	3,3724
10	2,5937	0,3855	0,06275	15,9374	0,16275	6,1446	22,8913	3,7255
11	2,8531	0,3505	0,05396	18,5312	0,15396	6,4951	26,3963	4,0641
12	3,1384	0,3186	0,04676	21,3843	0,14676	6,8137	29,9012	4,3884
13	3,4523	0,2897	0,04078	24,5227	0,14078	7,1034	33,3772	4,6988
14	3,7975	0,2633	0,03575	27,9750	0,13575	7,3667	36,8005	4,9955
15	4,1772	0,2394	0,03147	31,7725	0,13147	7,6061	40,1520	5,2789
16	4,5950	0,2176	0,02782	35,9497	0,12782	7,8237	43,4164	5,5493
17	5,0545	0,1978	0,02466	40,5447	0,12466	8,0216	46,5819	5,8071
18	5,5599	0,1799	0,02193	45,5992	0,12193	8,2014	49,6395	6,0526
19	6,1159	0,1635	0,01955	51,1591	0,11955	8,3649	52,5827	6,2861
20	6,7275	0,1486	0,01746	57,2750	0,11746	8,5136	55,4069	6,5081
21	7,4002	0,1351	0,01562	64,0025	0,11562	8,6487	58,1095	6,7189
22	8,1403	0,1228	0,01401	71,4027	0,11401	8,7715	60,6893	6,9189
23	8,9543	0,1117	0,01257	79,5430	0,11257	8,8832	63,1462	7,1085
24	9,8497	0,1015	0,01130	88,4973	0,11130	8,9847	65,4813	7,2881
25	10,8347	0,0923	0,01017	98,3471	0,11017	9,0770	67,6964	7,4580
26	11,9182	0,0839	0,00916	109,1818	0,10916	9,1609	69,7940	7,6186
27	13,1100	0,0763	0,00826	121,0999	0,10826	9,2372	71,7773	7,7704
28	14,4210	0,0693	0,00745	134,2099	0,10745	9,3066	73,6495	7,9137
29	15,8631	0,0630	0,00673	148,6309	0,10673	9,3696	75,4146	8,0489
30	17,4494	0,0573	0,00608	164,4940	0,10608	9,4269	77,0766	8,1762
31	19,1943	0,0521	0,00550	181,9434	0,10550	9,4790	78,6395	8,2962
32	21,1138	0,0474	0,00497	201,1378	0,10497	9,5264	80,1078	8,4091
33	23,2252	0,0431	0,00450	222,2515	0,10450	9,5694	81,4856	8,5152
34	25,5477	0,0391	0,00407	245,4767	0,10407	9,6086	82,7773	8,6149
35	28,1024	0,0356	0,00369	271,0244	0,10369	9,6442	83,9872	8,7086
40	45,2593	0,0221	0,00226	442,5926	0,10226	9,7791	88,9525	9,0962
45	72,8905	0,0137	0,00139	718,9048	0,10139	9,8628	92,4544	9,3740
50	117,3909	0,0085	0,00086	1163,9085	0,10086	9,9148	94,8889	9,5704
55	189,0591	0,0053	0,00053	1880,5914	0,10053	9,9471	96,5619	9,7075
60	304,4816	0,0033	0,00033	3034,8164	0,10033	9,9672	97,7010	9,8023
65	490,3707	0,0020	0,00020	4893,7073	0,10020	9,9796	98,4705	9,8672
70	789,7470	0,0013	0,00013	7887,4696	0,10013	9,9873	98,9870	9,9113
75	1271,8954	0,0008	0,00008	12708,9537	0,10008	9,9921	99,3317	9,9410
80	2048,4002	0,0005	0,00005	20474,0021	0,10005	9,9951	99,5606	9,9609
85	3298,9690	0,0003	0,00003	32979,6903	0,10003	9,9970	99,7120	9,9742
90	5313,0226	0,0002	0,00002	53120,2261	0,10002	9,9981	99,8118	9,9831
95	8556,6760	0,0001	0,00001	85556,7605	0,10001	9,9988	99,8773	9,9889
100	13780,6123	0,0001	0,00001	137796,1234	0,10001	9,9993	99,9202	9,9927
105	22193,8140	0,0000	0,00000	221928,1398	0,10000	9,9995	99,9482	9,9953
110	35743,3594	0,0000	0,00000	357423,5935	0,10000	9,9997	99,9664	9,9969
115	57565,0377	0,0000	0,00000	575640,3767	0,10000	9,9998	99,9783	9,9980
120	92709,0688	0,0000	0,00000	927080,6882	0,10000	9,9999	99,9860	9,9987

Tabla 16 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1100	0,9009	1,00000	1,0000	1,11000	0,9009	0	0
2	1,2321	0,8116	0,47393	2,1100	0,58393	1,7125	0,8116	0,4739
3	1,3676	0,7312	0,29921	3,3421	0,40921	2,4437	2,2740	0,9306
4	1,5181	0,6587	0,21233	4,7097	0,32233	3,1024	4,2502	1,3700
5	1,6851	0,5935	0,16057	6,2278	0,27057	3,6959	6,6240	1,7923
6	1,8704	0,5346	0,12638	7,9129	0,23638	4,2305	9,2972	2,1976
7	2,0762	0,4817	0,10222	9,7833	0,21222	4,7122	12,1872	2,5863
8	2,3045	0,4339	0,08432	11,8594	0,19432	5,1461	15,2246	2,9585
9	2,5580	0,3909	0,07060	14,1640	0,18060	5,5370	18,3520	3,3144
10	2,8394	0,3522	0,05980	16,7220	0,16980	5,8892	21,5217	3,6544
11	3,1518	0,3173	0,05112	19,5614	0,16112	6,2065	24,6945	3,9788
12	3,4985	0,2858	0,04403	22,7132	0,15403	6,4924	27,8388	4,2879
13	3,8833	0,2575	0,03815	26,2116	0,14815	6,7499	30,9290	4,5822
14	4,3104	0,2320	0,03323	30,0949	0,14323	6,9819	33,9449	4,8619
15	4,7846	0,2090	0,02907	34,4054	0,13907	7,1909	36,8709	5,1275
16	5,3109	0,1883	0,02552	39,1899	0,13552	7,3792	39,6953	5,3794
17	5,8951	0,1696	0,02247	44,5008	0,13247	7,5488	42,4095	5,6180
18	6,5436	0,1528	0,01984	50,3959	0,12984	7,7016	45,0074	5,8439
19	7,2633	0,1377	0,01756	56,9395	0,12756	7,8393	47,4856	6,0574
20	8,0623	0,1240	0,01558	64,2028	0,12558	7,9633	49,8423	6,2590
21	8,9492	0,1117	0,01384	72,2651	0,12384	8,0751	52,0771	6,4491
22	9,9336	0,1007	0,01231	81,2143	0,12231	8,1757	54,1912	6,6283
23	11,0263	0,0907	0,01097	91,1479	0,12097	8,2664	56,1864	6,7969
24	12,2392	0,0817	0,00979	102,1742	0,11979	8,3481	58,0656	6,9555
25	13,5855	0,0736	0,00874	114,4133	0,11874	8,4217	59,8322	7,1045
26	15,0799	0,0663	0,00781	127,9988	0,11781	8,4881	61,4900	7,2443
27	16,7386	0,0597	0,00699	143,0786	0,11699	8,5478	63,0433	7,3754
28	18,5799	0,0538	0,00626	159,8173	0,11626	8,6016	64,4965	7,4982
29	20,6237	0,0485	0,00561	178,3972	0,11561	8,6501	65,8542	7,6131
30	22,8923	0,0437	0,00502	199,0209	0,11502	8,6938	67,1210	7,7206
31	25,4104	0,0394	0,00451	221,9132	0,11451	8,7331	68,3016	7,8210
32	28,2056	0,0355	0,00404	247,3236	0,11404	8,7686	69,4007	7,9147
33	31,3082	0,0319	0,00363	275,5292	0,11363	8,8005	70,4228	8,0021
34	34,7521	0,0288	0,00326	306,8374	0,11326	8,8293	71,3724	8,0836
35	38,5749	0,0259	0,00293	341,5896	0,11293	8,8552	72,2538	8,1594
36	42,8181	0,0234	0,00263	380,1644	0,11263	8,8786	73,0712	8,2300
37	47,5281	0,0210	0,00236	422,9825	0,11236	8,8996	73,8286	8,2957
38	52,7562	0,0190	0,00213	470,5106	0,11213	8,9186	74,5300	8,3567
39	58,5593	0,0171	0,00191	523,2667	0,11191	8,9357	75,1789	8,4133
40	65,0009	0,0154	0,00172	581,8261	0,11172	8,9511	75,7789	8,4659
41	72,1510	0,0139	0,00155	646,8269	0,11155	8,9649	76,3333	8,5147
42	80,0876	0,0125	0,00139	718,9779	0,11139	8,9774	76,8452	8,5599
43	88,8972	0,0112	0,00125	799,0655	0,11125	8,9886	77,3176	8,6017
44	98,6759	0,0101	0,00113	887,9627	0,11113	8,9988	77,7534	8,6404
45	109,5302	0,0091	0,00101	986,6386	0,11101	9,0079	78,1551	8,6763
50	184,5648	0,0054	0,00060	1668,7712	0,11060	9,0417	79,7341	8,8185
55	311,0025	0,0032	0,00035	2818,2042	0,11035	9,0617	80,7712	8,9135
60	524,0572	0,0019	0,00021	4755,0658	0,11021	9,0736	81,4461	8,9762
65	883,0669	0,0011	0,00012	8018,7903	0,11012	9,0806	81,8819	9,0172
70	1488,0191	0,0007	0,00007	13518,3557	0,11007	9,0848	82,1614	9,0438
75	2507,3988	0,0004	0,00004	22785,4434	0,11004	9,0873	82,3397	9,0610
80	4225,1128	0,0002	0,00003	38401,0250	0,11003	9,0888	82,4529	9,0720

Tabla 17 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1200	0,8929	1,00000	1,0000	1,12000	0,8929	0	0
2	1,2544	0,7972	0,47170	2,1200	0,59170	1,6901	0,7972	0,4717
3	1,4049	0,7118	0,29635	3,3744	0,41635	2,4018	2,2208	0,9246
4	1,5735	0,6355	0,20923	4,7793	0,32923	3,0373	4,1273	1,3589
5	1,7623	0,5674	0,15741	6,3528	0,27741	3,6048	6,3970	1,7746
6	1,9738	0,5066	0,12323	8,1152	0,24323	4,1114	8,9302	2,1720
7	2,2107	0,4523	0,09912	10,0890	0,21912	4,5638	11,6443	2,5515
8	2,4760	0,4039	0,08130	12,2997	0,20130	4,9676	14,4714	2,9131
9	2,7731	0,3606	0,06768	14,7757	0,18768	5,3282	17,3563	3,2574
10	3,1058	0,3220	0,05698	17,5487	0,17698	5,6502	20,2541	3,5847
11	3,4785	0,2875	0,04842	20,6546	0,16842	5,9377	23,1288	3,8953
12	3,8960	0,2567	0,04144	24,1331	0,16144	6,1944	25,9523	4,1897
13	4,3635	0,2292	0,03568	28,0291	0,15568	6,4235	28,7024	4,4683
14	4,8871	0,2046	0,03087	32,3926	0,15087	6,6282	31,3624	4,7317
15	5,4736	0,1827	0,02682	37,2797	0,14682	6,8109	33,9202	4,9803
16	6,1304	0,1631	0,02339	42,7533	0,14339	6,9740	36,3670	5,2147
17	6,8660	0,1456	0,02046	48,8837	0,14046	7,1196	38,6973	5,4353
18	7,6900	0,1300	0,01794	55,7497	0,13794	7,2497	40,9080	5,6427
19	8,6128	0,1161	0,01576	63,4397	0,13576	7,3658	42,9979	5,8375
20	9,6463	0,1037	0,01388	72,0524	0,13388	7,4694	44,9676	6,0202
21	10,8038	0,0926	0,01224	81,6987	0,13224	7,5620	46,8188	6,1913
22	12,1003	0,0826	0,01081	92,5026	0,13081	7,6446	48,5543	6,3514
23	13,5523	0,0738	0,00956	104,6029	0,12956	7,7184	50,1776	6,5010
24	15,1786	0,0659	0,00846	118,1552	0,12846	7,7843	51,6929	6,6406
25	17,0001	0,0588	0,00750	133,3339	0,12750	7,8431	53,1046	6,7708
26	19,0401	0,0525	0,00665	150,3339	0,12665	7,8957	54,4177	6,8921
27	21,3249	0,0469	0,00590	169,3740	0,12590	7,9426	55,6369	7,0049
28	23,8839	0,0419	0,00524	190,6989	0,12524	7,9844	56,7674	7,1098
29	26,7499	0,0374	0,00466	214,5828	0,12466	8,0218	57,8141	7,2071
30	29,9599	0,0334	0,00414	241,3327	0,12414	8,0552	58,7821	7,2974
31	33,5551	0,0298	0,00369	271,2926	0,12369	8,0850	59,6761	7,3811
32	37,5817	0,0266	0,00328	304,8477	0,12328	8,1116	60,5010	7,4586
33	42,0915	0,0238	0,00292	342,4294	0,12292	8,1354	61,2612	7,5302
34	47,1425	0,0212	0,00260	384,5210	0,12260	8,1566	61,9612	7,5965
35	52,7996	0,0189	0,00232	431,6635	0,12232	8,1755	62,6052	7,6577
36	59,1356	0,0169	0,00206	484,4631	0,12206	8,1924	63,1970	7,7141
37	66,2318	0,0151	0,00184	543,5987	0,12184	8,2075	63,7406	7,7661
38	74,1797	0,0135	0,00164	609,8305	0,12164	8,2210	64,2394	7,8141
39	83,0812	0,0120	0,00146	684,0102	0,12146	8,2330	64,6967	7,8582
40	93,0510	0,0107	0,00130	767,0914	0,12130	8,2438	65,1159	7,8988
41	104,2171	0,0096	0,00116	860,1424	0,12116	8,2534	65,4997	7,9361
42	116,7231	0,0086	0,00104	964,3595	0,12104	8,2619	65,8509	7,9704
43	130,7299	0,0076	0,00092	1081,0826	0,12092	8,2696	66,1722	8,0019
44	146,4175	0,0068	0,00083	1211,8125	0,12083	8,2764	66,4659	8,0308
45	163,9876	0,0061	0,00074	1358,2300	0,12074	8,2825	66,7342	8,0572
50	289,0022	0,0035	0,00042	2400,0182	0,12042	8,3045	67,7624	8,1597
55	509,3206	0,0020	0,00024	4236,0050	0,12024	8,3170	68,4082	8,2251
60	897,5969	0,0011	0,00013	7471,6411	0,12013	8,3240	68,8100	8,2664
65	1581,8725	0,0006	0,00008	13173,9374	0,12008	8,3281	69,0581	8,2922
70	2787,7998	0,0004	0,00004	23223,3319	0,12004	8,3303	69,2103	8,3082
75	4913,0558	0,0002	0,00002	40933,7987	0,12002	8,3316	69,3031	8,3181
80	8658,4831	0,0001	0,00001	72145,6925	0,12001	8,3324	69,3594	8,3241

Tabla 18 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1400	0,8772	1,00000	1,0000	1,14000	0,8772	0	0
2	1,2996	0,7695	0,46729	2,1400	0,60729	1,6467	0,7695	0,4673
3	1,4815	0,6750	0,29073	3,4396	0,43073	2,3216	2,1194	0,9129
4	1,6890	0,5921	0,20320	4,9211	0,34320	2,9137	3,8957	1,3370
5	1,9254	0,5194	0,15128	6,6101	0,29128	3,4331	5,9731	1,7399
6	2,1950	0,4556	0,11716	8,5355	0,25716	3,8887	8,2511	2,1218
7	2,5023	0,3996	0,09319	10,7305	0,23319	4,2883	10,6489	2,4832
8	2,8526	0,3506	0,07557	13,2328	0,21557	4,6389	13,1028	2,8246
9	3,2519	0,3075	0,06217	16,0853	0,20217	4,9464	15,5629	3,1463
10	3,7072	0,2697	0,05171	19,3373	0,19171	5,2161	17,9906	3,4490
11	4,2262	0,2366	0,04339	23,0445	0,18339	5,4527	20,3567	3,7333
12	4,8179	0,2076	0,03667	27,2707	0,17667	5,6603	22,6399	3,9998
13	5,4924	0,1821	0,03116	32,0887	0,17116	5,8424	24,8247	4,2491
14	6,2613	0,1597	0,02661	37,5811	0,16661	6,0021	26,9009	4,4819
15	7,1379	0,1401	0,02281	43,8424	0,16281	6,1422	28,8623	4,6990
16	8,1372	0,1229	0,01962	50,9804	0,15962	6,2651	30,7057	4,9011
17	9,2765	0,1078	0,01692	59,1176	0,15692	6,3729	32,4305	5,0888
18	10,5752	0,0946	0,01462	68,3941	0,15462	6,4674	34,0380	5,2630
19	12,0557	0,0829	0,01266	78,9692	0,15266	6,5504	35,5311	5,4243
20	13,7435	0,0728	0,01099	91,0249	0,15099	6,6231	36,9135	5,5734
21	15,6676	0,0638	0,00954	104,7684	0,14954	6,6870	38,1901	5,7111
22	17,8610	0,0560	0,00830	120,4360	0,14830	6,7429	39,3658	5,8381
23	20,3616	0,0491	0,00723	138,2970	0,14723	6,7921	40,4463	5,9549
24	23,2122	0,0431	0,00630	158,6586	0,14630	6,8351	41,4371	6,0624
25	26,4619	0,0378	0,00550	181,8708	0,14550	6,8729	42,3441	6,1610
26	30,1666	0,0331	0,00480	208,3327	0,14480	6,9061	43,1728	6,2514
27	34,3899	0,0291	0,00419	238,4993	0,14419	6,9352	43,9289	6,3342
28	39,2045	0,0255	0,00366	272,8892	0,14366	6,9607	44,6176	6,4100
29	44,6931	0,0224	0,00320	312,0937	0,14320	6,9830	45,2441	6,4791
30	50,9502	0,0196	0,00280	356,7868	0,14280	7,0027	45,8132	6,5423
31	58,0832	0,0172	0,00245	407,7370	0,14245	7,0199	46,3297	6,5998
32	66,2148	0,0151	0,00215	465,8202	0,14215	7,0350	46,7979	6,6522
33	75,4849	0,0132	0,00188	532,0350	0,14188	7,0482	47,2218	6,6998
34	86,0528	0,0116	0,00165	607,5199	0,14165	7,0599	47,6053	6,7431
35	98,1002	0,0102	0,00144	693,5727	0,14144	7,0700	47,9519	6,7824
36	111,8342	0,0089	0,00126	791,6729	0,14126	7,0790	48,2649	6,8180
37	127,4910	0,0078	0,00111	903,5071	0,14111	7,0868	48,5472	6,8503
38	145,3397	0,0069	0,00097	1030,9981	0,14097	7,0937	48,8018	6,8796
39	165,6873	0,0060	0,00085	1176,3378	0,14085	7,0997	49,0312	6,9060
40	188,8835	0,0053	0,00075	1342,0251	0,14075	7,1050	49,2376	6,9300
41	215,3272	0,0046	0,00065	1530,9086	0,14065	7,1097	49,4234	6,9516
42	245,4730	0,0041	0,00057	1746,2358	0,14057	7,1138	49,5904	6,9711
43	279,8392	0,0036	0,00050	1991,7088	0,14050	7,1173	49,7405	6,9886
44	319,0167	0,0031	0,00044	2271,5481	0,14044	7,1205	49,8753	7,0045
45	363,6791	0,0027	0,00039	2590,5648	0,14039	7,1232	49,9963	7,0188
50	700,2330	0,0014	0,00020	4994,5213	0,14020	7,1327	50,4375	7,0714
55	1348,2388	0,0007	0,00010	9623,1343	0,14010	7,1376	50,6912	7,1020
60	2595,9187	0,0004	0,00005	18535,1333	0,14005	7,1401	50,8357	7,1197
65	4998,2196	0,0002	0,00003	35694,4260	0,14003	7,1414	50,9173	7,1298
70	9623,6450	0,0001	0,00001	68733,1785	0,14001	7,1421	50,9632	7,1356
75	18529,5064	0,0001	0,00001	132346,4742	0,14001	7,1425	50,9887	7,1388
80	35676,9818	0,0000	0,00000	254828,4415	0,14000	7,1427	51,0030	7,1406

Tabla 19 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1500	0,8696	1,00000	1,0000	1,15000	0,8696	-4,29072E-15	0
2	1,3225	0,7561	0,46512	2,1500	0,61512	1,6257	0,7561	0,4651
3	1,5209	0,6575	0,28798	3,4725	0,43798	2,2832	2,0712	0,9071
4	1,7490	0,5718	0,20027	4,9934	0,35027	2,8550	3,7864	1,3263
5	2,0114	0,4972	0,14832	6,7424	0,29832	3,3522	5,7751	1,7228
6	2,3131	0,4323	0,11424	8,7537	0,26424	3,7845	7,9368	2,0972
7	2,6600	0,3759	0,09036	11,0668	0,24036	4,1604	10,1924	2,4498
8	3,0590	0,3269	0,07285	13,7268	0,22285	4,4873	12,4807	2,7813
9	3,5179	0,2843	0,05957	16,7858	0,20957	4,7716	14,7548	3,0922
10	4,0456	0,2472	0,04925	20,3037	0,19925	5,0188	16,9795	3,3832
11	4,6524	0,2149	0,04107	24,3493	0,19107	5,2337	19,1289	3,6549
12	5,3503	0,1869	0,03448	29,0017	0,18448	5,4206	21,1849	3,9082
13	6,1528	0,1625	0,02911	34,3519	0,17911	5,5831	23,1352	4,1438
14	7,0757	0,1413	0,02469	40,5047	0,17469	5,7245	24,9725	4,3624
15	8,1371	0,1229	0,02102	47,5804	0,17102	5,8474	26,6930	4,5650
16	9,3576	0,1069	0,01795	55,7175	0,16795	5,9542	28,2960	4,7522
17	10,7613	0,0929	0,01537	65,0751	0,16537	6,0472	29,7828	4,9251
18	12,3755	0,0808	0,01319	75,8364	0,16319	6,1280	31,1565	5,0843
19	14,2318	0,0703	0,01134	88,2118	0,16134	6,1982	32,4213	5,2307
20	16,3665	0,0611	0,00976	102,4436	0,15976	6,2593	33,5822	5,3651
21	18,8215	0,0531	0,00842	118,8101	0,15842	6,3125	34,6448	5,4883
22	21,6447	0,0462	0,00727	137,6316	0,15727	6,3587	35,6150	5,6010
23	24,8915	0,0402	0,00628	159,2764	0,15628	6,3988	36,4988	5,7040
24	28,6252	0,0349	0,00543	184,1678	0,15543	6,4338	37,3023	5,7979
25	32,9190	0,0304	0,00470	212,7930	0,15470	6,4641	38,0314	5,8834
26	37,8568	0,0264	0,00407	245,7120	0,15407	6,4906	38,6918	5,9612
27	43,5353	0,0230	0,00353	283,5688	0,15353	6,5135	39,2890	6,0319
28	50,0656	0,0200	0,00306	327,1041	0,15306	6,5335	39,8283	6,0960
29	57,5755	0,0174	0,00265	377,1697	0,15265	6,5509	40,3146	6,1541
30	66,2118	0,0151	0,00230	434,7451	0,15230	6,5660	40,7526	6,2066
31	76,1435	0,0131	0,00200	500,9569	0,15200	6,5791	41,1466	6,2541
32	87,5651	0,0114	0,00173	577,1005	0,15173	6,5905	41,5006	6,2970
33	100,6998	0,0099	0,00150	664,6655	0,15150	6,6005	41,8184	6,3357
34	115,8048	0,0086	0,00131	765,3654	0,15131	6,6091	42,1033	6,3705
35	133,1755	0,0075	0,00113	881,1702	0,15113	6,6166	42,3586	6,4019
36	153,1519	0,0065	0,00099	1014,3457	0,15099	6,6231	42,5872	6,4301
37	176,1246	0,0057	0,00086	1167,4975	0,15086	6,6288	42,7916	6,4554
38	202,5433	0,0049	0,00074	1343,6222	0,15074	6,6338	42,9743	6,4781
39	232,9248	0,0043	0,00065	1546,1655	0,15065	6,6380	43,1374	6,4985
40	267,8635	0,0037	0,00056	1779,0903	0,15056	6,6418	43,2830	6,5168
41	308,0431	0,0032	0,00049	2046,9539	0,15049	6,6450	43,4128	6,5331
42	354,2495	0,0028	0,00042	2354,9969	0,15042	6,6478	43,5286	6,5478
43	407,3870	0,0025	0,00037	2709,2465	0,15037	6,6503	43,6317	6,5609
44	468,4950	0,0021	0,00032	3116,6334	0,15032	6,6524	43,7235	6,5725
45	538,7693	0,0019	0,00028	3585,1285	0,15028	6,6543	43,8051	6,5830
50	1083,6574	0,0009	0,00014	7217,7163	0,15014	6,6605	44,0958	6,6205
55	2179,6222	0,0005	0,00007	14524,1479	0,15007	6,6636	44,2558	6,6414
60	4383,9987	0,0002	0,00003	29219,9916	0,15003	6,6651	44,3431	6,6530
65	8817,7874	0,0001	0,00002	58778,5826	0,15002	6,6659	44,3903	6,6593
70	17735,7200	0,0001	0,00001	118231,4669	0,15001	6,6663	44,4156	6,6627
75	35672,8680	0,0000	0,00000	237812,4532	0,15000	6,6665	44,4292	6,6646
80	71750,8794	0,0000	0,00000	478332,5293	0,15000	6,6666	44,4364	6,6656

Tabla 20 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1600	0,8621	1,00000	1,0000	1,16000	0,8621	-3,73863E-15	0
2	1,3456	0,7432	0,46296	2,1600	0,62296	1,6052	0,7432	0,4630
3	1,5609	0,6407	0,28526	3,5056	0,44526	2,2459	2,0245	0,9014
4	1,8106	0,5523	0,19738	5,0665	0,35738	2,7982	3,6814	1,3156
5	2,1003	0,4761	0,14541	6,8771	0,30541	3,2743	5,5858	1,7060
6	2,4364	0,4104	0,11139	8,9775	0,27139	3,6847	7,6380	2,0729
7	2,8262	0,3538	0,08761	11,4139	0,24761	4,0386	9,7610	2,4169
8	3,2784	0,3050	0,07022	14,2401	0,23022	4,3436	11,8962	2,7388
9	3,8030	0,2630	0,05708	17,5185	0,21708	4,6065	13,9998	3,0391
10	4,4114	0,2267	0,04690	21,3215	0,20690	4,8332	16,0399	3,3187
11	5,1173	0,1954	0,03886	25,7329	0,19886	5,0286	17,9941	3,5783
12	5,9360	0,1685	0,03241	30,8502	0,19241	5,1971	19,8472	3,8189
13	6,8858	0,1452	0,02718	36,7862	0,18718	5,3423	21,5899	4,0413
14	7,9875	0,1252	0,02290	43,6720	0,18290	5,4675	23,2175	4,2464
15	9,2655	0,1079	0,01936	51,6595	0,17936	5,5755	24,7284	4,4352
16	10,7480	0,0930	0,01641	60,9250	0,17641	5,6685	26,1241	4,6086
17	12,4677	0,0802	0,01395	71,6730	0,17395	5,7487	27,4074	4,7676
18	14,4625	0,0691	0,01188	84,1407	0,17188	5,8178	28,5828	4,9130
19	16,7765	0,0596	0,01014	98,6032	0,17014	5,8775	29,6557	5,0457
20	19,4608	0,0514	0,00867	115,3797	0,16867	5,9288	30,6321	5,1666
21	22,5745	0,0443	0,00742	134,8405	0,16742	5,9731	31,5180	5,2766
22	26,1864	0,0382	0,00635	157,4150	0,16635	6,0113	32,3200	5,3765
23	30,3762	0,0329	0,00545	183,6014	0,16545	6,0442	33,0442	5,4671
24	35,2364	0,0284	0,00467	213,9776	0,16467	6,0726	33,6970	5,5490
25	40,8742	0,0245	0,00401	249,2140	0,16401	6,0971	34,2841	5,6230
26	47,4141	0,0211	0,00345	290,0883	0,16345	6,1182	34,8114	5,6898
27	55,0004	0,0182	0,00296	337,5024	0,16296	6,1364	35,2841	5,7500
28	63,8004	0,0157	0,00255	392,5028	0,16255	6,1520	35,7073	5,8041
29	74,0085	0,0135	0,00219	456,3032	0,16219	6,1656	36,0856	5,8528
30	85,8499	0,0116	0,00189	530,3117	0,16189	6,1772	36,4234	5,8964
31	99,5859	0,0100	0,00162	616,1616	0,16162	6,1872	36,7247	5,9356
32	115,5196	0,0087	0,00140	715,7475	0,16140	6,1959	36,9930	5,9706
33	134,0027	0,0075	0,00120	831,2671	0,16120	6,2034	37,2318	6,0019
34	155,4432	0,0064	0,00104	965,2698	0,16104	6,2098	37,4441	6,0299
35	180,3141	0,0055	0,00089	1120,7130	0,16089	6,2153	37,6327	6,0548
36	209,1643	0,0048	0,00077	1301,0270	0,16077	6,2201	37,8000	6,0771
37	242,6306	0,0041	0,00066	1510,1914	0,16066	6,2242	37,9484	6,0969
38	281,4515	0,0036	0,00057	1752,8220	0,16057	6,2278	38,0799	6,1145
39	326,4838	0,0031	0,00049	2034,2735	0,16049	6,2309	38,1963	6,1302
40	378,7212	0,0026	0,00042	2360,7572	0,16042	6,2335	38,2992	6,1441
41	439,3165	0,0023	0,00037	2739,4784	0,16037	6,2358	38,3903	6,1565
42	509,6072	0,0020	0,00031	3178,7949	0,16031	6,2377	38,4707	6,1674
43	591,1443	0,0017	0,00027	3688,4021	0,16027	6,2394	38,5418	6,1771
44	685,7274	0,0015	0,00023	4279,5465	0,16023	6,2409	38,6045	6,1857
45	795,4438	0,0013	0,00020	4965,2739	0,16020	6,2421	38,6598	6,1934
46	922,7148	0,0011	0,00017	5760,7177	0,16017	6,2432	38,7086	6,2001
47	1070,3492	0,0009	0,00015	6683,4326	0,16015	6,2442	38,7516	6,2060
48	1241,6051	0,0008	0,00013	7753,7818	0,16013	6,2450	38,7894	6,2113
49	1440,2619	0,0007	0,00011	8995,3869	0,16011	6,2457	38,8227	6,2160
50	1670,7038	0,0006	0,00010	10435,6488	0,16010	6,2463	38,8521	6,2201
55	3509,0488	0,0003	0,00005	21925,3050	0,16005	6,2482	38,9534	6,2343
60	7370,2014	0,0001	0,00002	46057,5085	0,16002	6,2492	39,0063	6,2419

Tabla 21 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,1800	0,8475	1,00000	1,0000	1,18000	0,8475	0	0
2	1,3924	0,7182	0,45872	2,1800	0,63872	1,5656	0,7182	0,4587
3	1,6430	0,6086	0,27992	3,5724	0,45992	2,1743	1,9354	0,8902
4	1,9388	0,5158	0,19174	5,2154	0,37174	2,6901	3,4828	1,2947
5	2,2878	0,4371	0,13978	7,1542	0,31978	3,1272	5,2312	1,6728
6	2,6996	0,3704	0,10591	9,4420	0,28591	3,4976	7,0834	2,0252
7	3,1855	0,3139	0,08236	12,1415	0,26236	3,8115	8,9670	2,3526
8	3,7589	0,2660	0,06524	15,3270	0,24524	4,0776	10,8292	2,6558
9	4,4355	0,2255	0,05239	19,0859	0,23239	4,3030	12,6329	2,9358
10	5,2338	0,1911	0,04251	23,5213	0,22251	4,4941	14,3525	3,1936
11	6,1759	0,1619	0,03478	28,7551	0,21478	4,6560	15,9716	3,4303
12	7,2876	0,1372	0,02863	34,9311	0,20863	4,7932	17,4811	3,6470
13	8,5994	0,1163	0,02369	42,2187	0,20369	4,9095	18,8765	3,8449
14	10,1472	0,0985	0,01968	50,8180	0,19968	5,0081	20,1576	4,0250
15	11,9737	0,0835	0,01640	60,9653	0,19640	5,0916	21,3269	4,1887
16	14,1290	0,0708	0,01371	72,9390	0,19371	5,1624	22,3885	4,3369
17	16,6722	0,0600	0,01149	87,0680	0,19149	5,2223	23,3482	4,4708
18	19,6733	0,0508	0,00964	103,7403	0,18964	5,2732	24,2123	4,5916
19	23,2144	0,0431	0,00810	123,4135	0,18810	5,3162	24,9877	4,7003
20	27,3930	0,0365	0,00682	146,6280	0,18682	5,3527	25,6813	4,7978
21	32,3238	0,0309	0,00575	174,0210	0,18575	5,3837	26,3000	4,8851
22	38,1421	0,0262	0,00485	206,3448	0,18485	5,4099	26,8506	4,9632
23	45,0076	0,0222	0,00409	244,4868	0,18409	5,4321	27,3394	5,0329
24	53,1090	0,0188	0,00345	289,4945	0,18345	5,4509	27,7725	5,0950
25	62,6686	0,0160	0,00292	342,6035	0,18292	5,4669	28,1555	5,1502
26	73,9490	0,0135	0,00247	405,2721	0,18247	5,4804	28,4935	5,1991
27	87,2598	0,0115	0,00209	479,2211	0,18209	5,4919	28,7915	5,2425
28	102,9666	0,0097	0,00177	566,4809	0,18177	5,5016	29,0537	5,2810
29	121,5005	0,0082	0,00149	669,4475	0,18149	5,5098	29,2842	5,3149
30	143,3706	0,0070	0,00126	790,9480	0,18126	5,5168	29,4864	5,3448
31	169,1774	0,0059	0,00107	934,3186	0,18107	5,5227	29,6638	5,3712
32	199,6293	0,0050	0,00091	1103,4960	0,18091	5,5277	29,8191	5,3945
33	235,5625	0,0042	0,00077	1303,1253	0,18077	5,5320	29,9549	5,4149
34	277,9638	0,0036	0,00065	1538,6878	0,18065	5,5356	30,0736	5,4328
35	327,9973	0,0030	0,00055	1816,6516	0,18055	5,5386	30,1773	5,4485
36	387,0368	0,0026	0,00047	2144,6489	0,18047	5,5412	30,2677	5,4623
37	456,7034	0,0022	0,00039	2531,6857	0,18039	5,5434	30,3465	5,4744
38	538,9100	0,0019	0,00033	2988,3891	0,18033	5,5452	30,4152	5,4849
39	635,9139	0,0016	0,00028	3527,2992	0,18028	5,5468	30,4749	5,4941
40	750,3783	0,0013	0,00024	4163,2130	0,18024	5,5482	30,5269	5,5022
41	885,4464	0,0011	0,00020	4913,5914	0,18020	5,5493	30,5721	5,5092
42	1044,8268	0,0010	0,00017	5799,0378	0,18017	5,5502	30,6113	5,5153
43	1232,8956	0,0008	0,00015	6843,8646	0,18015	5,5510	30,6454	5,5207
44	1454,8168	0,0007	0,00012	8076,7603	0,18012	5,5517	30,6750	5,5253
45	1716,6839	0,0006	0,00010	9531,5771	0,18010	5,5523	30,7006	5,5293
46	2025,6870	0,0005	0,00009	11248,2610	0,18009	5,5528	30,7228	5,5328
47	2390,3106	0,0004	0,00008	13273,9480	0,18008	5,5532	30,7420	5,5359
48	2820,5665	0,0004	0,00006	15664,2586	0,18006	5,5536	30,7587	5,5385
49	3328,2685	0,0003	0,00005	18484,8251	0,18005	5,5539	30,7731	5,5408
50	3927,3569	0,0003	0,00005	21813,0937	0,18005	5,5541	30,7856	5,5428
55	8984,8411	0,0001	0,00002	49910,2284	0,18002	5,5549	30,8268	5,5494
60	20555,1400	0,0000	0,00001	114189,6665	0,18001	5,5553	30,8465	5,5526

Tabla 22 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,2000	0,8333	1,00000	1,0000	1,20000	0,8333	0	0
2	1,4400	0,6944	0,45455	2,2000	0,65455	1,5278	0,6944	0,4545
3	1,7280	0,5787	0,27473	3,6400	0,47473	2,1065	1,8519	0,8791
4	2,0736	0,4823	0,18629	5,3680	0,38629	2,5887	3,2986	1,2742
5	2,4883	0,4019	0,13438	7,4416	0,33438	2,9906	4,9061	1,6405
6	2,9860	0,3349	0,10071	9,9299	0,30071	3,3255	6,5806	1,9788
7	3,5832	0,2791	0,07742	12,9159	0,27742	3,6046	8,2551	2,2902
8	4,2998	0,2326	0,06061	16,4991	0,26061	3,8372	9,8831	2,5756
9	5,1598	0,1938	0,04808	20,7989	0,24808	4,0310	11,4335	2,8364
10	6,1917	0,1615	0,03852	25,9587	0,23852	4,1925	12,8871	3,0739
11	7,4301	0,1346	0,03110	32,1504	0,23110	4,3271	14,2330	3,2893
12	8,9161	0,1122	0,02526	39,5805	0,22526	4,4392	15,4667	3,4841
13	10,6993	0,0935	0,02062	48,4966	0,22062	4,5327	16,5883	3,6597
14	12,8392	0,0779	0,01689	59,1959	0,21689	4,6106	17,6008	3,8175
15	15,4070	0,0649	0,01388	72,0351	0,21388	4,6755	18,5095	3,9588
16	18,4884	0,0541	0,01144	87,4421	0,21144	4,7296	19,3208	4,0851
17	22,1861	0,0451	0,00944	105,9306	0,20944	4,7746	20,0419	4,1976
18	26,6233	0,0376	0,00781	128,1167	0,20781	4,8122	20,6805	4,2975
19	31,9480	0,0313	0,00646	154,7400	0,20646	4,8435	21,2439	4,3861
20	38,3376	0,0261	0,00536	186,6880	0,20536	4,8696	21,7395	4,4643
21	46,0051	0,0217	0,00444	225,0256	0,20444	4,8913	22,1742	4,5334
22	55,2061	0,0181	0,00369	271,0307	0,20369	4,9094	22,5546	4,5941
23	66,2474	0,0151	0,00307	326,2369	0,20307	4,9245	22,8867	4,6475
24	79,4968	0,0126	0,00255	392,4842	0,20255	4,9371	23,1760	4,6943
25	95,3962	0,0105	0,00212	471,9811	0,20212	4,9476	23,4276	4,7352
26	114,4755	0,0087	0,00176	567,3773	0,20176	4,9563	23,6460	4,7709
27	137,3706	0,0073	0,00147	681,8528	0,20147	4,9636	23,8353	4,8020
28	164,8447	0,0061	0,00122	819,2233	0,20122	4,9697	23,9991	4,8291
29	197,8136	0,0051	0,00102	984,0680	0,20102	4,9747	24,1406	4,8527
30	237,3763	0,0042	0,00085	1181,8816	0,20085	4,9789	24,2628	4,8731
31	284,8516	0,0035	0,00070	1419,2579	0,20070	4,9824	24,3681	4,8908
32	341,8219	0,0029	0,00059	1704,1095	0,20059	4,9854	24,4588	4,9061
33	410,1863	0,0024	0,00049	2045,9314	0,20049	4,9878	24,5368	4,9194
34	492,2235	0,0020	0,00041	2456,1176	0,20041	4,9898	24,6038	4,9308
35	590,6682	0,0017	0,00034	2948,3411	0,20034	4,9915	24,6614	4,9406
36	708,8019	0,0014	0,00028	3539,0094	0,20028	4,9929	24,7108	4,9491
37	850,5622	0,0012	0,00024	4247,8112	0,20024	4,9941	24,7531	4,9564
38	1020,6747	0,0010	0,00020	5098,3735	0,20020	4,9951	24,7894	4,9627
39	1224,8096	0,0008	0,00016	6119,0482	0,20016	4,9959	24,8204	4,9681
40	1469,7716	0,0007	0,00014	7343,8578	0,20014	4,9966	24,8469	4,9728
41	1763,7259	0,0006	0,00011	8813,6294	0,20011	4,9972	24,8696	4,9767
42	2116,4711	0,0005	0,00009	10577,3553	0,20009	4,9976	24,8890	4,9801
43	2539,7653	0,0004	0,00008	12693,8263	0,20008	4,9980	24,9055	4,9831
44	3047,7183	0,0003	0,00007	15233,5916	0,20007	4,9984	24,9196	4,9856
45	3657,2620	0,0003	0,00005	18281,3099	0,20005	4,9986	24,9316	4,9877
46	4388,7144	0,0002	0,00005	21938,5719	0,20005	4,9989	24,9419	4,9895
47	5266,4573	0,0002	0,00004	26327,2863	0,20004	4,9991	24,9506	4,9911
48	6319,7487	0,0002	0,00003	31593,7436	0,20003	4,9992	24,9581	4,9924
49	7583,6985	0,0001	0,00003	37913,4923	0,20003	4,9993	24,9644	4,9935
50	9100,4382	0,0001	0,00002	45497,1908	0,20002	4,9995	24,9698	4,9945

Tabla 23 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,2200	0,8197	1,00000	1,0000	1,22000	0,8197	0	0
2	1,4884	0,6719	0,45045	2,2200	0,67045	1,4915	0,6719	0,4505
3	1,8158	0,5507	0,26966	3,7084	0,48966	2,0422	1,7733	0,8683
4	2,2153	0,4514	0,18102	5,5242	0,40102	2,4936	3,1275	1,2542
5	2,7027	0,3700	0,12921	7,7396	0,34921	2,8636	4,6075	1,6090
6	3,2973	0,3033	0,09576	10,4423	0,31576	3,1669	6,1239	1,9337
7	4,0227	0,2486	0,07278	13,7396	0,29278	3,4155	7,6154	2,2297
8	4,9077	0,2038	0,05630	17,7623	0,27630	3,6193	9,0417	2,4982
9	5,9874	0,1670	0,04411	22,6700	0,26411	3,7863	10,3779	2,7409
10	7,3046	0,1369	0,03489	28,6574	0,25489	3,9232	11,6100	2,9593
11	8,9117	0,1122	0,02781	35,9620	0,24781	4,0354	12,7321	3,1551
12	10,8722	0,0920	0,02228	44,8737	0,24228	4,1274	13,7438	3,3299
13	13,2641	0,0754	0,01794	55,7459	0,23794	4,2028	14,6485	3,4855
14	16,1822	0,0618	0,01449	69,0100	0,23449	4,2646	15,4519	3,6233
15	19,7423	0,0507	0,01174	85,1922	0,23174	4,3152	16,1610	3,7451
16	24,0856	0,0415	0,00953	104,9345	0,22953	4,3567	16,7838	3,8524
17	29,3844	0,0340	0,00775	129,0201	0,22775	4,3908	17,3283	3,9465
18	35,8490	0,0279	0,00631	158,4045	0,22631	4,4187	17,8025	4,0289
19	43,7358	0,0229	0,00515	194,2535	0,22515	4,4415	18,2141	4,1009
20	53,3576	0,0187	0,00420	237,9893	0,22420	4,4603	18,5702	4,1635
21	65,0963	0,0154	0,00343	291,3469	0,22343	4,4756	18,8774	4,2178
22	79,4175	0,0126	0,00281	356,4432	0,22281	4,4882	19,1418	4,2649
23	96,8894	0,0103	0,00229	435,8607	0,22229	4,4985	19,3689	4,3056
24	118,2050	0,0085	0,00188	532,7501	0,22188	4,5070	19,5635	4,3407
25	144,2101	0,0069	0,00154	650,9551	0,22154	4,5139	19,7299	4,3709
26	175,9364	0,0057	0,00126	795,1653	0,22126	4,5196	19,8720	4,3968
27	214,6424	0,0047	0,00103	971,1016	0,22103	4,5243	19,9931	4,4191
28	261,8637	0,0038	0,00084	1185,7440	0,22084	4,5281	20,0962	4,4381
29	319,4737	0,0031	0,00069	1447,6077	0,22069	4,5312	20,1839	4,4544
30	389,7579	0,0026	0,00057	1767,0813	0,22057	4,5338	20,2583	4,4683
31	475,5046	0,0021	0,00046	2156,8392	0,22046	4,5359	20,3214	4,4801
32	580,1156	0,0017	0,00038	2632,3439	0,22038	4,5376	20,3748	4,4902
33	707,7411	0,0014	0,00031	3212,4595	0,22031	4,5390	20,4200	4,4988
34	863,4441	0,0012	0,00026	3920,2006	0,22026	4,5402	20,4582	4,5060
35	1053,4018	0,0009	0,00021	4783,6447	0,22021	4,5411	20,4905	4,5122
36	1285,1502	0,0008	0,00017	5837,0466	0,22017	4,5419	20,5178	4,5174
37	1567,8833	0,0006	0,00014	7122,1968	0,22014	4,5426	20,5407	4,5218
38	1912,8176	0,0005	0,00012	8690,0801	0,22012	4,5431	20,5601	4,5256
39	2333,6375	0,0004	0,00009	10602,8978	0,22009	4,5435	20,5763	4,5287
40	2847,0378	0,0004	0,00008	12936,5353	0,22008	4,5439	20,5900	4,5314
41	3473,3861	0,0003	0,00006	15783,5730	0,22006	4,5441	20,6016	4,5336
42	4237,5310	0,0002	0,00005	19256,9591	0,22005	4,5444	20,6112	4,5355
43	5169,7878	0,0002	0,00004	23494,4901	0,22004	4,5446	20,6194	4,5371
44	6307,1411	0,0002	0,00003	28664,2779	0,22003	4,5447	20,6262	4,5385
45	7694,7122	0,0001	0,00003	34971,4191	0,22003	4,5449	20,6319	4,5396
46	9387,5489	0,0001	0,00002	42666,1312	0,22002	4,5450	20,6367	4,5406
47	11452,8096	0,0001	0,00002	52053,6801	0,22002	4,5451	20,6407	4,5414
48	13972,4277	0,0001	0,00002	63506,4897	0,22002	4,5451	20,6441	4,5420
49	17046,3618	0,0001	0,00001	77478,9175	0,22001	4,5452	20,6469	4,5426
50	20796,5615		0,00001	94525,2793	0,22001	4,5452	20,6492	4,5431

Tabla 24 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,2400	0,8065	1,00000	1,0000	1,24000	0,8065	0	0
2	1,5376	0,6504	0,44643	2,2400	0,68643	1,4568	0,6504	0,4464
3	1,9066	0,5245	0,26472	3,7776	0,50472	1,9813	1,6993	0,8577
4	2,3642	0,4230	0,17593	5,6842	0,41593	2,4043	2,9683	1,2346
5	2,9316	0,3411	0,12425	8,0484	0,36425	2,7454	4,3327	1,5782
6	3,6352	0,2751	0,09107	10,9801	0,33107	3,0205	5,7081	1,8898
7	4,5077	0,2218	0,06842	14,6153	0,30842	3,2423	7,0392	2,1710
8	5,5895	0,1789	0,05229	19,1229	0,29229	3,4212	8,2915	2,4236
9	6,9310	0,1443	0,04047	24,7125	0,28047	3,5655	9,4458	2,6492
10	8,5944	0,1164	0,03160	31,6434	0,27160	3,6819	10,4930	2,8499
11	10,6571	0,0938	0,02485	40,2379	0,26485	3,7757	11,4313	3,0276
12	13,2148	0,0757	0,01965	50,8950	0,25965	3,8514	12,2637	3,1843
13	16,3863	0,0610	0,01560	64,1097	0,25560	3,9124	12,9960	3,3218
14	20,3191	0,0492	0,01242	80,4961	0,25242	3,9616	13,6358	3,4420
15	25,1956	0,0397	0,00992	100,8151	0,24992	4,0013	14,1915	3,5467
16	31,2426	0,0320	0,00794	126,0108	0,24794	4,0333	14,6716	3,6376
17	38,7408	0,0258	0,00636	157,2534	0,24636	4,0591	15,0846	3,7162
18	48,0386	0,0208	0,00510	195,9942	0,24510	4,0799	15,4385	3,7840
19	59,5679	0,0168	0,00410	244,0328	0,24410	4,0967	15,7406	3,8423
20	73,8641	0,0135	0,00329	303,6006	0,24329	4,1103	15,9979	3,8922
21	91,5915	0,0109	0,00265	377,4648	0,24265	4,1212	16,2162	3,9349
22	113,5735	0,0088	0,00213	469,0563	0,24213	4,1300	16,4011	3,9712
23	140,8312	0,0071	0,00172	582,6298	0,24172	4,1371	16,5574	4,0022
24	174,6306	0,0057	0,00138	723,4610	0,24138	4,1428	16,6891	4,0284
25	216,5420	0,0046	0,00111	898,0916	0,24111	4,1474	16,7999	4,0507
26	268,5121	0,0037	0,00090	1114,6336	0,24090	4,1511	16,8930	4,0695
27	332,9550	0,0030	0,00072	1383,1457	0,24072	4,1542	16,9711	4,0853
28	412,8642	0,0024	0,00058	1716,1007	0,24058	4,1566	17,0365	4,0987
29	511,9516	0,0020	0,00047	2128,9648	0,24047	4,1585	17,0912	4,1099
30	634,8199	0,0016	0,00038	2640,9164	0,24038	4,1601	17,1369	4,1193
31	787,1767	0,0013	0,00031	3275,7363	0,24031	4,1614	17,1750	4,1272
32	976,0991	0,0010	0,00025	4062,9130	0,24025	4,1624	17,2067	4,1338
33	1210,3629	0,0008	0,00020	5039,0122	0,24020	4,1632	17,2332	4,1394
34	1500,8500	0,0007	0,00016	6249,3751	0,24016	4,1639	17,2552	4,1440
35	1861,0540	0,0005	0,00013	7750,2251	0,24013	4,1644	17,2734	4,1479
36	2307,7070	0,0004	0,00010	9611,2791	0,24010	4,1649	17,2886	4,1511
37	2861,5567	0,0003	0,00008	11918,9861	0,24008	4,1652	17,3012	4,1537
38	3548,3303	0,0003	0,00007	14780,5428	0,24007	4,1655	17,3116	4,1560
39	4399,9295	0,0002	0,00005	18328,8731	0,24005	4,1657	17,3202	4,1578
40	5455,9126	0,0002	0,00004	22728,8026	0,24004	4,1659	17,3274	4,1593
41	6765,3317	0,0001	0,00004	28184,7152	0,24004	4,1661	17,3333	4,1606
42	8389,0113	0,0001	0,00003	34950,0469	0,24003	4,1662	17,3382	4,1617
43	10402,3740	0,0001	0,00002	43339,0581	0,24002	4,1663	17,3422	4,1625
44	12898,9437	0,0001	0,00002	53741,4321	0,24002	4,1663	17,3456	4,1633
45	15994,6902	0,0001	0,00002	66640,3758	0,24002	4,1664	17,3483	4,1639
46	19833,4158	0,0001	0,00001	82635,0660	0,24001	4,1665	17,3506	4,1643
47	24593,4356		0,00001	102468,4818	0,24001	4,1665	17,3524	4,1648
48	30495,8602		0,00001	127061,9174	0,24001	4,1665	17,3540	4,1651
49	37814,8666		0,00001	157557,7776	0,24001	4,1666	17,3553	4,1654
50	46890,4346		0,00001	195372,6442	0,24001	4,1666	17,3563	4,1656

Tabla 25 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,2500	0,8000	1,00000	1,0000	1,25000	0,8000	0	0
2	1,5625	0,6400	0,44444	2,2500	0,69444	1,4400	0,6400	0,4444
3	1,9531	0,5120	0,26230	3,8125	0,51230	1,9520	1,6640	0,8525
4	2,4414	0,4096	0,17344	5,7656	0,42344	2,3616	2,8928	1,2249
5	3,0518	0,3277	0,12185	8,2070	0,37185	2,6893	4,2035	1,5631
6	3,8147	0,2621	0,08882	11,2588	0,33882	2,9514	5,5142	1,8683
7	4,7684	0,2097	0,06634	15,0735	0,31634	3,1611	6,7725	2,1424
8	5,9605	0,1678	0,05040	19,8419	0,30040	3,3289	7,9469	2,3872
9	7,4506	0,1342	0,03876	25,8023	0,28876	3,4631	9,0207	2,6048
10	9,3132	0,1074	0,03007	33,2529	0,28007	3,5705	9,9870	2,7971
11	11,6415	0,0859	0,02349	42,5661	0,27349	3,6564	10,8460	2,9663
12	14,5519	0,0687	0,01845	54,2077	0,26845	3,7251	11,6020	3,1145
13	18,1899	0,0550	0,01454	68,7596	0,26454	3,7801	12,2617	3,2437
14	22,7374	0,0440	0,01150	86,9495	0,26150	3,8241	12,8334	3,3559
15	28,4217	0,0352	0,00912	109,6868	0,25912	3,8593	13,3260	3,4530
16	35,5271	0,0281	0,00724	138,1085	0,25724	3,8874	13,7482	3,5366
17	44,4089	0,0225	0,00576	173,6357	0,25576	3,9099	14,1085	3,6084
18	55,5112	0,0180	0,00459	218,0446	0,25459	3,9279	14,4147	3,6698
19	69,3889	0,0144	0,00366	273,5558	0,25366	3,9424	14,6741	3,7222
20	86,7362	0,0115	0,00292	342,9447	0,25292	3,9539	14,8932	3,7667
21	108,4202	0,0092	0,00233	429,6809	0,25233	3,9631	15,0777	3,8045
22	135,5253	0,0074	0,00186	538,1011	0,25186	3,9705	15,2326	3,8365
23	169,4066	0,0059	0,00148	673,6264	0,25148	3,9764	15,3625	3,8634
24	211,7582	0,0047	0,00119	843,0329	0,25119	3,9811	15,4711	3,8861
25	264,6978	0,0038	0,00095	1054,7912	0,25095	3,9849	15,5618	3,9052
26	330,8722	0,0030	0,00076	1319,4890	0,25076	3,9879	15,6373	3,9212
27	413,5903	0,0024	0,00061	1650,3612	0,25061	3,9903	15,7002	3,9346
28	516,9879	0,0019	0,00048	2063,9515	0,25048	3,9923	15,7524	3,9457
29	646,2349	0,0015	0,00039	2580,9394	0,25039	3,9938	15,7957	3,9551
30	807,7936	0,0012	0,00031	3227,1743	0,25031	3,9950	15,8316	3,9628
31	1009,7420	0,0010	0,00025	4034,9678	0,25025	3,9960	15,8614	3,9693
32	1262,1774	0,0008	0,00020	5044,7098	0,25020	3,9968	15,8859	3,9746
33	1577,7218	0,0006	0,00016	6306,8872	0,25016	3,9975	15,9062	3,9791
34	1972,1523	0,0005	0,00013	7884,6091	0,25013	3,9980	15,9229	3,9828
35	2465,1903	0,0004	0,00010	9856,7613	0,25010	3,9984	15,9367	3,9858
36	3081,4879	0,0003	0,00008	12321,9516	0,25008	3,9987	15,9481	3,9883
37	3851,8599	0,0003	0,00006	15403,4396	0,25006	3,9990	15,9574	3,9904
38	4814,8249	0,0002	0,00005	19255,2994	0,25005	3,9992	15,9651	3,9921
39	6018,5311	0,0002	0,00004	24070,1243	0,25004	3,9993	15,9714	3,9935
40	7523,1638	0,0001	0,00003	30088,6554	0,25003	3,9995	15,9766	3,9947
41	9403,9548	0,0001	0,00003	37611,8192	0,25003	3,9996	15,9809	3,9956
42	11754,9435	0,0001	0,00002	47015,7740	0,25002	3,9997	15,9843	3,9964
43	14693,6794	0,0001	0,00002	58770,7175	0,25002	3,9997	15,9872	3,9971
44	18367,0992	0,0001	0,00001	73464,3969	0,25001	3,9998	15,9895	3,9976
45	22958,8740		0,00001	91831,4962	0,25001	3,9998	15,9915	3,9980
46	28698,5925		0,00001	114790,3702	0,25001	3,9999	15,9930	3,9984
47	35873,2407		0,00001	143488,9627	0,25001	3,9999	15,9943	3,9987
48	44841,5509		0,00001	179362,2034	0,25001	3,9999	15,9954	3,9989
49	56051,9386			224203,7543	0,25000	3,9999	15,9962	3,9991
50	70064,9232			280255,6929	0,25000	3,9999	15,9969	3,9993

Tabla 26 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,3000	0,7692	1,00000	1,0000	1,30000	0,7692	0	0
2	1,6900	0,5917	0,43478	2,3000	0,73478	1,3609	0,5917	0,4348
3	2,1970	0,4552	0,25063	3,9900	0,55063	1,8161	1,5020	0,8271
4	2,8561	0,3501	0,16163	6,1870	0,46163	2,1662	2,5524	1,1783
5	3,7129	0,2693	0,11058	9,0431	0,41058	2,4356	3,6297	1,4903
6	4,8268	0,2072	0,07839	12,7560	0,37839	2,6427	4,6656	1,7654
7	6,2749	0,1594	0,05687	17,5828	0,35687	2,8021	5,6218	2,0063
8	8,1573	0,1226	0,04192	23,8577	0,34192	2,9247	6,4800	2,2156
9	10,6045	0,0943	0,03124	32,0150	0,33124	3,0190	7,2343	2,3963
10	13,7858	0,0725	0,02346	42,6195	0,32346	3,0915	7,8872	2,5512
11	17,9216	0,0558	0,01773	56,4053	0,31773	3,1473	8,4452	2,6833
12	23,2981	0,0429	0,01345	74,3270	0,31345	3,1903	8,9173	2,7952
13	30,2875	0,0330	0,01024	97,6250	0,31024	3,2233	9,3135	2,8895
14	39,3738	0,0254	0,00782	127,9125	0,30782	3,2487	9,6437	2,9685
15	51,1859	0,0195	0,00598	167,2863	0,30598	3,2682	9,9172	3,0344
16	66,5417	0,0150	0,00458	218,4722	0,30458	3,2832	10,1426	3,0892
17	86,5042	0,0116	0,00351	285,0139	0,30351	3,2948	10,3276	3,1345
18	112,4554	0,0089	0,00269	371,5180	0,30269	3,3037	10,4788	3,1718
19	146,1920	0,0068	0,00207	483,9734	0,30207	3,3105	10,6019	3,2025
20	190,0496	0,0053	0,00159	630,1655	0,30159	3,3158	10,7019	3,2275
21	247,0645	0,0040	0,00122	820,2151	0,30122	3,3198	10,7828	3,2480
22	321,1839	0,0031	0,00094	1067,2796	0,30094	3,3230	10,8482	3,2646
23	417,5391	0,0024	0,00072	1388,4635	0,30072	3,3254	10,9009	3,2781
24	542,8008	0,0018	0,00055	1806,0026	0,30055	3,3272	10,9433	3,2890
25	705,6410	0,0014	0,00043	2348,8033	0,30043	3,3286	10,9773	3,2979
26	917,3333	0,0011	0,00033	3054,4443	0,30033	3,3297	11,0045	3,3050
27	1192,5333	0,0008	0,00025	3971,7776	0,30025	3,3305	11,0263	3,3107
28	1550,2933	0,0006	0,00019	5164,3109	0,30019	3,3312	11,0437	3,3153
29	2015,3813	0,0005	0,00015	6714,6042	0,30015	3,3317	11,0576	3,3189
30	2619,9956	0,0004	0,00011	8729,9855	0,30011	3,3321	11,0687	3,3219
31	3405,9943	0,0003	0,00009	11349,9811	0,30009	3,3324	11,0775	3,3242
32	4427,7926	0,0002	0,00007	14755,9755	0,30007	3,3326	11,0845	3,3261
33	5756,1304	0,0002	0,00005	19183,7681	0,30005	3,3328	11,0901	3,3276
34	7482,9696	0,0001	0,00004	24939,8985	0,30004	3,3329	11,0945	3,3288
35	9727,8604	0,0001	0,00003	32422,8681	0,30003	3,3330	11,0980	3,3297

Tabla 27 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,3500	0,7407	1,00000	1,0000	1,35000	0,7407	0	0
2	1,8225	0,5487	0,42553	2,3500	0,77553	1,2894	0,5487	0,4255
3	2,4604	0,4064	0,23966	4,1725	0,58966	1,6959	1,3616	0,8029
4	3,3215	0,3011	0,15076	6,6329	0,50076	1,9969	2,2648	1,1341
5	4,4840	0,2230	0,10046	9,9544	0,45046	2,2200	3,1568	1,4220
6	6,0534	0,1652	0,06926	14,4384	0,41926	2,3852	3,9828	1,6698
7	8,1722	0,1224	0,04880	20,4919	0,39880	2,5075	4,7170	1,8811
8	11,0324	0,0906	0,03489	28,6640	0,38489	2,5982	5,3515	2,0597
9	14,8937	0,0671	0,02519	39,6964	0,37519	2,6653	5,8886	2,2094
10	20,1066	0,0497	0,01832	54,5902	0,36832	2,7150	6,3363	2,3338
11	27,1439	0,0368	0,01339	74,6967	0,36339	2,7519	6,7047	2,4364
12	36,6442	0,0273	0,00982	101,8406	0,35982	2,7792	7,0049	2,5205
13	49,4697	0,0202	0,00722	138,4848	0,35722	2,7994	7,2474	2,5889
14	66,7841	0,0150	0,00532	187,9544	0,35532	2,8144	7,4421	2,6443
15	90,1585	0,0111	0,00393	254,7385	0,35393	2,8255	7,5974	2,6889
16	121,7139	0,0082	0,00290	344,8970	0,35290	2,8337	7,7206	2,7246
17	164,3138	0,0061	0,00214	466,6109	0,35214	2,8398	7,8180	2,7530
18	221,8236	0,0045	0,00158	630,9247	0,35158	2,8443	7,8946	2,7756
19	299,4619	0,0033	0,00117	852,7483	0,35117	2,8476	7,9547	2,7935
20	404,2736	0,0025	0,00087	1152,2103	0,35087	2,8501	8,0017	2,8075
21	545,7693	0,0018	0,00064	1556,4838	0,35064	2,8519	8,0384	2,8186
22	736,7886	0,0014	0,00048	2102,2532	0,35048	2,8533	8,0669	2,8272
23	994,6646	0,0010	0,00035	2839,0418	0,35035	2,8543	8,0890	2,8340
24	1342,7973	0,0007	0,00026	3833,7064	0,35026	2,8550	8,1061	2,8393
25	1812,7763	0,0006	0,00019	5176,5037	0,35019	2,8556	8,1194	2,8433
26	2447,2480	0,0004	0,00014	6989,2800	0,35014	2,8560	8,1296	2,8465
27	3303,7848	0,0003	0,00011	9436,5280	0,35011	2,8563	8,1374	2,8490
28	4460,1095	0,0002	0,00008	12740,3128	0,35008	2,8565	8,1435	2,8509
29	6021,1478	0,0002	0,00006	17200,4222	0,35006	2,8567	8,1481	2,8523
30	8128,5495	0,0001	0,00004	23221,5700	0,35004	2,8568	8,1517	2,8535
31	10973,5418	0,0001	0,00003	31350,1195	0,35003	2,8569	8,1545	2,8543
32	14814,2815	0,0001	0,00002	42323,6613	0,35002	2,8569	8,1565	2,8550
33	19999,2800	0,0001	0,00002	57137,9428	0,35002	2,8570	8,1581	2,8555
34	26999,0280		0,00001	77137,2228	0,35001	2,8570	8,1594	2,8559
35	36448,6878		0,00001	104136,2508	0,35001	2,8571	8,1603	2,8562

Tabla 28 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

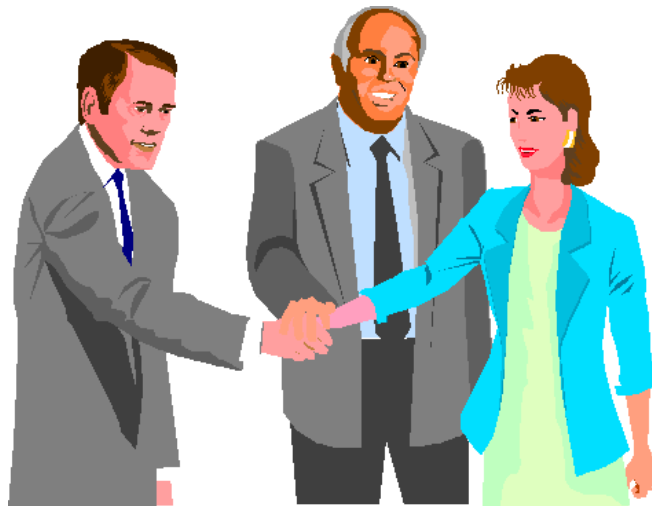
n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,4000	0,7143	1,00000	1,0000	1,40000	0,7143	-4,95635E-16	0
2	1,9600	0,5102	0,41667	2,4000	0,81667	1,2245	0,5102	0,4167
3	2,7440	0,3644	0,22936	4,3600	0,62936	1,5889	1,2391	0,7798
4	3,8416	0,2603	0,14077	7,1040	0,54077	1,8492	2,0200	1,0923
5	5,3782	0,1859	0,09136	10,9456	0,49136	2,0352	2,7637	1,3580
6	7,5295	0,1328	0,06126	16,3238	0,46126	2,1680	3,4278	1,5811
7	10,5414	0,0949	0,04192	23,8534	0,44192	2,2628	3,9970	1,7664
8	14,7579	0,0678	0,02907	34,3947	0,42907	2,3306	4,4713	1,9185
9	20,6610	0,0484	0,02034	49,1526	0,42034	2,3790	4,8585	2,0422
10	28,9255	0,0346	0,01432	69,8137	0,41432	2,4136	5,1696	2,1419
11	40,4957	0,0247	0,01013	98,7391	0,41013	2,4383	5,4166	2,2215
12	56,6939	0,0176	0,00718	139,2348	0,40718	2,4559	5,6106	2,2845
13	79,3715	0,0126	0,00510	195,9287	0,40510	2,4685	5,7618	2,3341
14	111,1201	0,0090	0,00363	275,3002	0,40363	2,4775	5,8788	2,3729
15	155,5681	0,0064	0,00259	386,4202	0,40259	2,4839	5,9688	2,4030
16	217,7953	0,0046	0,00185	541,9883	0,40185	2,4885	6,0376	2,4262
17	304,9135	0,0033	0,00132	759,7837	0,40132	2,4918	6,0901	2,4441
18	426,8789	0,0023	0,00094	1064,6971	0,40094	2,4941	6,1299	2,4577
19	597,6304	0,0017	0,00067	1491,5760	0,40067	2,4958	6,1601	2,4682
20	836,6826	0,0012	0,00048	2089,2064	0,40048	2,4970	6,1828	2,4761
21	1171,3556	0,0009	0,00034	2925,8889	0,40034	2,4979	6,1998	2,4821
22	1639,8978	0,0006	0,00024	4097,2445	0,40024	2,4985	6,2127	2,4866
23	2295,8569	0,0004	0,00017	5737,1423	0,40017	2,4989	6,2222	2,4900
24	3214,1997	0,0003	0,00012	8032,9993	0,40012	2,4992	6,2294	2,4925
25	4499,8796	0,0002	0,00009	11247,1990	0,40009	2,4994	6,2347	2,4944
26	6299,8314	0,0002	0,00006	15747,0785	0,40006	2,4996	6,2387	2,4959
27	8819,7640	0,0001	0,00005	22046,9099	0,40005	2,4997	6,2416	2,4969
28	12347,6696	0,0001	0,00003	30866,6739	0,40003	2,4998	6,2438	2,4977
29	17286,7374	0,0001	0,00002	43214,3435	0,40002	2,4999	6,2454	2,4983
30	24201,4324		0,00002	60501,0809	0,40002	2,4999	6,2466	2,4988
31	33882,0053		0,00001	84702,5132	0,40001	2,4999	6,2475	2,4991
32	47434,8074		0,00001	118584,5185	0,40001	2,4999	6,2482	2,4993
33	66408,7304		0,00001	166019,3260	0,40001	2,5000	6,2487	2,4995
34	92972,2225			232428,0563	0,40000	2,5000	6,2490	2,4996
35	130161,1116			325400,2789	0,40000	2,5000	6,2493	2,4997

50 %

Tabla 29 Flujo de efectivo discreto: Factores de interés compuesto

n	Pagos únicos		Pagos de serie uniforme				Gradientes aritméticos	
	Cantidad compuesta	Valor presente	Factor de amortización	Cantidad compuesta	Recuperación de capital	Valor presente	Gradiente de valor presente	Gradiente de serie anual
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	P/G	A/G
1	1,5000	0,6667	1,00000	1,0000	1,50000	0,6667	0	0
2	2,2500	0,4444	0,40000	2,5000	0,90000	1,1111	0,4444	0,4000
3	3,3750	0,2963	0,21053	4,7500	0,71053	1,4074	1,0370	0,7368
4	5,0625	0,1975	0,12308	8,1250	0,62308	1,6049	1,6296	1,0154
5	7,5938	0,1317	0,07583	13,1875	0,57583	1,7366	2,1564	1,2417
6	11,3906	0,0878	0,04812	20,7813	0,54812	1,8244	2,5953	1,4226
7	17,0859	0,0585	0,03108	32,1719	0,53108	1,8829	2,9465	1,5648
8	25,6289	0,0390	0,02030	49,2578	0,52030	1,9220	3,2196	1,6752
9	38,4434	0,0260	0,01335	74,8867	0,51335	1,9480	3,4277	1,7596
10	57,6650	0,0173	0,00882	113,3301	0,50882	1,9653	3,5838	1,8235
11	86,4976	0,0116	0,00585	170,9951	0,50585	1,9769	3,6994	1,8713
12	129,7463	0,0077	0,00388	257,4927	0,50388	1,9846	3,7842	1,9068
13	194,6195	0,0051	0,00258	387,2390	0,50258	1,9897	3,8459	1,9329
14	291,9293	0,0034	0,00172	581,8585	0,50172	1,9931	3,8904	1,9519
15	437,8939	0,0023	0,00114	873,7878	0,50114	1,9954	3,9224	1,9657
16	656,8408	0,0015	0,00076	1311,6817	0,50076	1,9970	3,9452	1,9756
17	985,2613	0,0010	0,00051	1968,5225	0,50051	1,9980	3,9614	1,9827
18	1477,8919	0,0007	0,00034	2953,7838	0,50034	1,9986	3,9729	1,9878
19	2216,8378	0,0005	0,00023	4431,6756	0,50023	1,9991	3,9811	1,9914
20	3325,2567	0,0003	0,00015	6648,5135	0,50015	1,9994	3,9868	1,9940
21	4987,8851	0,0002	0,00010	9973,7702	0,50010	1,9996	3,9908	1,9958
22	7481,8276	0,0001	0,00007	14961,6553	0,50007	1,9997	3,9936	1,9971
23	11222,7415	0,0001	0,00004	22443,4829	0,50004	1,9998	3,9955	1,9980
24	16834,1122	0,0001	0,00003	33666,2244	0,50003	1,9999	3,9969	1,9986
25	25251,1683		0,00002	50500,3366	0,50002	1,9999	3,9979	1,9990
26	37876,7524		0,00001	75751,5049	0,50001	1,9999	3,9985	1,9993
27	56815,1287		0,00001	113628,2573	0,50001	2,0000	3,9990	1,9995
28	85222,6930		0,00001	170443,3860	0,50001	2,0000	3,9993	1,9997
29	127834,0395			255666,0790	0,50000	2,0000	3,9995	1,9998
30	191751,059			383500,1185	0,50000	2,0000	3,9997	1,9998
31	287626,589			575251,1777	0,50000	2,0000	3,9998	1,9999
32	431439,883			862877,7665	0,50000	2,0000	3,9998	1,9999
33	647159,825			1294317,6498	0,50000	2,0000	3,9999	1,9999
34	970739,737			1941477,475	0,50000	2,0000	3,9999	2,0000
35	1456109,606			2912217,212	0,50000	2,0000	3,9999	2,0000

ANEXOS B





TEXTO COMPILADO DE LA
LEY 843
ORDENADO A DICIEMBRE DE 2004
(ACTUALIZADO AL 31 DE DICIEMBRE DE 2005)

TITULO I
IMPUESTO AL VALOR AGREGADO

CAPITULO I
OBJETO, SUJETO, NACIMIENTO DEL HECHO IMPONIBLE

OBJETO

ARTICULO 1°.- Créase en todo el territorio nacional un impuesto que se denominará Impuesto al Valor Agregado (IVA) que se aplicará sobre:

- a) Las ventas de bienes muebles situados o colocados en el territorio del país, efectuadas por los sujetos definidos en el Artículo 3° de esta Ley;
- b) Los contratos de obras, de prestación de servicios y toda otra prestación, cualquiera fuere su naturaleza, realizadas en el territorio de la Nación; y
- c) Las importaciones definitivas.

ARTICULO 2°.- A los fines de esta Ley se considera venta toda transferencia a título oneroso que importe la transmisión del dominio de cosas muebles (venta, permuta, dación en pago, expropiación, adjudicación por disolución de sociedades y cualquier otro acto que conduzca al mismo fin). También se considera venta toda incorporación de cosas muebles en casos de contratos de obras y prestación de servicios y el retiro de bienes muebles de la actividad gravada de los sujetos pasivos definidos en el Artículo 3° de esta Ley con destino al uso o consumo particular del único dueño o socios de las sociedades de personas.

No se consideran comprendidos en el objeto de este impuesto los intereses generados por operaciones financieras, entendiéndose por tales las de créditos otorgados o depósitos recibidos por las entidades financieras. Toda otra prestación realizada por las entidades financieras, retribuida mediante comisiones, honorarios u otra forma de retribución, se encuentra sujeta al gravamen. Asimismo, están fuera del objeto del gravamen las operaciones de compra - venta de acciones, debentures, títulos valores y títulos de crédito.

Tampoco se consideran comprendidos en el objeto de este impuesto las ventas o transferencias que fueran consecuencia de una reorganización de empresas o de aportes de capitales a las mismas. En estos casos los créditos fiscales o saldos a favor que pudiera tener la o las empresas antecesoras serán trasladados a la o las empresas sucesoras.

“LEY N° 2196 – ARTICULO 12°. (IMPUESTOS PARA OPERACIONES FINANCIERAS)

1. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores emitidos por NAFIBO SAN dentro del FERE, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior.
2. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores de procesos de titularización y los ingresos que generen los Patrimonios Autónomos conformados para este fin, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior”.

Nota

Esta disposición ha sido establecida por el Artículo 117° de la Ley N° 1834 (Ley del Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998, modificada por el Numeral 13 de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000 y se complementa este Artículo de acuerdo al Artículo 12° de la Ley N° 2196 (Ley Fondo Especial de Reactivación Económica) de 2 de mayo de 2001, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2311, generada a partir de la vigencia de la Ley N° 2064 de 3 de abril de 2000.

“LEY N° 1883 – ARTICULO 54°. Las primas de seguros de vida, no constituyen hecho generador de tributos”.

Nota

Nota.- Este párrafo ha sido establecido por el Artículo 54° de la Ley N° 1883 (Ley de Seguros) de 25 de junio de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2073 de fecha 7 de julio de 1998, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

SUJETOS

ARTICULO 3°.- Son sujetos pasivos del impuesto quienes:

- a) En forma habitual se dediquen a la venta de bienes muebles;
- b) Realicen en nombre propio pero por cuenta de terceros venta de bienes muebles;
- c) Realicen a nombre propio importaciones definitivas;
- d) Realicen obras o presten servicios o efectúen prestaciones de cualquier naturaleza;
- e) Alquilen bienes muebles y/o inmuebles;
- f) Realicen operaciones de arrendamiento financiero con bienes muebles.

Adquirido el carácter de sujeto pasivo del impuesto, serán objeto del gravamen todas las ventas de bienes muebles relacionadas con la actividad determinante de la condición de sujeto pasivo, cualquiera fuere el carácter, la naturaleza o el uso de dichos bienes.



El inciso f) ha sido incorporado por el Artículo 1° de la Ley 1606 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

NACIMIENTO DEL HECHO IMPONIBLE

ARTICULO 4°.- El hecho imponible se perfeccionará:

- a) En el caso de ventas, sean éstas al contado o a crédito, en el momento de la entrega del bien o acto equivalente que suponga la transferencia de dominio, la cual deberá obligatoriamente estar respaldada por la emisión de la factura, nota fiscal o documento equivalente;
- b) En el caso de contratos de obras o de prestación de servicios y de otras prestaciones, cualquiera fuere su naturaleza, desde el momento en que se finalice la ejecución o prestación, o desde la percepción total o parcial del precio, el que fuere anterior.

En el caso de contratos de obras de construcción, a la percepción de cada certificado de avance de obra. Si fuese el caso de obras de construcción con financiamiento de los adquirentes propietarios del terreno o fracción ideal del mismo, a la percepción de cada pago o del pago total del precio establecido en el contrato respectivo.

En todos los casos, el responsable deberá obligadamente emitir la factura, nota fiscal o documento equivalente.

- c) En la fecha en que se produzca la incorporación de bienes muebles en casos de contratos de obras y prestación de servicios, o se produzca el retiro de bienes muebles de la actividad gravada de los sujetos pasivos definidos en el Artículo 3° de esta Ley, con destino a uso o consumo particular del único dueño o socios de las sociedades de personas.
- d) En el momento del despacho aduanero, en el caso, de importaciones definitivas, inclusive los despachos de emergencia.
- e) En el caso de arrendamiento financiero, en el momento del vencimiento de cada cuota y en el del pago final del saldo de precio al formalizar la opción de compra.

Nota

- El inciso b) ha sido modificado por el Artículo 1° de la Ley N° 1606 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

- El inciso e) ha sido incorporado por el Artículo 1° de la Ley N° 1606 (Ley de Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO II

LIQUIDACION

BASE IMPONIBLE

ARTICULO 5°.- Constituye la base imponible el precio neto de la venta de bienes muebles, de los contratos de obras y de prestación de servicios y de toda otra prestación, cualquiera fuere su naturaleza, consignado en la factura, nota fiscal o documento equivalente.

Se entenderá por precio de venta el que resulta de deducir del precio total, los siguientes conceptos:

- a) Bonificaciones y descuentos hechos al comprador de acuerdo con las costumbres de plaza.
- b) El valor de los envases. Para que esta deducción resulte procedente, su importe no podrá exceder el precio normal del mercado de los envases, debiendo cargarse por separado para su devolución.

Son integrantes del precio neto gravado, aunque se facturen y convengan por separado:



- 1) Los servicios prestados juntamente con la operación gravada o como consecuencia de la misma, como ser transporte, limpieza, embalaje, seguro, garantía, colocación, mantenimiento y similares; y
- 2) Los gastos financieros, entendiéndose por tales todos aquellos que tengan origen en pagos diferidos, incluidos los contenidos en las cuotas de las operaciones de arrendamiento financiero y en el pago final del saldo.

El impuesto de este Título forma parte integrante del precio neto de la venta, el servicio o prestación gravada y se facturará juntamente con éste, es decir, no se mostrará por separado.

En caso de permuta, uso o consumo propio, la base imponible estará dada por el precio de venta en plaza al consumidor. Las permutas deberán considerarse como dos actos de venta.

Nota

El numeral 2) ha sido sustituido por el Artículo 1° de la Ley N° 1606 (Ley de Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

ARTICULO 6°.- En caso de importaciones, la base imponible estará dada por el valor CIF aduana establecido por la liquidación o en su caso la reliquidación aceptada por la aduana respectiva, más el importe de los derechos y cargos aduaneros, y toda otra erogación necesaria para efectuar el despacho aduanero.

DEBITO FISCAL

ARTICULO 7°.- A los importes totales de los precios netos de las ventas, contratos de obras y de prestación de servicios y de toda otra prestación a que hacen referencia los Artículos 5° y 6°, imputables al período fiscal que se liquida, se aplicará la alícuota establecida en el Artículo 15°.

Al impuesto así obtenido se le adicionará el que resulte de aplicar la alícuota establecida a las devoluciones efectuadas, rescisiones, descuentos, bonificaciones o rebajas obtenidas que, respecto del precio neto de las compras efectuadas, hubiese logrado el responsable en dicho período.

CREDITO FISCAL

ARTICULO 8°.- Del impuesto determinado por aplicación de lo dispuesto en el artículo anterior, los responsables restarán:

- a) El importe que resulte de aplicar la alícuota establecida en el Artículo 15° sobre el monto de las compras, importaciones definitivas de bienes, contratos de obras o de prestaciones de servicios, o toda otra prestación o insumo alcanzados por el

gravamen, que se los hubiesen facturado o cargado mediante documentación equivalente en el período fiscal que se liquida.

Sólo darán lugar al cómputo del crédito fiscal aquí previsto las compras, adquisiciones o importaciones definitivas, contratos de obras o servicios, o toda otra prestación o insumo de cualquier naturaleza, en la medida en que se vinculen con las operaciones gravadas, es decir, aquellas destinadas a la actividad por la que el sujeto resulta responsable del gravamen.

- b) El importe que resulte de aplicar la alícuota establecida a los montos de los descuentos, bonificaciones, rebajas, devoluciones o rescisiones, que respecto de los precios netos de venta, hubiere otorgado el responsable en el período fiscal que se liquida.

DIFERENCIA ENTRE DEBITO Y CREDITO FISCAL

ARTICULO 9°.- Cuando la diferencia determinada de acuerdo a lo establecido en los artículos precedentes resulte en un saldo a favor del fisco, su importe será ingresado en la forma y plazos que determine la reglamentación. Si por el contrario, la diferencia resultare en un saldo a favor del contribuyente, este saldo, con actualización de valor, podrá ser compensado con el Impuesto al Valor Agregado a favor del fisco, correspondiente a períodos fiscales posteriores.

PERIODO FISCAL DE LIQUIDACION

ARTICULO 10°.- El impuesto resultante por aplicación de lo dispuesto en los artículos 7° al 9° se liquidará y abonará - sobre la base de declaración jurada efectuada en formulario oficial - por períodos mensuales, constituyendo cada mes calendario un período fiscal.

ARTICULO 11°.- Las exportaciones quedan liberadas del débito fiscal que les corresponda. Los exportadores podrán computar contra el impuesto que en definitiva adeudaren por sus operaciones gravadas en el mercado interno, el crédito fiscal correspondiente a las compras o insumos efectuados en el mercado interno con destino a operaciones de exportación, que a este único efecto se considerarán como sujetas al gravamen.

En el caso que el crédito fiscal imputable contra operaciones de exportación no pudiera ser compensado con operaciones gravadas en el mercado interno, el saldo a favor resultante será reintegrado al exportador en forma automática e inmediata, a través de notas de crédito negociables, de acuerdo a lo que establezca el reglamento de este Título I.

“LEY N° 2074 - ARTICULO 24°. IMPUESTO AL VALOR AGREGADO EN EL SECTOR DE TURISMO. A efectos de la aplicación del Impuesto al Valor Agregado (IVA) en el sector turismo, se considera como exportación de servicios:

- a) la venta de servicios turísticos que efectúen los operadores nacionales de Turismo Receptivo en el Exterior;



- b) Los servicios de hospedaje prestados por establecimientos hoteleros a turistas extranjeros sin domicilio o residencia en Bolivia.

El respectivo procedimiento será reglamentado por el Poder Ejecutivo”.

Nota

Nota.- Este Artículo ha sido establecido por el Artículo 38° de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000 y ratificado por el Artículo 24° de la Ley N° 2074 (Ley de Promoción y Desarrollo de la Actividad Turística en Bolivia) de 14 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2218 de fecha 12 de mayo de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

INCUMPLIMIENTO DE LA OBLIGACION DE EMITIR FACTURA, NOTA FISCAL O DOCUMENTO EQUIVALENTE

ARTICULO 12°.- El incumplimiento de la obligación de emitir factura, nota fiscal o documento equivalente hará presumir, sin admitir prueba en contrario, la falta de pago del impuesto, por lo que el comprador no tendrá derecho al cómputo del crédito fiscal a que se refiere el Artículo 8°.

Toda enajenación realizada por un responsable que no estuviera respaldada por las respectivas facturas, notas fiscales o documentos equivalentes, determinará su obligación de ingreso del gravamen sobre el monto de tales enajenaciones, sin derecho a cómputo de crédito fiscal alguno y constituirá delito de defraudación tributaria.

REGISTROS

ARTICULO 13°.- El reglamento dispondrá las normas a que se deberá ajustar la forma de emisión de facturas, notas fiscales o documentos equivalentes, así como los registros que deberán llevar los responsables.

CAPITULO III

EXENCIONES

ARTICULO 14°.- Estarán exentos del impuesto:

- a) Los bienes importados por los miembros del cuerpo diplomático acreditado en el país o personas y entidades o instituciones que tengan dicho status de acuerdo a disposiciones vigentes, convenios internacionales o reciprocidad con determinados países.
- b) Las mercaderías que introduzcan “bonafide”, los viajeros que lleguen al país, de conformidad a lo establecido en el arancel aduanero.

“LEY N° 1834 - ARTICULO 86°. TRATAMIENTO TRIBUTARIO. La cesión de los bienes o activos sujetos a procesos de titularización a cargo de las sociedades titularizadoras, tanto al inicio como a la finalización del proceso, se encuentra exenta del Impuesto a las Transacciones (IT), del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y del pago de tasas de registro.

Se entiende como inicio del proceso de titularización, el contrato de cesión de bienes o activos para la constitución del patrimonio autónomo, así como también la transferencia, por cualquier título, de los bienes o activos en favor de la Sociedad de Titularización, para su posterior cesión al patrimonio autónomo por acto unilateral, con el propósito exclusivo de emitir valores dentro del proceso de titularización. Se entenderá como finalización del proceso de titularización, la extinción del patrimonio autónomo.

La exención de pago de tasas o derechos de registro, para la inscripción de los bienes o activos cedidos para la constitución del patrimonio autónomo, comprende el correspondiente registro en Derechos Reales”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 1834 (Ley del Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998. Asimismo, se agrega 2 párrafos de acuerdo al Numeral 9 del Artículo 29° de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 9°. ADMINISTRACION DE LA CARTERA.-

Las

entidades de intermediación financiera administrarán la cartera cedida, cobrando en su favor los intereses de dicha cartera en retribución por la administración de la misma. Estos ingresos están exentos del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y el Impuesto a las Transacciones (IT)”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 36°. TRANSFERENCIAS DE CARTERA.

Las

operaciones de transferencia de cartera de intermediación financiera, de seguros, pensiones y portafolios del mercado de valores, ya sea por venta o cesión, se encuentran exentas del Impuesto a las Transacciones (IT), del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y del pago de tasas de registro.

Los Notarios cobrarán un arancel mínimo no sujeto a cuantía con carácter global por toda transacción”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 37°. ACTIVIDAD BURSATIL EN GENERAL. Toda transacción con valores de oferta pública inscritos en el Registro del Mercado de Valores (RMV), realizada en la República de Bolivia y que tenga efectos en el territorio Nacional, queda exenta del pago de Impuestos al Valor Agregado (IVA) e Impuesto a las Transacciones (IT). Para comprobar la realización de estas operaciones, a efectos de la exención señalada, las bolsas de valores, bajo su responsabilidad, emitirán un informe semestral en el que se registren



las transacciones realizadas, el que servirá de suficiente prueba ante el Servicio de Impuestos Nacionales. Los interesados también podrán solicitar, a la bolsa de valores, un certificado de operaciones aisladas que podrá ser exhibido ante el Servicio de Impuestos Nacionales”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2206 - ARTICULO PRIMERO. Cumpliendo los preceptos constitucionales establecidos en el Artículo 192° de la Constitución Política del Estado, mediante la cual se establece que las manifestaciones del arte son factores de la cultura nacional y gozan de especial protección del Estado, con el fin de conservar su autenticidad e incrementar su producción y difusión, se eximen del pago de Impuestos al Valor Agregado (IVA), Transacciones (IT), y a las Utilidades (IUE) a las actividades de producción, presentación y difusión de eventos, teatro, danza, música nacional, pintura, escultura y cine, que sean producidos por artistas bolivianos”.

Nota

Nota.- Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2206 (Ley de Exención a los Artistas) de 30 de mayo de 2001, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2317 de fecha 12-06-01, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

Nota del Editor

Nota del Editor.- La Ley N° 3249 de 1/12/05 establece que "... el Servicio de transporte internacional de empresas bolivianas de carga por carretera incluido el transporte de encomiendas, paquetes, documentos o correspondencia estará sujeto al régimen de tasa cero en el Impuesto al Valor Agregado(IVA)..."

CAPITULO IV

ALICUOTAS

ARTICULO 15°.- La alícuota general única del impuesto será del 13% (trece por ciento).

Nota

Alícuota del 10% ha sido modificada por la Ley N° 1314 (Ley de Modificaciones a las Alícuotas de los Impuestos IVA, RC-IVA e IT) de 27 de febrero de 1992, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1727 de fecha 27 de febrero de 1992, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO V

DISPOSICIONES GENERALES

ARTICULO 16°. Cuando el precio neto de la venta sea inferior a Bs. 5.00 (cinco bolivianos 00/100), monto que será actualizado por el Poder Ejecutivo cuando lo considere conveniente, no existe obligación de emitir nota fiscal; sin embargo, los sujetos pasivos del impuesto deberán llevar un registro diario de estas ventas menores y emitir, al final del día, la nota fiscal respectiva, consignando el monto total de estas ventas para el pago del impuesto correspondiente.

Se modifica el monto de Bs. 2.00 a Bs. 5.00, mediante Decreto Supremo N° 24013 de 20 de mayo de 1996, publicada en Gaceta Oficial de Bolivia N° 1882 de 31 de mayo de 1995 (Texto Ordenado 1995), teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO VI

DISPOSICIONES TRANSITORIAS

ARTICULO 17°.- El Poder Ejecutivo dispondrá las medidas que a su juicio resulten necesarias a los fines de la transición entre las formas de imposición que sustituye este Título I y el gravamen en él creado.

VIGENCIA

ARTICULO 18°.- Las disposiciones de este Título se aplicarán a partir del primer día del mes subsiguiente a la publicación del reglamento de este Título en la Gaceta Oficial de Bolivia.





TITULO III

IMPUESTO SOBRE LAS UTILIDADES DE LAS EMPRESAS

CAPITULO I

DISPOSICIONES GENERALES

HECHO IMPONIBLE - SUJETO

ARTICULO 36°.- Créase un Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas, que se aplicará en todo el territorio nacional sobre las utilidades resultantes de los estados financieros de las mismas al cierre de cada gestión anual, ajustadas de acuerdo a lo que disponga esta Ley y su reglamento.

Los sujetos que no estén obligados a llevar registros contables, que le permitan la elaboración de estados financieros, deberán presentar una declaración jurada anual al 31 de diciembre de cada año, en la que incluirán la totalidad de sus ingresos gravados anuales y los gastos necesarios para la obtención de dichos ingresos y mantenimiento de la fuente que los genera. La reglamentación establecerá la forma y condiciones que deberán cumplir estos sujetos para determinar la utilidad neta sujeta a impuesto, conforme a los principios de contabilidad generalmente aceptados.

“LEY N° 2196 – ARTICULO 12°. (IMPUESTOS PARA OPERACIONES FINANCIERAS)

1. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores emitidos por NAFIBO SAN dentro del FERE, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior.
2. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores de procesos de titularización y los ingresos que generen los Patrimonios Autónomos conformados para este fin, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior”.

Nota

Esta disposición ha sido establecida por el Artículo 117° de la Ley N° 1834 (Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998, modificada por el Numeral 13 de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000 y se complementa este Artículo de acuerdo al Artículo 12° de la Ley N° 2196 (Ley Fondo Especial de Reactivación Económica) de 2 de mayo de 2001, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2311, generada a partir de la vigencia de la Ley N° 2064 de 3 de abril de 2000.

ARTICULO 37°.- Son sujetos del impuesto todas las empresas tanto públicas como privadas, incluyendo: sociedades anónimas, sociedades anónimas mixtas, sociedades en comandita por acciones y en comandita simples, sociedades cooperativas, sociedades de responsabilidad limitada, sociedades colectivas, sociedades de hecho o irregulares, empresas unipersonales, sujetas a reglamentación sucursales, agencias o establecimientos permanentes de empresas constituidas o domiciliadas en el exterior y cualquier otro tipo de empresas. Esta enumeración es enunciativa y no limitativa.

ARTICULO 38°.- Son sujetos de este impuesto quedando incorporados al régimen tributario general establecido en esta Ley:

1. Las empresas constituidas o por constituirse en el territorio nacional que extraigan, produzcan, beneficien, reformen, fundan y/o comercialicen minerales y/o metales.
2. Las empresas dedicadas a la exploración, explotación, refinación, industrialización, transporte y comercialización de hidrocarburos.
3. Las empresas dedicadas a la generación, transmisión y distribución de energía eléctrica.

Como consecuencia de lo dispuesto en el párrafo anterior quedan derogados:

1. El Impuesto a las Utilidades establecido por la Ley N° 1297 en los artículos 118° inciso a) y 119° incisos a), b) y c) del Código de Minería, que se sustituye por el Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas establecido por el presente Título, manteniéndose además del régimen de regalías dispuesto por Ley.
2. El Impuesto a las Utilidades establecido para las empresas de Hidrocarburos en el Artículo 74° de la Ley de Hidrocarburos N° 1194, que se sustituye por el Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas establecido por el presente Título.
3. El régimen tributario especial para las empresas de servicios eléctricos, establecido en el Código de Electricidad aprobado mediante Decreto Supremo N° 08438 de 31 de julio de 1968.

ARTICULO 39°.- A los fines de este impuesto se entenderá por empresa toda unidad económica, inclusive las de carácter unipersonal, que coordine factores de la producción en la realización de actividades industriales y comerciales, el ejercicio de profesiones liberales y oficios sujetos a reglamentación, prestaciones de servicios de cualquier naturaleza, alquiler y arrendamiento de bienes muebles u obras y cualquier otra prestación que tenga por objeto el ejercicio de actividades que reúnan los requisitos establecidos en este artículo.

ARTICULO 40°.- A los fines de este impuesto se consideran utilidades, rentas, beneficios o ganancias las que surjan de los estados financieros, tengan o no carácter periódico. A los mismos fines se consideran también utilidades las que determinen, por declaración jurada, los sujetos que no están obligados a llevar registros contables que le permitan la elaboración de estados financieros, en la forma y condiciones que establezca la reglamentación.



No se consideran comprendidos en el objeto de este impuesto los resultados que fueran consecuencia de un proceso de reorganización de empresas, en la forma y condiciones que establezca la reglamentación.

CONCEPTO DE ENAJENACION

ARTICULO 41°.- A los fines de esta Ley se entiende por enajenación la venta, permuta, cambio, expropiación y, en general, todo acto de disposición por el que se transmita el dominio a título oneroso de bienes, acciones y derechos.

A los efectos de este impuesto, se considera perfeccionada la transferencia del dominio de los inmuebles, cuando mediare contrato de compraventa, siempre que se otorgare la posesión, debiendo protocolizarse la minuta en un plazo máximo de treinta (30) días.

FUENTE

PRINCIPIO DE LA FUENTE

ARTICULO 42°.- En general y sin perjuicio de lo dispuesto en los artículos siguientes, son utilidades de fuente boliviana aquellas que provienen de bienes situados, colocados o utilizados económicamente en la República; de la realización en el territorio nacional de cualquier acto o actividad susceptible de producir utilidades; o de hechos ocurridos dentro del límite de la misma, sin tener en cuenta la nacionalidad, domicilio o residencia del titular o de las partes que intervengan en las operaciones, ni el lugar de celebración de los contratos.

EXPORTACIONES E IMPORTACIONES

ARTICULO 43°. Derogado

Nota

Este Artículo ha sido derogado por las Disposiciones Finales Numeral Segundo de la Ley N° 2493 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

OTROS INGRESOS DE FUENTE BOLIVIANA

ARTICULO 44°.- Se consideran también de fuente boliviana los ingresos en concepto de:

- a) Remuneraciones o sueldos que perciban los miembros de directorios, consejos u órganos directivos por actividades que efectúen en el exterior para empresas domiciliadas en Bolivia; y
- b) Honorarios, retribuciones o remuneraciones por prestaciones de servicios de cualquier naturaleza desde o en el exterior, cuando los mismos tengan relación con la obtención de utilidades de fuente boliviana.

El inciso b) ha sido modificado por el Artículo 1° de la Ley N° 2493 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

SUCURSALES Y ESTABLECIMIENTOS DE EMPRESAS EXTRANJERAS OPERACIONES ENTRE EMPRESAS VINCULADAS

ARTICULO 45°.- Las sucursales y demás establecimientos de empresas, personas o entidades del exterior, deben efectuar sus registros contables en forma separada de sus casas matrices y restantes sucursales o establecimientos del exterior, a fin de que los estados financieros de su gestión permitan determinar el resultado impositivo de fuente boliviana.

Los actos jurídicos celebrados entre una empresa local de capital extranjero y la persona física o jurídica domiciliada en el exterior, que directa o indirectamente la controle, serán considerados, a todos los efectos, como celebrados entre partes independientes, cuando las condiciones convenidas se ajusten a las prácticas normales del mercado entre entes independientes.

Cuando no se cumplan los requisitos previstos en el párrafo anterior, para considerar las respectivas operaciones como celebradas entre partes independientes, los importes que excedan los valores normales de mercado entre entes independientes no se admitirán como deducibles a los fines de este impuesto.

A los efectos de este artículo se entenderá por empresa local de capital extranjero a aquella en que más del 50% (cincuenta por ciento) del capital y/o el poder de decisión corresponda, directa o indirectamente, a personas naturales o jurídicas domiciliadas o constituidas en el exterior.

IMPUTACION DE UTILIDADES Y GASTOS A LA GESTION FISCAL

ARTICULO 46°.- El impuesto tendrá carácter anual y será determinado al cierre de cada gestión, en las fechas en que disponga el Reglamento.

En el caso de sujetos no obligados a llevar registros contables que le permitan elaborar estados financieros, la gestión anual abarcará el período comprendido entre el 1° de enero y el 31 de diciembre de cada año.

Los ingresos y gastos serán considerados del año en que termine la gestión en el cual se han devengado.

Sin perjuicio de la aplicación del criterio general de lo devengado previsto en el párrafo anterior, en el caso de ventas a plazo, las utilidades de esas operaciones se imputarán en el momento de producirse la respectiva exigibilidad.

Los ingresos y gastos por el ejercicio de profesiones liberales y oficios y otras prestaciones de servicios de cualquier naturaleza podrán imputarse, a opción del contribuyente, por lo percibido.



A los fines de esta Ley se entiende por pago o percepción, cuando los ingresos o gastos se cobren o abonen en efectivo o en especie y, además, en los casos en que estando disponibles se han acreditado en cuenta del titular o cuando con la autorización expresa o tácita del mismo se ha dispuesto de ellos de alguna forma.

CAPITULO II

DETERMINACION DE LA UTILIDAD NETA

ARTICULO 47°.- La utilidad neta imponible será la resultante de deducir de la utilidad bruta (ingresos menos gastos de venta) los gastos necesarios para su obtención y conservación de la fuente. De tal modo que, a los fines de la determinación de la utilidad neta sujeta a impuesto, como principio general, se admitirán como deducibles todos aquellos gastos que cumplan la condición de ser necesarios para la obtención de la utilidad gravada y la conservación de la fuente que la genera, incluyendo los aportes obligatorios a organismos reguladores - supervisores, las provisiones para beneficios sociales y los tributos nacionales y municipales que el reglamento disponga como pertinentes.

En el caso del ejercicio de profesiones liberales u oficios, se presumirá, sin admitir prueba en contrario, que la utilidad neta gravada será equivalente al cincuenta por ciento (50%) del monto total de los ingresos percibidos.

Para la determinación de la utilidad neta imponible se tomará como base la utilidad resultante de los estados financieros de cada gestión anual, elaborados de acuerdo con los principios de contabilidad generalmente aceptados, con los ajustes que se indican a continuación, en caso de corresponder:

1. En el supuesto que se hubieren realizado operaciones a las que se refiere el cuarto párrafo del artículo anterior, corresponderá practicar el ajuste resultante del cambio de criterio de lo devengado utilizado en los estados financieros y el de la exigibilidad aplicado a los fines de este impuesto.
2. Las depreciaciones, créditos incobrables, honorarios de directores y síndicos, gastos de movilidad, viáticos y similares y gastos y contribuciones en favor del personal, cuyos criterios de deductibilidad serán determinados en reglamento.
3. Los aguinaldos y otras gratificaciones que se paguen al personal dentro de los plazos en que deba presentarse la declaración jurada correspondiente a la gestión del año por el cual se paguen.

A los fines de la determinación de la utilidad neta imponible, no serán deducibles:

1. Los retiros personales del dueño o socios ni los gastos personales de sustento del contribuyente y su familia.
2. Los gastos por servicios personales en los que no se demuestre haber retenido el tributo del Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado correspondiente a los dependientes.

3. El impuesto sobre las utilidades establecido por esta Ley.
4. La amortización de llaves, marcas y otros activos intangibles de similar naturaleza, salvo en los casos en que por su adquisición se hubiese pagado un precio. El reglamento establecerá la forma y condiciones de amortización.
5. Las donaciones y otras sesiones gratuitas, salvo las efectuadas a entidades sin fines de lucro reconocidas como exentas a los fines de esta Ley, hasta el límite del diez por ciento (10%) de la utilidad sujeta al impuesto correspondiente de la gestión en que se haga efectiva la donación o cesión gratuita.
6. Las provisiones o reservas de cualquier naturaleza, con excepción de los cargos anuales como contrapartida en la constitución de la previsión para indemnizaciones.
7. Las depreciaciones que pudieran corresponder a revalúos técnicos.

COMPENSACION DE PERDIDAS

ARTICULO 48°.- Cuando en un año se sufriera una pérdida de fuente boliviana, ésta podrá deducirse de las utilidades gravadas que se obtengan en los años inmediatos siguientes.

Las pérdidas a deducir en ejercicios siguientes, serán actualizadas por la variación de la cotización oficial del dólar estadounidense con relación al Boliviano, producida entre la fecha de cierre de la gestión anual en que se produjo la pérdida y la fecha de cierre de la gestión anual en que la pérdida se compensa.

EXENCIONES

ARTICULO 49°.- Están exentas del impuesto:

- a) Las actividades del Estado Nacional, las Prefecturas Departamentales, las Municipalidades, las Universidades Públicas y las entidades o instituciones pertenecientes a las mismas, salvo aquellas actividades comprendidas dentro del Código de Comercio;
- b) Las utilidades obtenidas por las asociaciones civiles, fundaciones o instituciones no lucrativas autorizadas legalmente que tengan convenios suscritos, y que desarrollen las siguientes actividades: religiosas, de caridad, beneficencia, asistencia social, educativas, culturales, científicas, ecológicas, artísticas, literarias, deportivas, políticas, profesionales, sindicales o gremiales.

Esta franquicia procederá siempre que no realicen actividades de intermediación financiera u otras comerciales, que por disposición expresa de sus estatutos, la totalidad de los ingresos y el patrimonio de las mencionadas instituciones se destinen exclusivamente a los fines enumerados, que en ningún caso se distribuyan directa o indirectamente entre sus asociados y que, en caso de liquidación, su patrimonio se distribuya entre entidades de igual objeto o se done



a instituciones públicas, debiendo dichas condiciones reflejarse en su realidad económica.

- c) Los intereses a favor de organismos internacionales de crédito e instituciones oficiales extranjeras, cuyos convenios hayan sido ratificados por el H. Congreso Nacional.

Nota

Se excluye del inciso a) el texto “las Corporaciones Regionales de Desarrollo”, de acuerdo al primer párrafo del Art. 2° de la Ley N° 2493 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

Los párrafos 1° y 2° del inciso b) han sido sustituidos por el Art. 2° de la Ley N° 2493 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2206 - ARTICULO PRIMERO. Cumpliendo los preceptos constitucionales establecidos en el Artículo 192° de la Constitución Política del Estado, mediante la cual se establece que las manifestaciones del arte son factores de la cultura nacional y gozan de especial protección del Estado, con el fin de conservar su autenticidad e incrementar su producción y difusión, se eximen del pago de Impuestos al Valor Agregado (IVA), Transacciones (IT), y a las Utilidades (IU) a las actividades de producción, presentación y difusión de eventos, teatro, danza, música nacional, pintura, escultura y cine, que sean producidos por artistas bolivianos”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por el Artículo Primero de la Ley N° 2206 de 30 de mayo de 2001, publicada en Gaceta Oficial de Bolivia N° 2317 de fecha 12-06-01.

Nota del Editor

1-

La Ley 2685 de 13/05/04 establece un régimen de incentivos para la Ciudad de El Alto, de acuerdo al siguiente texto:

TITULO II REGIMEN DE INCENTIVOS ESPECIFICOS

ARTICULO 7°. (Liberación Impositiva). *Toda nueva industria que se establezca en la ciudad de El Alto quedará liberada del pago del Impuesto a las Utilidades por un período de diez años computables desde el día que empiece a producir. Serán beneficiarias también con esta liberación las ampliaciones de las industrias en actual existencia.*

CAPITULO III

ALICUOTA

ARTICULO 50°.- Las utilidades netas imponibles que obtengan las empresas obligadas al pago del impuesto creado por este Título, quedan sujetas a la tasa del 25% (veinticinco por ciento).

CAPITULO IV

BENEFICIARIOS DEL EXTERIOR

ARTICULO 51°.- Cuando se paguen rentas de fuente boliviana a beneficiarios del exterior, se presumirá, sin admitir prueba en contrario, que la utilidad neta gravada será equivalente al 50% (cincuenta por ciento) del monto total pagado o remesado.

Quienes paguen o remesen dichos conceptos a beneficiarios del exterior, deberán retener con carácter de pago único y definitivo, la tasa del 25% (veinticinco por ciento) de la utilidad neta gravada presunta.

CAPITULO V

ALICUOTA ADICIONAL A LAS UTILIDADES EXTRAORDINARIAS POR ACTIVIDADES EXTRACTIVAS DE RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES

ARTICULO 51° bis. Además de lo establecido en los capítulos precedentes, la utilidad neta anual resultante directamente de actividades extractivas de recursos naturales no renovables está gravada por una alícuota adicional del 25% (veinticinco por ciento), que se aplicará previa deducción de los siguientes conceptos:

- a. Un porcentaje variable, a elección del contribuyente, de hasta el 33% (treinta y tres por ciento) de las inversiones acumuladas en exploración, desarrollo, explotación, beneficio y en protección ambiental, directamente relacionada con dichas actividades, que se realicen en el país a partir de la Gestión Fiscal 1991. Esta deducción se utilizará en un monto máximo equivalente al 100% (cien por ciento) de dichas inversiones.
- b. El 45% (cuarenta y cinco por ciento) de los ingresos netos obtenidos por cada operación extractiva de recursos naturales no renovables durante la gestión que se declara.

Para las empresas productoras de hidrocarburos, los ingresos netos por cada operación extractiva son el valor de la producción en boca de pozo por cada campo hidrocarburiífero.

Para las empresas productoras de minerales y/o metales, los ingresos netos por cada operación extractiva son el valor del producto comercializable puesto en el lugar de la operación minera.

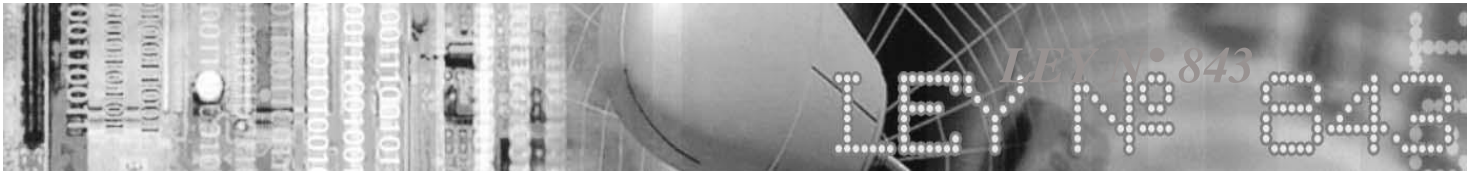
Esta deducción tiene como límite un monto anual de Bs. 250.000.000.- (doscientos cincuenta millones de bolivianos) por cada operación extractiva. Este monto se actualizará anualmente, a partir de la Gestión Fiscal 1997, según la variación del tipo de cambio del Boliviano respecto al Dólar de los Estados Unidos de América, más la tasa de inflación de este país.

Las deducciones establecidas en los incisos a) y b) precedentes son independientes de las que se hubieran realizado al momento de liquidar la utilidad neta de la empresa.

VIGENCIA

Conforme lo dispuesto en el numeral 1 del Artículo 10° de la Ley N° 1731 de 25 de noviembre de 1996, el Capítulo V de este Título, tiene aplicación a partir del 1° de enero de 1997.





TITULO VI IMPUESTO A LAS TRANSACCIONES

CAPITULO I OBJETO - SUJETO - BASE DE CALCULO

OBJETO

ARTICULO 72°.- El ejercicio en el territorio nacional, del comercio, industria, profesión, oficio, negocio, alquiler de bienes, obras y servicios o de cualquier otra actividad - lucrativa o no - cualquiera sea la naturaleza del sujeto que la preste, estará alcanzado con el impuesto que crea este Título, que se denominará Impuesto a las Transacciones, en las condiciones que se determinan en los artículos siguientes.

También están incluidos en el objeto de este impuesto los actos a título gratuito que supongan la transferencia de dominio de bienes muebles, inmuebles y derechos.

No se consideran comprendidas en el objeto de este impuesto las ventas o transferencias que fueran consecuencia de una reorganización de empresas o de aportes de capitales a las mismas. La reglamentación definirá qué debe entenderse, a estos fines, por reorganización de empresas y dispondrá los requisitos a cumplir por los sujetos involucrados en la misma.

“LEY N° 2196 – ARTICULO 12°. (IMPUESTOS PARA OPERACIONES FINANCIERAS)

1. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores emitidos por NAFIBO SAN dentro del FERE, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior.
2. Las ganancias de capital así como los rendimientos de inversiones en valores de procesos de titularización y los ingresos que generen los Patrimonios Autónomos conformados para este fin, no estarán gravados por los impuestos al Valor Agregado (IVA), Régimen Complementario al Impuesto al Valor Agregado (RC-IVA), a las Transacciones (IT), a las Utilidades de las Empresas (IUE), incluyendo las remesas al exterior”.

Nota

Esta disposición ha sido establecida por el Artículo 117° de la Ley N° 1834 (Ley del Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998, modificada por el Numeral 13 de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000 y se complementa

este Artículo de acuerdo al Artículo 12° de la Ley N° 2196 (Ley Fondo Especial de Reactivación Económica) de 2 de mayo de 2001, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2311, generada a partir de la vigencia de la Ley N° 2064 de 3 de abril de 2000.

“LEY N° 1883 – ARTICULO 54°. Las primas de seguros de vida, no constituyen hecho generador de tributos”.

Este párrafo ha sido establecido por el Artículo 54° de la Ley N° 1883 (Ley de Seguros) de 25 de junio de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2073 de fecha 7 de julio de 1998, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

SUJETO

ARTICULO 73°.- Son contribuyentes del impuesto las personas naturales y jurídicas, empresas públicas y privadas y sociedades con o sin personalidad jurídica, incluidas las empresas unipersonales.

BASE DE CALCULO

ARTICULO 74°.- El impuesto se determinará sobre la base de los ingresos brutos devengados durante el período fiscal por el ejercicio de la actividad gravada.

Se considera ingreso bruto el valor o monto total - en valores monetarios o en especie- devengados en concepto de venta de bienes, retribuciones totales obtenidas por los servicios, la retribución por la actividad ejercida, los intereses obtenidos por préstamos de dinero o plazos de financiación y, en general, de las operaciones realizadas.

En las operaciones realizadas por contribuyentes que no tengan obligación legal de llevar libros y formular balances en forma comercial la base imponible será el total de los ingresos percibidos en el período fiscal.

En el caso de transmisiones gratuitas el reglamento determinará la base imponible.

Los exportadores recibirán la devolución del monto del Impuesto a las Transacciones pagado en la adquisición de insumos y bienes incorporados en las mercancías de exportación. Dicha devolución se hará en forma y bajo las condiciones a ser definidas mediante reglamentación expresa.

Este párrafo ha sido modificado por el Artículo 14° de la Ley N° 1489 (Ley de Desarrollo y Tratamiento Impositivo de las Exportaciones) de 16 de abril de 1993, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1786 de fecha 7 de mayo de 1993. Este último párrafo ya no es aplicable por efecto de lo dispuesto en el último párrafo del Artículo 77° del presente Título, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO II

ALICUOTA DEL IMPUESTO

ARTICULO 75°. Se establece una alícuota general del tres por ciento (3%).

Nota

Se modifica la alícuota del 1% al 2% por el Artículo 20° de la Ley N° 1141 (Ley Financial) de 23 de febrero de 1990, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1637 de 28 de febrero de 1990 y sustituido al 3% por el Numeral 11. del Art. 1° de la Ley N° 1606 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO III

EXENCIONES

ARTICULO 76°.- Están exentos del pago de este gravamen:

- a) El trabajo personal ejecutado en relación de dependencia, con remuneración fija o variable.
- b) El desempeño de cargos públicos.
- c) Las exportaciones, entendiéndose por tales la actividad consistente en la venta de mercaderías efectuadas al exterior por el exportador con sujeción a los mecanismos aplicados por la Administración de Aduanas. Esta exención no alcanza a las actividades conexas de transporte, eslingaje, estibaje, depósito y toda otra de similar naturaleza.
- d) Los servicios prestados por el Estado Nacional, los departamentos y las municipalidades, sus dependencias, reparticiones descentralizadas y desconcentradas, con excepción de las empresas públicas.
- e) Los intereses de depósito en caja de ahorro, cuentas corrientes, a plazo fijo, así como todo ingreso proveniente de las inversiones en valores.
- f) Los establecimientos educacionales privados incorporados a los planes de enseñanza oficial.
- g) Los servicios prestados por las representaciones diplomáticas de los países extranjeros y los organismos internacionales acreditados ante el Gobierno de la República.
- h) La edición e importación de libros, diarios, publicaciones informativas en general, periódicos y revistas, en todo su proceso de creación, ya sea que la actividad la realice el propio editor o terceros por cuenta de éste. Esta exención no comprende

ingresos por publicidad y otros ingresos que no correspondan a la venta de las publicaciones señaladas.

- i) La compraventa de Valores definidos en el Artículo 2° de la Ley del Mercado de Valores, así como la compraventa de cuotas de capital en el caso de Sociedades de Responsabilidad Limitada.
- j) La compraventa de minerales, metales, petróleo, gas natural y sus derivados en el mercado interno, siempre que tenga como destino la exportación de dichos productos, conforme a reglamentación.

Nota

- El inciso e) ha sido modificado por el Artículo 118° de la Ley N° 1834 (Ley del Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998; la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, en el Numeral 14. del Art. 29° se modifica el Art. 118°, indicando que la modificación que hace este Artículo debe ser el inciso e) y no el inciso c), teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

- El inciso i) ha sido incorporado por el Artículo 3° de la Ley N° 1314 (Ley de Modificaciones a las Alicuotas en los Impuestos IVA, RC-IVA e IT) de 27 de febrero de 1992, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1727 de fecha 27 de febrero de 1992 y sustituido por el Artículo 4° de la Ley N° 2493 de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

- El inciso j) ha sido incorporado por el Artículo 3° de la Ley N° 1731 (Ley del Surtax) de 25 de noviembre de 1996, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1959 de fecha 25 de noviembre de 1996 y sustituido por el Artículo 4° de la Ley N° 2493 de 4 de agosto de 2003, publicada en Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 1834 - ARTICULO 86°. TRATAMIENTO TRIBUTARIO.

bienes o activos sujetos a procesos de titularización a cargo de las sociedades titularizadoras, tanto al inicio como a la finalización del proceso, se encuentra exenta del Impuesto a las Transacciones (IT), del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y del pago de tasas de registro.

Se entiende como inicio del proceso de titularización, el contrato de cesión de bienes o activos para la constitución del patrimonio autónomo, así como también la transferencia, por cualquier título, de los bienes o activos en favor de la Sociedad de Titularización, para su posterior cesión al patrimonio autónomo por acto unilateral, con el propósito exclusivo de emitir valores dentro del proceso de titularización. Se entenderá como finalización del proceso de titularización, la extinción del patrimonio autónomo.

La exención de pago de tasas o derechos de registro, para la inscripción de los bienes o activos cedidos para la constitución del patrimonio autónomo, comprende el correspondiente registro en Derechos Reales”.

La cesión de los



Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 1834 (Ley del Mercado de Valores) de 31 de marzo de 1998, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2056 de fecha 31 de marzo de 1998. Asimismo, se agrega 2 párrafos de acuerdo al Numeral 9 del Artículo 29° de la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 9°. ADMINISTRACION DE LA CARTERA.- Las entidades de intermediación financiera administrarán la cartera cedida, cobrando en su favor los intereses de dicha cartera en retribución por la administración de la misma. Estos ingresos están exentos del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y el Impuesto a las Transacciones (IT)”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 36°. TRANSFERENCIAS DE CARTERA. Las operaciones de transferencia de cartera de intermediación financiera, de seguros, pensiones y portafolios del mercado de valores, ya sea por venta o cesión, se encuentran exentas del Impuesto a las Transacciones (IT), del Impuesto al Valor Agregado (IVA) y del pago de tasas de registro.

Los Notarios cobrarán un arancel mínimo no sujeto a cuantía con carácter global por toda transacción”.

Nota

Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

“LEY N° 2064 - ARTICULO 37°. ACTIVIDAD BURSATIL EN GENERAL. Toda transacción con valores de oferta pública inscritos en el Registro del Mercado de Valores (RMV), realizada en la República de Bolivia y que tenga efectos en el territorio Nacional, queda exenta del pago de Impuestos al Valor Agregado (IVA) e Impuesto a las Transacciones (IT). Para comprobar la realización de estas operaciones, a efectos de la exención señalada, las bolsas de valores, bajo su responsabilidad, emitirán un informe semestral en el que se registren las transacciones realizadas, el que servirá de suficiente prueba ante el Servicio de Impuestos Nacionales. Los interesados también podrán solicitar, a la bolsa de valores, un certificado de operaciones aisladas que podrá ser exhibido ante el Servicio de Impuestos Nacionales”.

Nota

Nota.- *Este Artículo ha sido establecido por la Ley N° 2064 (Ley de Reactivación Económica) de 3 de abril de 2000, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2208 de fecha 3 de abril de 2000, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.*

“LEY N° 2206 - ARTICULO PRIMERO. Cumpliendo los preceptos constitucionales establecidos en el Artículo 192° de la Constitución Política del Estado, mediante la cual se establece que las manifestaciones del arte

son factores de la cultura nacional y gozan de especial protección del Estado, con el fin de conservar su autenticidad e incrementar su producción y difusión, se eximen del pago de Impuestos al Valor Agregado (IVA), Transacciones (IT), y a las Utilidades (IU) a las actividades de producción, presentación y difusión de eventos, teatro, danza, música nacional, pintura, escultura y cine, que sean producidos por artistas bolivianos.



Este Artículo ha sido establecido por el Artículo Primero de la Ley N° 2206 de 30 de mayo de 2001, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2317 de fecha 12/06/01, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

CAPITULO IV

PERIODO FISCAL, LIQUIDACION Y PAGO

ARTICULO 77°.- El impuesto se determinará aplicando la tasa general establecida en el Artículo 75° a la base de cálculo determinada por el Artículo 74° de la presente Ley.

El impuesto resultante se liquidará y empozará – sobre la base de declaración jurada efectuada en formulario oficial – por periodos mensuales, constituyendo cada mes calendario un período fiscal.

A efectos de la liquidación del impuesto, los ingresos percibidos en especie se computarán por el valor del mercado existente al cierre del período fiscal al cual corresponde el ingreso.

El Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas, liquidado y pagado por períodos anuales; excepto el pago derivado de la aplicación de la Alícuota Adicional establecida en el Artículo 51° bis de esta Ley, será considerado como pago a cuenta del Impuesto a las Transacciones en cada período mensual en la forma, proporción y condiciones que establezca la reglamentación, hasta su total agotamiento, momento a partir del cual deberá pagarse el impuesto sin deducción alguna.

En el caso que al producirse un nuevo vencimiento de la presentación de la declaración jurada del Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas quedase un saldo sin compensar correspondiente a la gestión anual anterior, el mismo se consolidará a favor del fisco.

Los saldos del Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas que, por cualquier otra causa, no resultaren compensados con el Impuesto a las Transacciones, en ningún caso darán derecho a reintegro o devolución, quedando consolidados a favor del fisco.

Queda facultado el Poder Ejecutivo para establecer la forma, los plazos y lugares para la liquidación y pago del impuesto de este Título.

Por tratarse de un impuesto sobre los ingresos brutos del sujeto pasivo y que además recibe como pago a cuenta el Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas efectuado



LEY N° 843

por el mismo sujeto pasivo, este impuesto no dará lugar a su devolución a favor de los exportadores, excepto para aquellos insumos adquiridos durante la gestión 1995 y hasta el cierre de la primera gestión a los fines del pago del Impuesto sobre las Utilidades de las Empresas, de acuerdo a las facturas correspondientes al costo directo, excluyéndose las facturas por compra de carburantes.



Este Artículo ha sido sustituido por el Numeral 12. del Artículo 1° de la Ley N° 1606 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 22 de diciembre de 1994, publicada en Gaceta Oficial de Bolivia N° 1863 de fecha 22 de diciembre de 1994; modificada por el Artículo 4° de la Ley N° 1731 (Ley del Surtax) de 25 de noviembre de 1996, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 1959 de fecha 25 de noviembre de 1996 y por Artículo 5° de la Ley N° 2493 (Modificaciones a la Ley N° 843) de 4 de agosto de 2003, publicada en la Gaceta Oficial de Bolivia N° 2509 de fecha 5 de agosto de 2003, teniendo vigencia a partir de la fecha de su publicación.

VIGENCIA

ARTICULO 78°.- Las disposiciones de este Título se aplicarán a partir del primer día del mes subsiguiente a la fecha de publicación del reglamento de este Título en la Gaceta Oficial de Bolivia.



NOTA 1: De acuerdo al numeral 5. del Artículo 7° de la Ley N° 1606, las modificaciones, sustituciones y derogaciones dispuestas por la indicada Ley en este Título, tienen aplicación a partir del 1° de enero de 1995.

NOTA 2: Conforme lo dispuesto en los numerales 3° y 4° del Artículo 10° de la Ley N° 1731 de 25 de noviembre de 1996, el inciso j) del Artículo 76° y Artículo 77° de los Capítulos III y IV de este Título en la versión aprobada por dicha Ley, tienen aplicación a partir de la fecha de publicación de la Ley N° 1731 en la Gaceta Oficial de Bolivia y a partir del 1° de enero de 1997, respectivamente.

ANEXOS C



Notación y definición

b	<i>Límite de presupuesto</i>
d	<i>Tasa de depreciación (igual para todos los años)</i>
defensor	<i>Activo actualmente instalado</i>
i	<i>Tasa de interés efectiva</i>
i_{CP}	<i>Tasa de interés efectiva por periodo de capitalización</i>
i_n	<i>Tasa de interés efectiva capitalizada</i>
i_a	<i>Tasa de interés anticipada</i>
i_v	<i>Tasa de interés vencida</i>
n	<i>Número de periodos</i>
n	<i>vida útil o vida sujeta a depreciación del activo</i>
r	<i>Tasa de interés nominal expresado por periodo de tiempo t</i>
retador	<i>Posible reemplazo</i>
t	<i>Periodo de tiempo</i>
t	<i>Periodo durante el cual se desea conocer el valor en libros $n \geq t$</i>
x	<i>variable que toma solamente dos valores 0 o 1</i>
A	<i>Serie de cantidades uniformes</i>
A	<i>Serie uniforme de pagos</i>
A_1	<i>Serie de cantidades uniformes</i>
B	<i>Beneficio</i>
B/C	<i>Razón beneficio costo</i>
$CAUE$	<i>Costo anual uniforme</i>
CB	<i>Contra Beneficio</i>

<i>C</i>	<i>Costo</i>
<i>COA</i>	<i>Costo anual de operación</i>
<i>Dt</i>	<i>Cargo anual de depreciación</i>
<i>F</i>	<i>Valor futuro o final</i>
<i>FNE</i>	<i>Flujo neto de efectivo</i>
<i>FEN</i>	<i>Flujo de efectivo neto</i>
<i>G</i>	<i>Cambio aritmético constante</i>
<i>I</i>	<i>Interés</i>
<i>K</i>	<i>Tasa de cambio en cada periodo de tiempo</i>
<i>P</i>	<i>Valor presente o inicial</i>
<i>P</i>	<i>Inversión inicial</i>
<i>RC</i>	<i>Recuperación de capital</i>
<i>TIR</i>	<i>Tasa interna de retorno</i>
<i>TMA</i>	<i>Tasa mínima atractiva</i>
<i>VAN</i>	<i>Valor actual neto</i>
<i>VAUE</i>	<i>Valor anual uniforme equivalente</i>
<i>VC</i>	<i>Valor comercial actual</i>
<i>VF</i>	<i>Valor futuro</i>
<i>VL</i>	<i>Valor en libros</i>
<i>VS</i>	<i>Valor de salvamento estimado</i>
<i>VUE</i>	<i>Vida útil económica</i>
Δi	<i>Tasa incremental</i>

TASA DE INTERÉS, CONCEPTOS Y MODALIDADES

INTERES

$$I = F - P$$

TASA DE INTERES

$$i(\%) = \frac{I}{P \cdot n} \cdot 100\%$$

TIPOS DE INTERESES

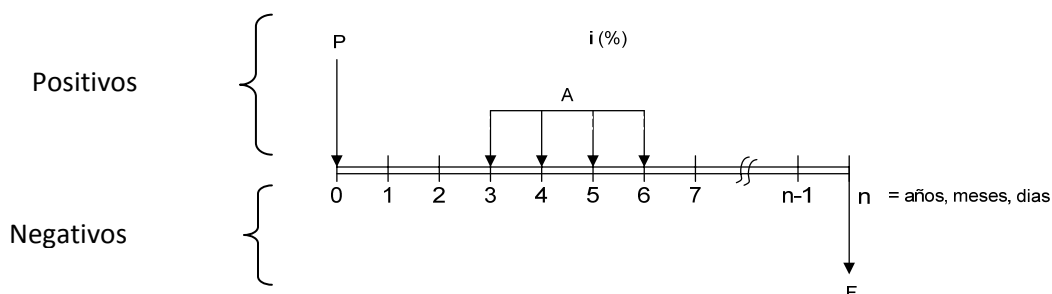
INTERES SIMPLE

$$I = P \cdot i \cdot n$$

INTERÉS COMPUESTO

$$I = P \left[(1 + i)^n - 1 \right]$$

DIAGRAMAS DE FLUJO



RELACIONES DE EQUIVALENCIA

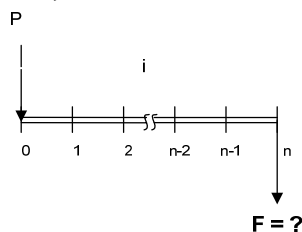
$$F = P(F/P, i\%, n)$$

Diagrama de equivalencia que muestra la relación entre el valor presente (P), el valor futuro (F), la tasa de interés ($i\%$) y el número de periodos (n). Las etiquetas indican: Dato (para P), Valor a hallar (para F), Tasa de interes (para $i\%$) y Número de periodos (para n).

RELACIONES DE PAGO ÚNICO (F/P Y P/F)

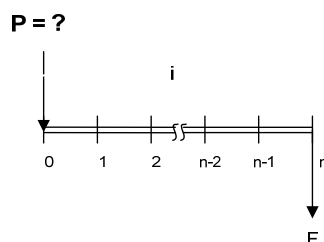
$$F = P \cdot (1 + i)^n$$

$$F = P(F/P, i\%, n)$$



$$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

$$P = F(P/F, i\%, n)$$

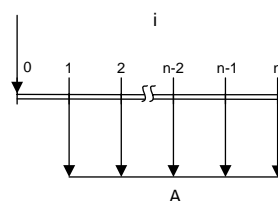


FACTORES DE VALOR PRESENTE Y DE RECUPERACIÓN DE CAPITAL EN SERIES UNIFORMES (P/A Y A/P)

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

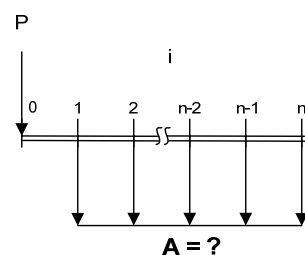
$$P = A(P/A, i\%, n)$$

P = ?



$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = P(A/P, i\%, n)$$

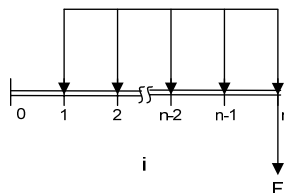


DERIVACIÓN DEL FACTOR DE FONDO DE AMORTIZACIÓN Y EL FACTOR DE CANTIDAD COMPUESTA SERIE UNIFORME (A/F Y F/A)

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

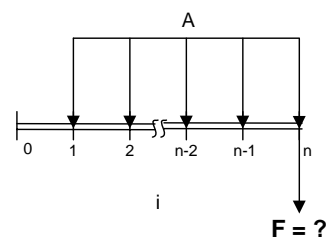
$$A = F(A/F, i\%, n)$$

A = ?



$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$F = A(F/A, i\%, n)$$

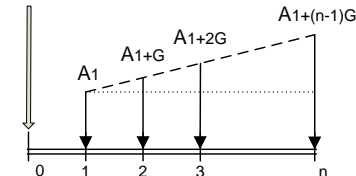


FACTOR DE GRADIENTE ARITMÉTICO P/G CRECIENTE O POSITIVO.

$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

$$P = A_1(P/A_1, i\%, n) + G(P/G, i\%, n)$$

P = ?

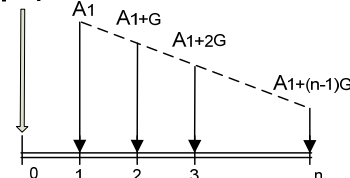


FACTOR DE GRADIENTE ARITMÉTICO P/G DECRECIENTE O NEGATIVO.

$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

$$P = A_1(P/A_1, i\%, n) - G(P/G, i\%, n)$$

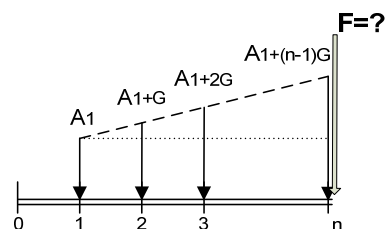
P = ?



FACTOR DE GRADIENTE ARITMÉTICO F/G CRECIENTE

$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

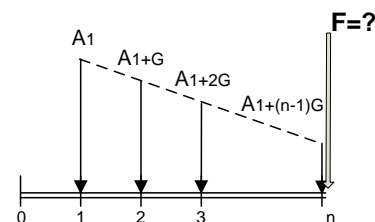
$$F = A_1 (F / A_1, i\%, n) + G (F / G, i\%, n)$$



FACTOR DE GRADIENTE ARITMÉTICO F/G DECRECIENTE

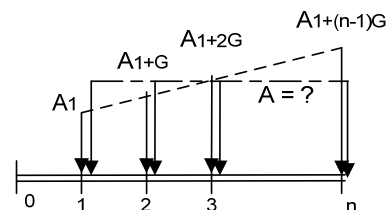
$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

$$F = A_1 (F / A_1, i\%, n) - G (F / G, i\%, n)$$



SERIE UNIFORME A Y GRADIENTE ARITMÉTICO G (A/G)

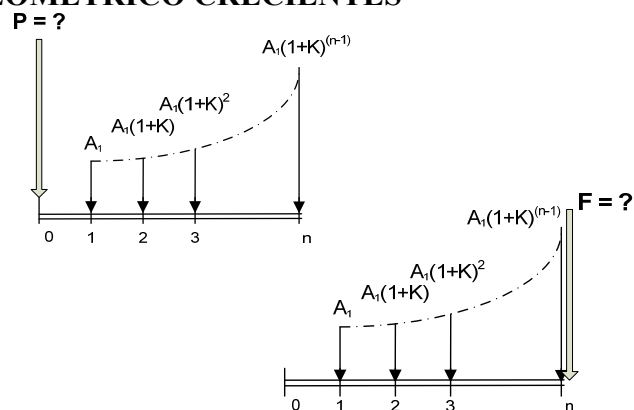
$$A = A_1 + G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right]$$



FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO CRECIENTES

$$P = \frac{A_1}{i - K} \left[1 - \left(\frac{1+K}{1+i} \right)^n \right]$$

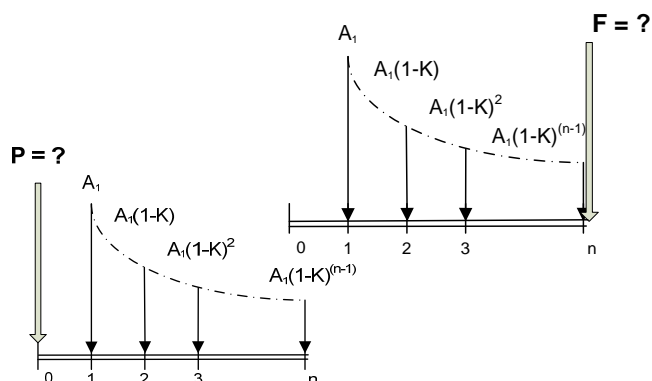
$$F = \frac{A_1}{i - K} \left[(1+i)^n - (1+K)^n \right]$$



FACTORES PARA SERIES GRADIENTE GEOMÉTRICO DECRECIENTES

$$F = \frac{A_1}{i + K} \left[(1+i)^n - (1-K)^n \right]$$

$$P = \frac{A_1}{i + K} \left[1 - \left(\frac{1-K}{1+i} \right)^n \right]$$

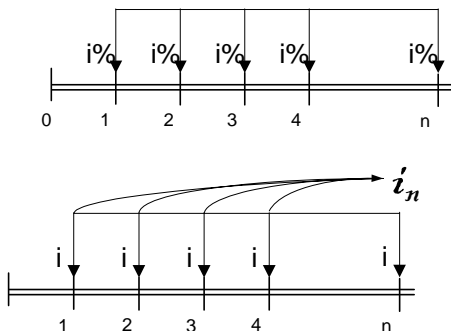


TASAS DE INTERÉS Y AMORTIZACIÓN DE DEUDAS

TASA DE INTERÉS NOMINAL

r = tasa de interés por periodo x número de periodos

TASA DE INTERÉS EFECTIVA



$$i_{CP} \% = \frac{r\%}{n}$$

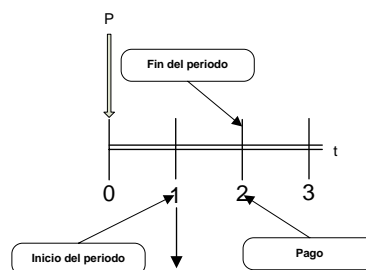
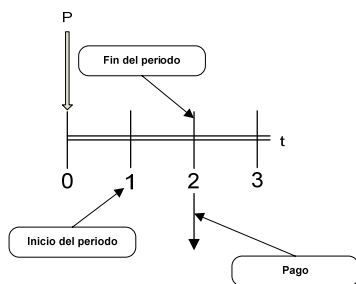
$$i_n = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$$

TASAS DE INTERÉS CONTINUAS

$$i = e^r - 1$$

$$r = \ln(1 + i)$$

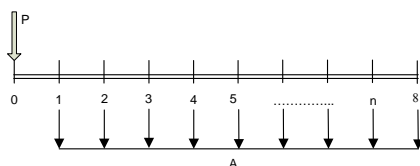
TASAS DE INTERÉS VENCIDAS TASAS DE INTERÉS ANTICIPADAS



$$i_{pv} = \frac{i_{pa}}{1 - i_{pa}}$$

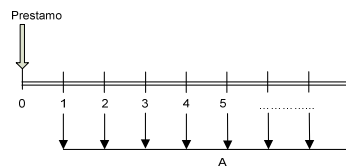
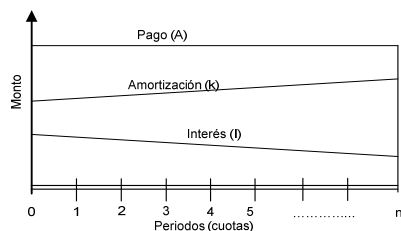
$$i_a = \frac{i_{pv}}{1 + i_{pv}}$$

SERIES PERPETUAS



$$P = A \cdot \left(\frac{1}{i}\right)$$

SISTEMA DE AMORTIZACIÓN FRANCÉS PRICE



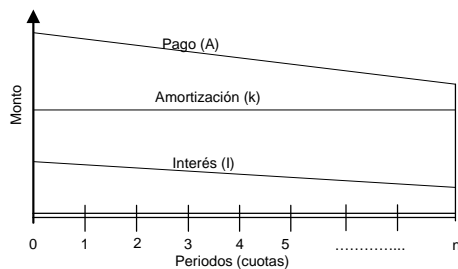
$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

$$k = \text{Pago} - I$$

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	P			
1	$P_1 = P - k$	$A - P \cdot i$	$P \cdot i$	A
2	$P_2 = (P - k) - k$	$A - P_1 \cdot i$	$P_1 \cdot i$	A
3	$P_3 = P_2 - k$	$A - P_2 \cdot i$	$P_2 \cdot i$	A
4	$P_4 = P_3 - k$	$A - P_3 \cdot i$	$P_3 \cdot i$	A
5	$P_5 = P_4 - k$	$A - P_4 \cdot i$	$P_4 \cdot i$	A

SISTEMA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE



$$k = \frac{P}{n}$$

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

$$A = k + I$$

n	Saldo	Amortización	Interés	Pago
0	P			
1	$P_1 = P - k$	k	$P \cdot i$	$k + P \cdot i$
2	$P_2 = (P - k) - k$	k	$P_1 \cdot i$	$k + P_1 \cdot i$
3	P_3	k	$P_2 \cdot i$	$k + P_2 \cdot i$
4	P_4	k	$P_3 \cdot i$	$k + P_3 \cdot i$
5	P_5	k	$P_4 \cdot i$	$k + P_4 \cdot i$

MÉTODOS DETERMINISTICOS EN ANÁLISIS DE INVERSIONES

TASA MÍNIMA ATRACTIVA (TMA)

$$\text{TMA} = \text{tasa de inflación} + \text{premio al riesgo}$$

VALOR ACTUAL NETO (VAN)

Consiste en traer del futuro al presente cantidades monetarias en forma equivalente.

- Paso 1: Graficar en un diagrama de flujo los factores de la inversión.
- Paso 2: Traer al presente todas las cantidades futuras
- Paso 3: Realizar operaciones de suma y resta en el mismo período
- Paso 4: Analizar resultados en base a los siguientes parámetros:

- Si $\text{VAN} \geq 0$ Aceptar la inversión
- Si $\text{VAN} < 0$ Rechazar la inversión

TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)

El TIR es la tasa de descuento que hace al VAN igual a cero, así también es la tasa de descuento que hace que la suma de los flujos descontados sea igual a la inversión inicial.

- Paso 1: Graficar en un diagrama de flujo los factores de la inversión.
- Paso 2: Aplicar VAN, pero dejando en formulas donde la incógnita es la tasa de interés.
- Paso 3: Mediante algún método hallar i .
- Paso 4: Comparar con la TMA en base al siguiente parámetro.

- Si $\text{TIR} \geq \text{TMA}$ aceptar la inversión
- Si $\text{TIR} < \text{TMA}$ rechazar la inversión

VALOR ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (VAUE)

Este método expresa todos los flujos de un horizonte de tiempo, en una cantidad uniforme por período, es decir, los expresa como serie de flujo A (serie uniformes continuas)

- Paso 1: Graficar en un diagrama de flujo los factores de la inversión.
- Paso 2: Trasladar todas las cantidades a series uniformes
- Paso 3: Una vez obtenidas las series uniformes, restar y/o sumar.
- Paso 4: Cuando se compara alternativas, se elige el que tiene mayor VAUE.

COSTO ANUAL UNIFORME EQUIVALENTE (CAUE)

Tiene básicamente el mismo procedimiento que el VAUE, solo que como hay más costos, estos son positivos y se elige el menor costo. Este método se lo usa cuando los costos priman en la inversión.

ANÁLISIS DE LA INVERSIÓN ADICIONAL O INCREMENTAL

Sirve para comparar alternativas con diferente inversión.

- Paso 1: Hallar el VAN de cada una de las alternativas existentes.
- Paso 2: Escoger solamente las que el VAN es mayor o igual a cero.
- Paso 3: Ordenar de menor a mayor las alternativas rentables en base a su inversión, la menor será la alternativa 1, la que le sigue será la alternativa 2, así sucesivamente.
- Paso 4: Tomar como referencia la alternativa 1, a partir de esta referencia se analizan si a los incrementos de inversión corresponde el suficiente incremento de ganancias.
- Paso 5: Restar la inversión y las ganancias a la alternativa 2 de la alternativa 1.
- Paso 6: Aplicar el método del VAN a los resultados.
- Paso 7: Si VAN positivo, entonces se acepta el incremento, comparar la alternativa 2 con la alternativa 3.
- Paso 8: En caso contrario quedarse con la alternativa 1 y compararla con la alternativa 3, y así sucesivamente.

APLICACIONES A PROYECTOS INDUSTRIALES

BALANCE GENERAL

$$\text{ACTIVOS} = \text{Pasivos} + \text{Patrimonio}$$

DEBE > HABER, se dice que hay *Saldo Deudor*
 HABER > DEBE, se dice que hay *Saldo Acreedor*,
 Si son iguales el saldo es cero o nulo.

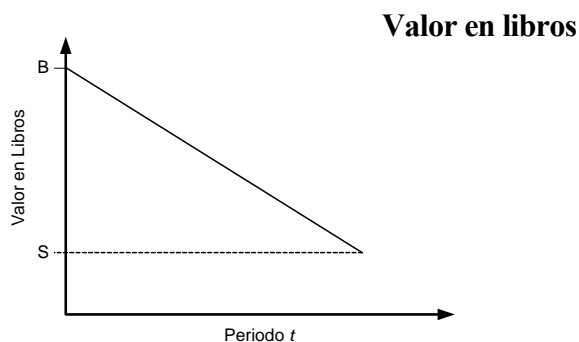
DEBE		CUENTA CAJA				HABER	
Apertura	Aporte Inicial 1/enero	Bs	1500	.-	Muebles	Bs	300 .-
Registros acumulados	Préstamo banco	Bs	900	.-	Inventarios	Bs	1700 .-
	Ingreso Ventas	Bs	700	.-	Equipo	Bs	80 .-
					Vehículos	Bs	100 .-
					Gastos	Bs	100 .-
Cierre					Saldo 30/enero	Bs	820 .-
		Bs	3100	.-		Bs	3100 .-
Reapertura	Reapertura	Bs	820	.-			

DEPRECIACIÓN LINEAL

$$D_t = (P - VS) \cdot d$$

$$D_t = \frac{P - VS}{n}$$

$$d = d_t = \frac{1}{n}$$

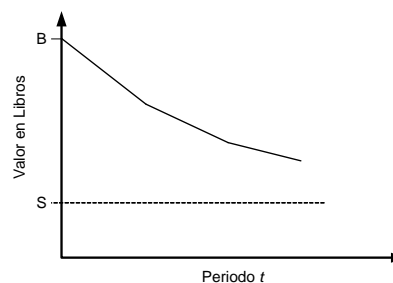


$$VL_t = P - t \cdot D_t$$

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

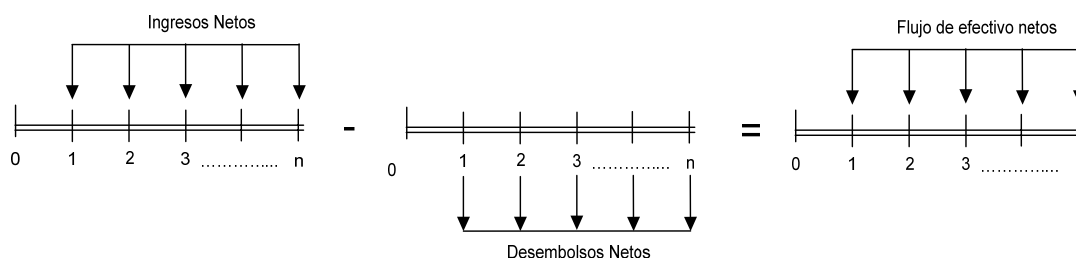
DEPRECIACIÓN ACELERADA SUMA DE LOS DÍGITOS DE LOS AÑOS

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$



$$VL_t = VL_{t-1} - D_{ti}$$

FLUJOS NETOS DE EFECTIVO



ANÁLISIS DE SUSTITUCIÓN

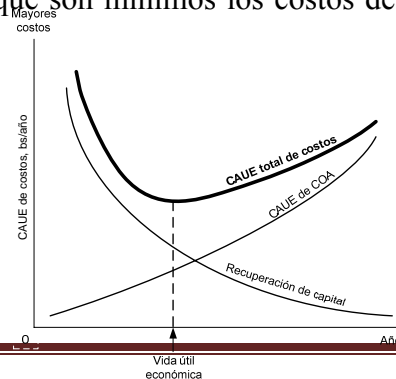
VIDA ÚTIL ECONÓMICA

La vida útil económica (VUE) es el número de años n en que son mínimos los costos del CAUE.

$$CAUE_{total} = RC + CAUE_{del\ COA}$$

RC: Recuperación de capital

CAUE del COA: CAUE del costo anual de operación



$$CAUE \text{ del COA} = - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j (P / F, i, j) \right] (A / P, i, k) \text{ para } k \text{ años}$$

$$\text{Recuperación de capital o RC} = -P(A / P, i, k) + VS_k(A / F, i, k) \text{ para } k \text{ años}$$

Fórmula general:

$$\text{Total CAUE}_k = -P(A / P, i, k) + VS_k(A / F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j (P / F, i, j) \right] (A / P, i, k)$$

ANÁLISIS DE MÚLTIPLES ALTERNATIVAS

ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES

ANÁLISIS INCREMENTAL MEDIANTE TASA INTERNA DE RETORNO EN PROYECTOS EXCLUYENTES

Los pasos para la solución son los siguientes:

- 1) Ordene las alternativas desde la inversión inicial menor hasta la inversión mayor. Registre la estimación de flujos de efectivo anual para cada alternativa de vidas iguales.
- 2) Solo para alternativas de ingreso calcule la tasa de interés i^* para la primera alternativa. De hecho esto hace que *no hacer* (NH) es el defensor y la primera alternativa el retador. Si $i^* < TMA$ elimine la alternativa y continúe con la siguiente, repita este procedimiento hasta que el valor de $i^* \geq TMA$ por primera vez y defina como dicha alternativa como el defensor, la siguiente alternativa ahora es el retador.
- 3) Determine el flujo de efectivo incremental entre el retador y el defensor utilizando la relación:

Flujo de efectivo incremental	=	Flujo de efectivo retador	-	Flujo de efectivo defensor
----------------------------------	---	------------------------------	---	-------------------------------

Establezca una relación TIR.

- 4) Calcule Δi^* para la serie de flujos de efectivo incremental utilizando una ecuación basada en VAN o en VAUE. (Se utiliza con mayor frecuencia el VAN)
- 5) Si $\Delta i^* \geq TMA$, el retador se convierte en el defensor y se elimina la alternativa del defensor anterior. Por el contrario si $\Delta i^* < TMA$, se descarta la alternativa del retador y el defensor permanece contra el próximo retador.

- 6) Repita los pasos 3) a 5) hasta que solamente quede una alternativa la cual será la seleccionada.

ALTERNATIVAS CON VIDAS ÚTILES IGUALES

Una Alternativa.- Calcule el Valor Anual Neto a partir de la TMA. Si $VAN \geq 0$, se alcanza o se excede la Tasa Mínima Atractiva, por lo tanto la alternativa es financieramente viable.

Dos o más Alternativas.- Determine el VAN de cada alternativa utilizando la TMA. Seleccione aquella con el VAN que sea mayor en términos numéricos

ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS CON VIDAS ÚTILES DIFERENTES MEDIANTE EL VAN

El requerimiento de servicio igual puede satisfacerse mediante dos enfoques:

1. Comparar las alternativas durante un periodo de tiempo igual al mínimo común múltiplo (MCM) de sus vidas.
2. Comparar las alternativas utilizando un periodo de estudio de longitud n años, que no necesariamente considera las vidas de las alternativas. Éste se denomina el enfoque de horizonte de planeación.

ALTERNATIVAS INDEPENDIENTES

Combinación de los proyectos es de 2^m proyectos independientes incluido la alternativa de *no hacer*.

ANÁLISIS DE VALOR PRESENTE PARA PROYECTOS CON VIDAS ÚTILES IGUALES

1. Defina los conjuntos mutuamente excluyentes que su inversión inicial total no sobrepasen el valor del capital de inversión b .
2. Sume los flujos de efectivos netos FEN_{jt} para todos los proyectos en cada conjunto j y cada año t desde 1 hasta la vida esperada n_j . Envíese a la inversión inicial para el paquete j en el momento $t=0$ como FEN_{j0} .
3. Calcule el valor actual neto, VAN_j , para cada paquete con la TMA.

$VAN_j = VAN$ de los flujos de efectivo netos del conjunto - la inversión inicial

$$VAN_j = \sum_{t=1}^{i=n_j} FEN_{jt} (P/F, i, t) - FEN_{j0}$$

4. Seleccione el conjunto con el valor VAN_j (numéricamente) mayor.

ANÁLISIS DE VALOR PRESENTE PROYECTOS CON VIDAS ÚTILES DIFERENTES

El método del para la solución de elaboración de presupuesto de capital supone que cada proyecto durara el periodo del proyecto con la vida más larga n_L

ELECCIÓN DE EJECUCIÓN DE PROYECTOS MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL**Maximizar:**

$$\sum_{k=1}^{k=m} VAN_k x_k = Z$$

Restricciones:

$$\sum_{k=1}^{k=m} FEN_{k0} x_k \leq b$$

$$x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m$$

El VAN de cada proyecto se calcula con la TMA
 $VAN_k = VAN$ de los FEN del proyecto para n_k años

$$VAN_k = \sum_{k=1}^{k=m} FEN_{kt} (P/F, i, t) - FEN_{k0}$$

Expresado en ecuaciones se tiene:

$$VAN_A \cdot x_1 - VAN_B \cdot x_2 + VAN_C \cdot x_3 + VAN_D \cdot x_4 = Z$$

$$P_A \cdot x_1 - P_B \cdot x_2 + P_C \cdot x_3 + P_D \cdot x_4 \leq b$$

ANÁLISIS BAJO CONDICIONES DE RIESGO E INCERTIDUMBRE**ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD**

Mide la sensibilidad de una determinada inversión a cambios en sus factores (parámetros) no conocidos plenamente.

- Paso 1: Calcular el VAN de la inversión con la TMA.
- Paso 2: Elegir un factor de la inversión y hacerla variar en el rango previsto.
- Paso 3: Con cada variación en el rango del factor hallar el VAN de la inversión.
- Paso 4: Graficar los valores del VAN.
- Paso 5: Elegir otro factor de la inversión y hacerlo variar en el rango previsto.
- Paso 6: Repetir los pasos anteriores.
- Paso 7: Unir todas la graficas dibujadas y analizarlas.

ANÁLISIS BENEFICIO COSTO

Costos: estimación de gastos para la entidad gubernamental para la construcción, operación y mantenimiento del proyecto, menos cualquier valor de salvamento.

Beneficios: ventajas que experimentará el propietario, el público.

Contrabeneficios: desventajas para el propietario cuando se lleva a cabo el proyecto bajo consideración. Los contrabeneficios pueden consistir en desventajas económicas indirectas de la alternativa.

ANÁLISIS BENEFICIO COSTO DE UN SOLO PROYECTO

$$B/C = \frac{VAN \text{ de beneficios}}{VAN \text{ de costos}} = \frac{VAUE \text{ de beneficios}}{VAUE \text{ de costos}} = \frac{VF \text{ de beneficios}}{VF \text{ de costos}}$$

VAN: Valor Actual Neto

VAUE: Valor Anual Uniforme Equivalente

VF: Valor Futuro

Si $B/C \geq 1.0$, se determina que el proyecto es económicamente aceptable para los estimados y las tasas de descuento aplicada.

Si $B/C < 1.0$, el proyecto no es económicamente aceptable.

Razón B/C convencional

$$B/C = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios})}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C}$$

Razón B/C modificada

$$B/C_{\text{MODIFICADA}} = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios} - \text{costo M \& O})}{\text{inversión inicial}}$$

Medida del valor expresada como la diferencia entre beneficios y costos

$$B - C = \text{Beneficio neto} - \text{Costos}$$

Si $(B - C) \geq 0$, el proyecto es aceptable.

SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS B/C INCREMENTAL

La regla de elección es la siguiente

Si $B/C \text{ incremental} \geq 1$, se elige la alternativa de mayor costo, debido a que el costo adicional es justificable en términos económicos.

Si $B/C \text{ incremental} < 1$, se elige la alternativa de menor costo.

Siga los siguientes pasos para realizar de manera correcta el análisis de la razón B/C convencional para dos alternativas.

1. Determinar los costos equivalentes totales para ambas alternativas.
2. Ordene las alternativas por costo equivalente total, de las más pequeñas a las mayores. Calcule los costos incrementales (ΔC) para la alternativa de mayor costo. Este es el denominador en B/C.
3. Determine los beneficios equivalentes totales y cualquier contrabeneficio estimado para ambas alternativas. Calcule los beneficios incrementales (ΔB) para la alternativa de mayor costo. (Es decir, $\Delta(B-CB)$ si se consideran los contra beneficios.)
4. Calcule la razón B/C incremental utilizando la ecuación [10. 2].
$$\Delta B/C = \frac{(\text{beneficios} - \text{contrabeneficios})}{\text{costos}} = \frac{B - CB}{C}$$
5. Utiliza la guía para elegir la alternativa de mayor costo si $B/C \geq 1$.

ANEXOS D



SOLUCION DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 2.1 Un estudiante recibe la suma de 320 Bs. de un préstamo hecho hace 3 meses. Si el interés generado fue de 50 Bs. ¿Cuánto es el monto prestado?

SOLUCION

Datos: $F = 320 \text{ Bs.}$

$I = 50 \text{ Bs.}$

$$I = F - P \quad \dots \text{ de la Ec. 2.1}$$

$$P = F - I$$

$$P = 320 - 50$$

$$\underline{P = 270 \text{ Bs.}}$$

P 2.2 Claudia se presta 1 500 Bs. con un interés de 200 Bs para un tiempo de 2 meses. ¿Cuánto tendrá que pagar al cabo del tiempo previsto?

SOLUCION

Datos: $P = 1500 \text{ Bs.}$

$I = 200 \text{ Bs.}$

$$I = F - P \quad \dots \text{ de la Ec. 2.1}$$

$$F = P + I$$

$$F = 1500 + 200$$

$$\underline{F = 1700 \text{ Bs.}}$$

P 2.3 ¿Calcular a que tasa de interés simple realizo el préstamo el estudiante del ejercicio propuesto 2.1?

SOLUCION

Datos: $n = 3 \text{ meses}$

$$i(\%) = \frac{I}{P \cdot n} \cdot 100\% \quad \dots \text{ de la Ecc 2.2}$$

$$i(\%) = \frac{50}{270 \cdot 3} \cdot 100\%$$

$$\underline{i(\%) = 6.17\%}$$

P 2.4 ¿Calcular a que tasa de interés simple se prestó Claudia, del ejercicio propuesto 2.2?

SOLUCION

Datos: $n = 2 \text{ meses}$

$$i(\%) = \frac{I}{P \cdot n} \cdot 100\% \quad \dots \text{ de la Ecc 2.2}$$

$$i(\%) = \frac{200}{1500 \cdot 2} \cdot 100\%$$

$$\underline{i(\%) = 6.67\%}$$

P 2.5 Si se acumulan 6 500 \$us después de 6 años a una tasa de interés simple del 14% anual. Calcular: (a) El monto inicial y (b) El interés.

SOLUCION

Datos: $F = 6500 \text{ $us.}$

$n = 6 \text{ años}$

$i = 14\%$

a)

$$F = P \cdot (1 + i \cdot n) \quad \dots \text{ de la Ecc 2.3}$$

$$P = \frac{F}{(1 + i \cdot n)}$$

$$\underline{P = 3532.61 \text{ $us.}}$$

b)

$$I = F - P \quad \dots \text{ de la Ec. 2.1}$$

$$I = 6500 - 3532.61$$

$$\underline{I = 2967.4 \text{ $us}}$$

P 2.6 Si usted solicita un préstamo de 3 000 \$us por dos años al 10% anual de interés simple. ¿Cuánto dinero deberá pagar al finalizar el tiempo previsto?

SOLUCION

Datos: $P = 3000 \text{ \$us}$

$n = 2 \text{ años}$

$i = 10\%$

$$F = P \cdot (1 + i \cdot n) \quad \dots \text{ de la Ecc 2.3}$$

$$F = 3000 \cdot (1 + 0.10 \cdot 2)$$

$$\underline{F = 3600 \text{ \$us}}$$

P 2.7 Se realiza un préstamo de 5000 \$us a una tasa de interés compuesto del 8% trimestral, determine el interés que se va a pagar después de 2 años.

SOLUCION

Datos: $P = 5000 \text{ \$us}$

$i = 8\% \text{ trimestral}$

$n = 8 \text{ trimestres (2 años)}$

$$F = P \cdot (1 + i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$F = 5000 \cdot (1 + 0.8)^8$$

$$\underline{F = 9254.65 \text{ \$us}}$$

P 2.8 Compare el interés simple y el interés compuesto generado al depositar 10000 \$us durante 5 años a una tasa de interés del 12% anual.

SOLUCION

Datos: $P = 10000 \text{ \$us}$

$n = 5 \text{ años}$

$i = 12\%$

Interés simple:

$$F = P \cdot (1 + i \cdot n) \quad \dots \text{ de la Ecc 2.3}$$

$$F = 10000 \cdot (1 + 0.12 \cdot 5)$$

$$\underline{F = 16000 \text{ \$us}}$$

Interés compuesto:

$$F = P \cdot (1 + i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$F = 10000 \cdot (1 + 0.12)^5$$

$$\underline{F = 16623.42 \text{ \$us}}|$$

Observamos que existe una diferencia de 1623.42 \$us.

P 2.9 Si se realiza un anuncio que si usted hace un depósito y al cabo de 7 años duplicara el monto depositado, ¿A qué tasa de interés se lo tendría que realizar?

SOLUCION

Datos: $n = 7$ años

$$P = x$$

$$F = 2 \cdot x$$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$2 \cdot x = x \cdot (1+i)^7$$

Simplificamos la ecuación

$$2 = (1+i)^7$$

$$\sqrt[7]{2} = \sqrt[7]{(1+i)^7}$$

$$1.1041 = 1+i$$

$$\underline{i = 10.41\%}|$$

P 2.10 Un inversionista tiene la opción de comprar una extensión de tierra que valdrá 15000 \$us dentro de cinco años. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar ahora el inversionista por esta propiedad? Trabaje con una tasa de 6%.

SOLUCION

Datos: $F = 15000 \text{ \$us}$

$n = 5$ años

$i = 6\%$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$P = \frac{15000}{(1+0.06)^5}$$

$$\underline{P = 11208.87 \text{ \$us}}|$$

P 2.11 Falta un mes para las elecciones del centro de carrera, para esto el frente PODER-CIVIL necesita la suma de 2000 Bs. para gastos de propaganda. El presidente del frente acude una persona externa quien le prestará el monto a una tasa de interés de 5% mensual y que tendrá que devolver en 5 meses. ¿Cuánto se tendrá que devolver al cabo del tiempo?

SOLUCION

Datos: $P = 2000 \text{ Bs.}$

$i = 5\%.$

$n = 5 \text{ meses}$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$F = 2000 \cdot (1+0.05)^5$$

$$\underline{F = 2552.53 \text{ Bs.}}$$

P 2.12 ¿En qué tiempo se podrá triplicar una cantidad a una tasa de interés del 4%?

SOLUCION

Datos: $i = 4\%.$

$P = x$

$F = 3 \cdot x$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$3 \cdot x = x \cdot (1+0.04)^n$$

$$\log(3) = n \cdot \log(1.04)$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.04)}$$

$$\underline{n = 28.01 = 28 \text{ meses}}$$

P 2.13 Un egresado de la carrera realizo un pago adeudado de 3250 Bs. a un familiar cercano, si este le prestó la suma de 2800 Bs. con una tasa de interés del 3% mensual, ¿En qué tiempo se devolvió el dinero?

SOLUCION

Datos: $F = 3250 \text{ Bs.}$

$$P = 2800 \text{ Bs.}$$

$$i = 3\% \text{ mensual}$$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$3250 = 2800 \cdot (1+0.03)^n$$

$$1.16071 = (1+0.03)^n$$

$$\log(1.16071) = n \cdot \log(1+0.03)$$

$$n = \frac{\log(1.16071)}{\log(1.03)}$$

$$\underline{n = 5.042 = 5 \text{ meses}}$$

P 2.14 Si se desea ahorrar durante un año una cantidad de 20000 Bs. en un banco que paga un interés de 1.3% mensual, ¿Cuanto se tendrá que depositar actualmente para que esta cifra llegue al monto deseado?

SOLUCION

Datos: $F = 20000 \text{ Bs.}$

$$i = 1.3\% \text{ mensual}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$P = \frac{20000}{(1+0.013)^{12}}$$

$$\underline{P = 17128.4 \text{ Bs.}}$$

P 2.15 El interés generado de un préstamo es de 120 dólares, si el monto inicial es de 1300 dólares y el tiempo transcurrido es de 5 meses. ¿Cuál es la tasa de interés?

SOLUCION

Datos: $I = 120 \text{ \$us.}$

$$P = 1300 \text{ \$us.}$$

$$n = 5 \text{ meses}$$

$$I = F - P \quad \dots \text{ de la Ec. 2.1}$$

$$F = I + P$$

$$F = 1300 + 120$$

$$F = 1420 \text{ \$us}$$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$1420 = 1300 \cdot (1+i)^5$$

$$1.09231 = (1+i)^5$$

$$\sqrt[5]{1.09231} = \sqrt[5]{(1+i)^5}$$

$$\boxed{i = 1.78\%}$$

SOLUCION DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 3.1 Suponga que una persona recibirá 15 000 \$us dentro de 3 años. Si la tasa de interés anual es del 6% ¿Cuál es el valor actual de esta cantidad?

SOLUCION

Datos: $F = 15000$ \$us

$n = 3$ años

$i = 6\%$

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \dots \text{ de la Ec. 3.2}$$

$$P = \frac{15000}{(1+0.06)^3}$$

$$\underline{P = 12594.3 \text{ $us}}$$

P 3.2 A que tasa de interés anual se invertirán 2 300 \$us hoy para que tengan un valor de 4 500 \$us en 10 años.

SOLUCION

Datos: $P = 2300$ \$us

$F = 4500$ \$us

$n = 10$ años

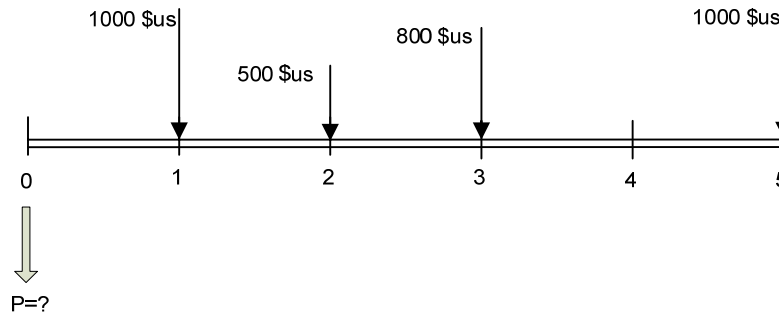
$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$4500 = 2300 \cdot (1+i)^{10}$$

$$1.9566 = (1+i)^{10}$$

$$\underline{i = 6.94\%}$$

P 3.3 Encuentre P en el diagrama de flujo siguiente, si la i es igual al 14%



SOLUCION

$$P = 1000(P/F, 14\%, 1) + 500(P/F, 14\%, 2) + 800(P/F, 14\%, 3) + 1000(P/F, 14\%, 5)$$

$$P = \frac{1000}{(1+0.14)^1} + \frac{500}{(1+0.14)^2} + \frac{800}{(1+0.14)^3} + \frac{1000}{(1+0.14)^5}$$

$$P = 877.2 + 384.73 + 539.98 + 519.37$$

$$P = 2321.3 \text{ \$us}$$

P 3.4 Encuentre el valor futuro “ F ” si se deposita hoy un cantidad de 15 000 Bs a una tasa de interés de 5% trimestral durante 4 años.

SOLUCION

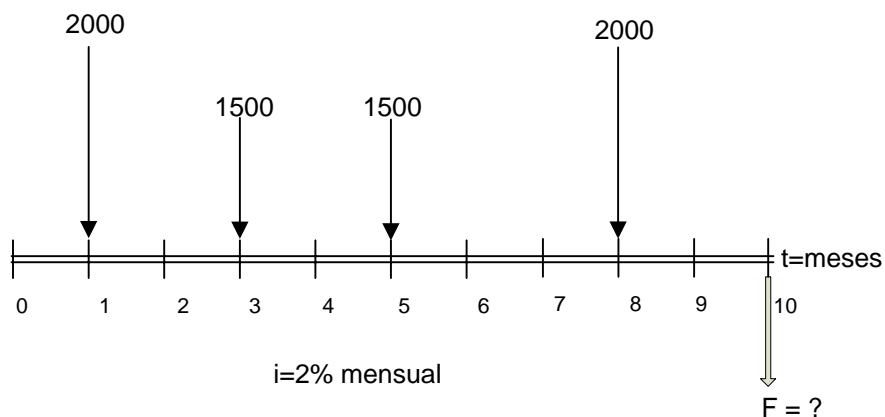
Datos: $P = 15000 \text{ Bs.}$
 $i = 5\% \text{ trimestral}$
 $n = 16 \text{ trimestres}$

$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{ de la Ec. 2.4}$$

$$F = 15000 \cdot (1+0.05)^{16}$$

$$F = 32743.1 \text{ Bs.}$$

P 3.5 Determine el valor futuro “ F ” para el siguiente diagrama de flujo.



SOLUCION

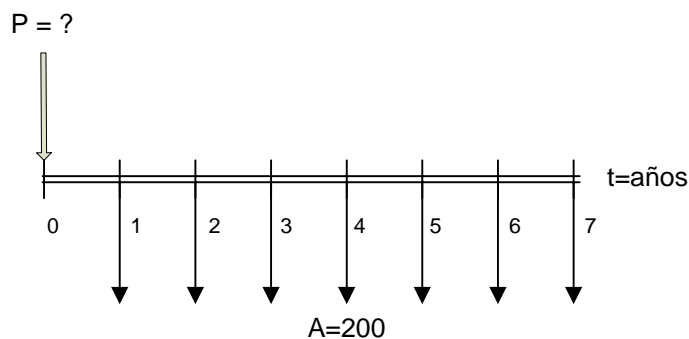
$$F = P \cdot (1+i)^n \quad \dots \text{de la Ec. 2.4}$$

$$F = 2000 \cdot (1+0.02)^9 + 1500 \cdot (1+0.02)^7 + 1500 \cdot (1+0.02)^5 + 2000 \cdot (1+0.02)^2$$

$$F = 2390.2 + 1723.03 + 1656.1 + 2080.8$$

$$\underline{F = 7850}$$

P 3.6 Calcular el valor presente “ P ” para el siguiente diagrama de flujo, si la tasa de interés compuesto es de 11% anual



SOLUCION

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad \dots \text{de la Ecc. 3.3}$$

$$P = 200 \left[\frac{(1+0.11)^7 - 1}{0.11 \cdot (1+0.11)^7} \right]$$

$$P = 200 \cdot (4.7122)$$

$$\underline{P = 942.44}$$

P 3.7 Determine el valor de serie uniforme “A” para un valor de $P=20000$ Bs si la tasa de interés compuesto es de 1.25% mensual, para un periodo de 24 meses

SOLUCION

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \dots \text{ de la Ecc. 3.4}$$

$$A = 20000 \left[\frac{0.0125(1+0.0125)^{24}}{(1+0.0125)^{24} - 1} \right]$$

$$A = 20000 \left[\frac{0.016842}{0.34735} \right]$$

$$\underline{A = 969.7 \text{ Bs.}}$$

P 3.8 Cuanto se debe depositar mensualmente en una cuenta de ahorros con una tasa mensual de 1.2% para obtener una suma de 20000 Bs dentro de 3 años.

SOLUCION

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \dots \text{ de la Ec. 3.5}$$

$$A = 20000 \left[\frac{0.012}{(1+0.012)^{36} - 1} \right]$$

$$A = 20000 \left[\frac{0.012}{0.53638} \right]$$

$$\underline{A = 447.44}$$

P 3.9 Se desea abrir una cuenta de ahorros con una tasa de interés compuesto del 12% anual, en la cual se depositara anualmente una suma de 2000 Bs. Determine con cuánto dinero contara en la cuenta de ahorros dentro 10 años.

SOLUCION

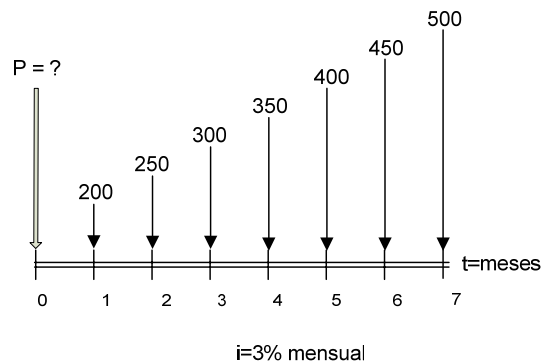
$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad \dots \text{ de la Ec. 3.6}$$

$$F = 2000 \left[\frac{(1+0.12)^{10} - 1}{0.12} \right]$$

$$F = 2000 \cdot (17.54)$$

$$\underline{F = 35097.5 \text{ Bs.}}$$

P 3.10 Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo.



SOLUCION

Datos: $A_1 = 200$

$G = 50$

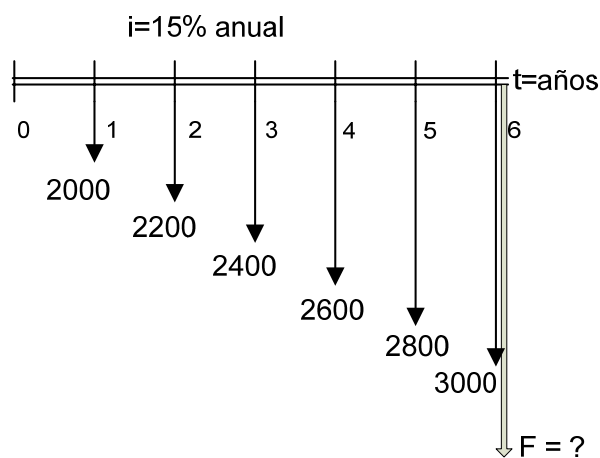
$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \dots \text{ de la Ec. 3.7}$$

$$P = 200 \left[\frac{(1+0.03)^7 - 1}{0.03(1+0.03)^7} \right] + \frac{50}{0.03} \left[\frac{(1+0.03)^7 - 1}{0.03(1+0.03)^7} - \frac{7}{(1+0.03)^7} \right]$$

$$P = 200[6.23] + \frac{50}{0.03}[6.23 - 5.69]$$

$$\underline{P = 2143.8}$$

P 3.11 Calcular el valor futuro “ F ” para el siguiente diagrama de flujo.



SOLUCION

Datos: $A_1 = 2000$
 $G = 200$

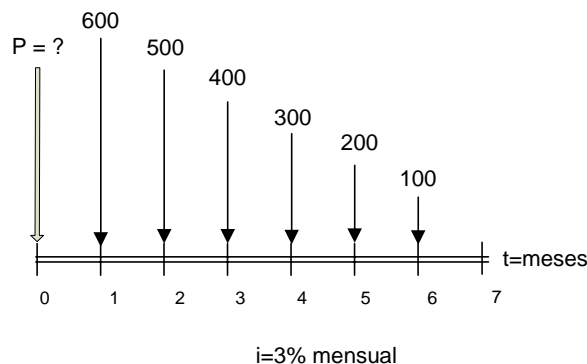
$$F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] \quad \dots \text{ de la Ec. 3.9}$$

$$F = 2000 \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15} \right] + \frac{200}{0.15} \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15} - 6 \right]$$

$$F = 2000[8.75] + \frac{200}{0.15}[8.75 - 6]$$

$$\underline{F = 21179.13}$$

P 3.12 Calcular el valor presente “ P ” para el siguiente diagrama de flujo.



SOLUCION

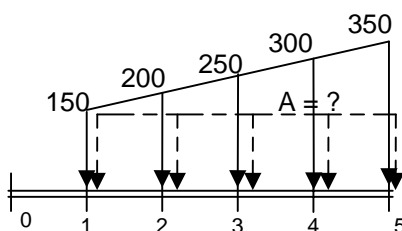
Datos: $A_1 = 600$
 $G = 100$

$$P = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad \dots \text{de la Ec. 3.8}$$

$$P = 600 \left[\frac{(1+0.03)^6 - 1}{0.03(1+0.03)^6} \right] - \frac{100}{0.03} \left[\frac{(1+0.03)^6 - 1}{0.03(1+0.03)^6} - \frac{7}{(1+0.03)^6} \right]$$

$$\underline{P = 1942.7}$$

P 3.13 Calcular la serie uniforme “ A ” para el siguiente diagrama de flujo con una tasa de interés del 12% anual.



SOLUCION

Datos: $A_1 = 150$

$G = 50$

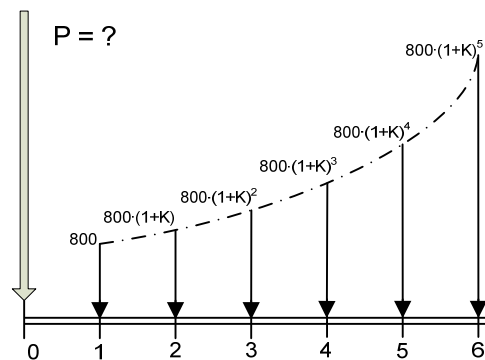
$$A = A_1 + G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad \dots \text{de la Ec. 3.11}$$

$$A = 150 + 50 \left[\frac{1}{0.12} - \frac{5}{(1+0.12)^5 - 1} \right]$$

$$A = 150 + 50[1.77]$$

$$\underline{A = 238.73}$$

P 3.14 Calcular el valor presente “P” para el siguiente diagrama de flujo, donde se tiene una tasa de interés $i=10\%$ anual y una constante geométrica $K=13\%$



SOLUCION

Datos: $K = 13\%$

$A_1 = 800$

$$P = \frac{A_1}{i - K} \left[1 - \left(\frac{1+K}{1+i} \right)^n \right] \quad \dots \text{de la Ec. 3.12}$$

$$P = \frac{800}{0.1 - 0.13} \left[1 - \left(\frac{1+0.13}{1+0.1} \right)^6 \right]$$

$$P = \frac{800}{-0.03} [-0.175]$$

$$\underline{P = 4672.2}$$

P 3.15 Se realiza un depósito de 500 \$us hoy y a partir del próximo mes se aumentara en un 10% del mes anterior, durante 24 meses, determine el valor futuro “*F*” para una tasa de interés del 2% mensual.

SOLUCION

Datos: $K = 10\%$
 $A_1 = 500$

$$F = \frac{A_1}{i - K} \left[(1+i)^n - (1+K)^n \right] \quad \dots \text{ de la Ec. 3.13}$$

$$F = \frac{500}{-0.08} [-8.24]$$

$$\underline{F = 51508.1 \text{ $us.}}$$

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 4.1 Para una tasa de interés de 8% anual compuesto mensualmente, determine el número de veces que se capitalizaría el interés por trimestre, por semestre, por un año y en 2 años.

SOLUCIÓN

Datos: *Año = 12 meses*

$$i = 8\%$$

Un trimestre contiene 3 meses por lo tanto se capitaliza 3 veces.

Un semestre contiene 6 meses por lo tanto se capitaliza 6 veces.

Un año contiene 12 meses por lo tanto se capitaliza 12 veces.

En 2 años se tendrá 24 meses por lo tanto se capitaliza 24 veces.

P 4.2 Para una tasa de interés de 1.2% mensualmente, determine la tasa de interés nominal en un trimestre, para un semestre, 7 meses, un año y 3 años.

SOLUCIÓN

Datos: *i = 1.2% mensualmente*

Para un trimestre.

$$r = 1.2 \cdot 3 = 3.6\% \text{ trimestral}$$

Para un semestre.

$$r = 1.2 \cdot 6 = 7.2\% \text{ semestral}$$

Para 7 meses.

$$r = 1.2 \cdot 7 = 8.4\% \text{ cada 7 meses}$$

Para un año.

$$r = 1.2 \cdot 12 = 14.4\% \text{ anual}$$

Para 3 años.

$$r = 1.2 \cdot 36 = 43.2\% \text{ cada 3 años}$$

- P 4.3** Determine la tasa de interés efectiva anual para una tasa de 14% anual, compuesta a)
mensualmente b) trimestralmente c) semestralmente y d) cada 4 meses.

SOLUCIÓN

Datos: $r = 14\% \text{ anual}$

a) *Mensualmente* $m = 12$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.14}{12}\right)^{12} - 1 = 14.93\%$$

b) *Trimestralmente* $m = 4$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^4 - 1 = 14.75\%$$

c) *Semestralmente* $m = 2$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.14}{2}\right)^2 - 1 = 14.49\%$$

d) *Cada 4 meses* $m = 3$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.14}{3}\right)^3 - 1 = 14.66\%$$

- P 4.4** Determine cuanto se pagara un préstamo de 5 500 Bs después de un año con una
tasa nominal de 16% anual.

Datos: $r = 16\% \text{ anual}$

SOLUCIÓN

$$F = P \cdot (1 + 0.16)$$

$$F = 5500 \cdot (1 + 0.16)$$

$$F = 6380 \text{ Bs}$$

P 4.5 Determinar cuánto se pagara al final del año, para un préstamo de 2 000 \$us tasa de 15% anual compuesto mensualmente.

SOLUCIÓN

Datos: $r = 15\%$ anual compuesta mensualmente

$m = 12$

$$F = P \cdot \left[1 + \left[\left(1 + \frac{i}{m} \right)^m - 1 \right] \right]$$
$$F = 2000 \cdot \left[1 + \left[\left(1 + \frac{0.15}{12} \right)^{12} - 1 \right] \right]$$
$$F = 2321.51 \text{ \$us}$$

P 4.6 Se ha realizado un préstamo de 10 000 Bs con una tasa nominal de 12% anual compuesta mensualmente. Determinar cuanto se recibirá después de 3 años. **SOLUCIÓN**

Datos: $r = 12\%$ anual compuesta mensualmente

La forma mas rápida para determinar es hallando la tasa de interés efectiva en un periodo de 3 año ($m=36$ meses), sabiendo que la tasa nominal es

$$r = 12\% \cdot 3 = 36\% \text{ anual}$$

Como se capitaliza cada mes $m=36$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.36}{36} \right)^{36} - 1 = 43.077\%$$

$$F = 10000 \cdot (1 + 0.43077)$$

$$F = 14307.688 \text{ Bs}$$

P 4.7 Una tarjeta de crédito tiene una tasa de interés del 4% mensual sobre el saldo no pagado. (a) Calcule la tasa efectiva por período semestral. (b) Si la tasa de interés se expresa como 11% por trimestre, encuentre las tasas efectivas por periodos semestrales y anuales.

SOLUCIÓN

a) Datos: $r = 4\%$ mensual

Como se capitaliza cada mes $m=6$ en un semestre

$$r = 4\% \cdot 6 = 24\% \text{ semestral}$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.24}{6}\right)^6 - 1 = 26.53\%$$

b) Datos: $r=11\%$ trimestral

Como se capitaliza cada trimestre $m=2$ en un semestre

$$r = 11\% \cdot 2 = 22\% \text{ semestral}$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.22}{2}\right)^2 - 1 = 23.21\%$$

Datos: $r=11\%$ trimestral

Como se capitaliza cada trimestre $m=4$ en año

$$r = 11\% \cdot 4 = 44\% \text{ anual}$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.44}{4}\right)^4 - 1 = 51.81\%$$

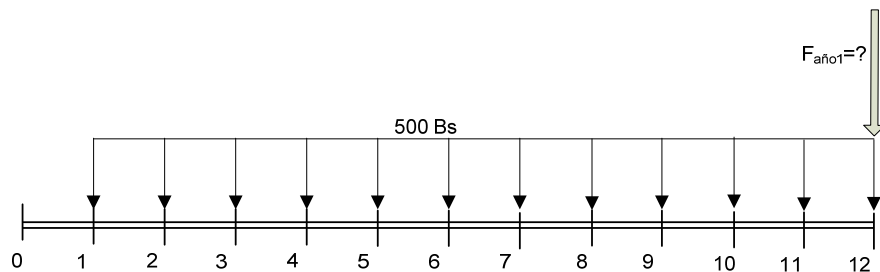
P 4.8 Se realiza depósitos mensuales de 500 Bs. durante 3 años, la tasa de interés variara en los tres años como se detalla, el primer año será del 11% anual compuesto mensualmente, el segundo año será de 12.5% compuesto mensualmente y el tercer año de 13% anual compuesto mensualmente. Determine la cantidad al final de cada año.

SOLUCIÓN

Datos: primer año $i=11\%$ anual compuesta mensualmente

Número de periodos $n=12$

$A=500$ Bs por mes



$$i = \frac{0.11}{12} = 0.00917 \text{ mensual}$$

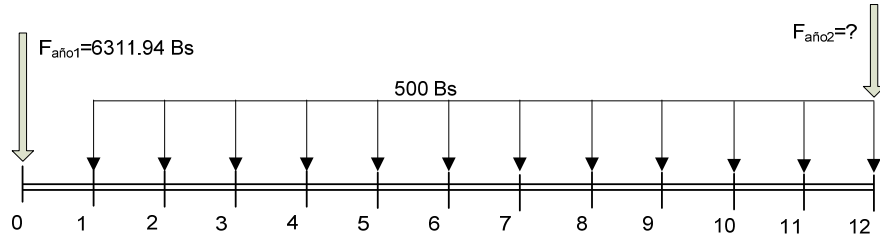
$$F_{\text{año1}} = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 500 \cdot \left[\frac{(1+0.00917)^{12} - 1}{0.00917} \right]$$

$F_{\text{año1}} = 6311.94$ Bs *El primer año*

Datos: *el segundo año* $i=12.5\%$ anual compuesta mensualmente

Número de periodos $n=12$

$A=500$ Bs por mes



$$i = \frac{0.125}{12} = 0.01042 \text{ mensual}$$

$$F_{\text{año2}} = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + F_{\text{año1}} \cdot (1+i)^n$$

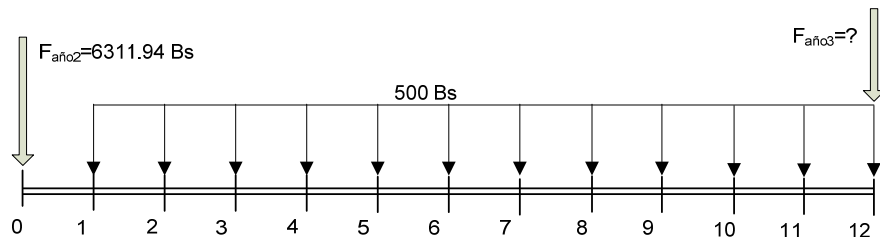
$$F_{\text{año2}} = 500 \cdot \left[\frac{(1+0.01042)^{12} - 1}{0.01042} \right] + 6311.94 \cdot (1+0.01042)^{12}$$

$F = 13503.71$ Bs *El segundo año*

Datos: *el tercer año* $i=13\%$ anual compuesta mensualmente

Número de periodos $n=12$

$A=500$ Bs por mes



$$i = \frac{0.13}{12} = 0.01083 \text{ mensual}$$

$$F_{\text{año}3} = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + F_{\text{año}2} \cdot (1+i)^n$$

$$F_{\text{año}3} = 500 \cdot \left[\frac{(1+0.01083)^{12} - 1}{0.01083} \right] + 13503.71 \cdot (1+0.01083)^{12}$$

$F = 21738.39$ Bs *El tercer año*

P 4.9 Para una tasa de interés del 16% anual, a) calcule la tasa de interés efectiva continua.

Datos: $r=16\%$ anual

SOLUCIÓN

$$i_{\text{continua}} = e^r - 1$$

$$i_{\text{continua}} = e^{0.16} - 1$$

$$i_{\text{continua}} = 0.1735$$

$$i_{\text{continua}} = 17.35\%$$

P 4.10 Dada las tasas nominales

a) $r=2\%$

b) $r=6\%$

c) $r=25\%$

Calcular la tasa efectiva continua

SOLUCIÓN

Datos: $r=2\%$

$$i_{\text{continua}} = e^r - 1$$

$$i_{\text{continua}} = e^{0.02} - 1$$

$$i_{\text{continua}} = 2.02\%$$

Datos: $r=6\%$

$$i_{\text{continua}} = e^{0.06} - 1$$

$$i_{\text{continua}} = 6.18\%$$

Datos: $r=25\%$

$$i_{\text{continua}} = e^{0.25} - 1$$

$$i_{\text{continua}} = 28.4\%$$

- P 4.11** Si en un banco se tiene ahorrados 12 000 Bs, a una tasa de interés del 9% anual capitalizada mensualmente. Determine la cantidad que se tendrá después de 5 años.

SOLUCIÓN

Datos: $P=12\,000\text{ Bs}$

$$i=9\%$$

Utilizando la tasa efectiva por PC de un mes se tiene que $m=12$:

$$i = \frac{9\%}{12} = 0.75\% \text{ mensual}$$

El tiempo es de 5 años contiene 60 meses por lo tanto $n=60$

$$F = P \cdot (1+i)^n$$

$$F = 12000 \cdot (1+0.0075)^{60}$$

$$F = 18788.17 \text{ Bs}$$

Utilizando una tasa efectiva anual se tiene:

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.09}{12}\right)^{12} - 1 = 9.38\%$$

$$F = 12000 \cdot (1+0.0938)^5$$

$$F = 18788.17 \text{ Bs}$$

- P 4.12** Se tiene tres ofertas para abrir una cuenta en un banco. El banco A paga un interés de 8% anual capitalizado semestralmente, el banco B paga 8% anual capitalizada mensualmente, el banco C 8% anual capitalizado trimestralmente. Si se va a depositar 500 Bs cada mes durante un año, cual banco será el que ofrece el mejor interés.

SOLUCIÓN

Datos: $i=8\%$

$$m=2$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.08}{2}\right)^2 - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = 8.16\%$$

Datos: $i=8\%$

$$m=12$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = 8.30\%$$

Datos: $i=8\%$

$$m=4$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^4 - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = 8.24\%$$

La mejor tasa la da el banco B

P 4.13 Se desea establecer un fondo de pensiones, de tal manera que atienda a perpetuidad los retiros de 5000 Bs mensuales para alguien que desea obtener su pensión de jubilación. Si la tasa de interés efectiva anual del 20%. Determine el valor que se debe tener para obtener el fondo de pensiones.

SOLUCIÓN

Datos: $i=20\%$

$$A=5000 \text{ Bs}$$

El interés efectivo por periodo de capitalización es

$$i = \frac{0.2}{12} = 0.01667$$

El fondo debe contar con:

$$P = A \cdot \frac{1}{i} = 5000 \cdot \frac{1}{0.01667}$$

$$P = 300000 \text{ Bs}$$

P 4.14 Se cuenta con un fondo de pensiones en el cual se tiene hasta el momento 220 000 Bs. se desea saber cuanto se debe recibir mensualmente si la tasa de interés es 12% anual.

SOLUCIÓN

Datos: $i = 12\%$ anual

$$P = 220000 \text{ Bs}$$

El interés efectivo por periodo de capitalización es

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

Se recibirá

$$A = P \cdot i = 220000 \cdot 0.01$$

$$P = 2200 \text{ Bs}$$

P 4.15 Determinar cuánto pagaríamos mensualmente por una vivienda valorizada en 35 000 \$us, financiada a 15 años, si la tasa de interés mensual es de 1%, realice un plan de amortización anual con el sistema PRICE.

SOLUCIÓN

Datos: $i = 1\%$

$$P = 35\,000 \text{ $us}; \quad n = 15 \quad A = ?$$

Como la amortización es anual y el interés efectivo es mensual se determinara una tasa de interés efectiva anual

$$i = 1\% \cdot 12 = 12\% \text{ anual}$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = 12.68\%$$

1° Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 35000 \cdot \left(\frac{0.1268(1+0.1268)^{15}}{(1+0.1268)^{15} - 1} \right) = 5326.70 \text{ \$us}$$

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

El interés para el primer periodo es:

$$I = 35000 \cdot 0.1268$$

$$I = 4438 \text{ \$us}$$

El valor de amortización del primer periodo

$$k = \text{Pago} - I$$

$$k = 5326.70 - 4438$$

$$k = 888.70 \text{ \$us}$$

El plan de amortización es

Años	Saldo	Amortización	Interés	Pago A
0	35000,00			
1	34111,30	888,70	4438,00	5326,70
2	33109,91	1001,39	4325,31	5326,70
3	31981,55	1128,36	4198,34	5326,70
4	30710,10	1271,44	4055,26	5326,70
5	29277,44	1432,66	3894,04	5326,70
6	27663,12	1614,32	3712,38	5326,70
7	25844,11	1819,02	3507,68	5326,70
8	23794,44	2049,67	3277,03	5326,70
9	21484,87	2309,57	3017,13	5326,70
10	18882,45	2602,42	2724,28	5326,70
11	15950,05	2932,41	2394,29	5326,70
12	12645,81	3304,24	2022,47	5326,70
13	8922,60	3723,21	1603,49	5326,70
14	4727,28	4195,32	1131,39	5326,70
15	0,00	4727,28	599,42	5326,70

- P 4.16** Determinar cuánto pagaríamos mensualmente por la compra de una retroexcavadora valorizada en 65 000 \$us, financiada a 8 años, si la tasa de interés efectiva anual es de 18%, realice un plan de amortización con el sistema PRICE y otro con el sistema de amortización constante.

SOLUCIÓN

Datos: $i=18\%$

$$P = 65\,000 \text{ $us}; \quad n=8 \quad A=?$$

Sistema de amortización de francés PRICE

Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$
$$A = 65000 \cdot \left(\frac{0.18(1+0.18)^8}{(1+0.18)^8 - 1} \right) = 15940.88 \text{ $us}$$
$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

El interés para el primer periodo es:

$$I = 65000 \cdot 0.18$$

$$I = 11700 \text{ $us}$$

El valor de amortización del primer periodo

$$k = \text{Pago} - I$$

$$k = 15940.88 - 11700$$

$$k = 4240.88 \text{ $us}$$

El plan de amortización es

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	65000,00			
1	60759,12	4240,88	11700,00	15940,88
2	55754,87	5004,24	10936,64	15940,88
3	49849,87	5905,01	10035,88	15940,88
4	42881,96	6967,91	8972,98	15940,88
5	34659,83	8222,13	7718,75	15940,88
6	24957,72	9702,11	6238,77	15940,88
7	13509,22	11448,49	4492,39	15940,88
8	0,00	13509,22	2431,66	15940,88

Sistema de amortización constante

Primero determinaremos la amortización k

$$k = \frac{P}{n} = \frac{65000}{8} = 8125 \text{ \$us}$$

Para el primer periodo se tiene.

El saldo para el primer periodo es:

$$\text{saldo} = P - k = 65000 - 8125$$

$$\text{saldo} = 56875 \text{ \$us}$$

El interés es para el primer periodo es:

$$I = P \cdot i = 65000 \cdot 0.18$$

$$I = 11700 \text{ \$us}$$

El pago para el primer periodo es:

$$\text{Pago} = k + I = 8125 + 11700$$

$$\text{Pago} = 19825 \text{ \$us}$$

Realizando una tabla se tiene:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	65000,00			
1	56875,00	8125,00	11700,00	19825,00
2	48750,00	8125,00	10237,50	18362,50
3	40625,00	8125,00	8775,00	16900,00
4	32500,00	8125,00	7312,50	15437,50
5	24375,00	8125,00	5850,00	13975,00
6	16250,00	8125,00	4387,50	12512,50
7	8125,00	8125,00	2925,00	11050,00
8	0,00	8125,00	1462,50	9587,50

P 4.17 Realice un plan de amortización con el sistema PRICE para pagar una deuda de 100 000 \$us, la cual se pagara mensualmente durante 10 años, si la tasa de interés mensual es de 1.2%. Si en el año 5 se realiza un depósito de 20 000 \$us, mas, determine el nuevo plan de pagos.

SOLUCIÓN

Datos: $i=1.2\%$

$$P = 100\,000 \text{ \$us}; \quad n=10 \quad A = ?$$

Como la amortización es anual y el interés efectivo es mensual se determinara una tasa de interés efectiva anual

$$i = 1.2\% \cdot 12 = 14.4\% \text{ anual}$$

$$i_{\text{efectiva}} = \left(1 + \frac{0.144}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_{\text{efectiva}} = 15.389\%$$

Calculamos la cuota a pagar mensualmente:

$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 35000 \cdot \left(\frac{0.15389(1+0.15389)^{10}}{(1+0.15389)^{10} - 1} \right) = 20221.46 \text{ \$us}$$

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

El interés para el primer periodo es:

$$I = 100000 \cdot 0.15389$$

$$I = 15389 \text{ \$us}$$

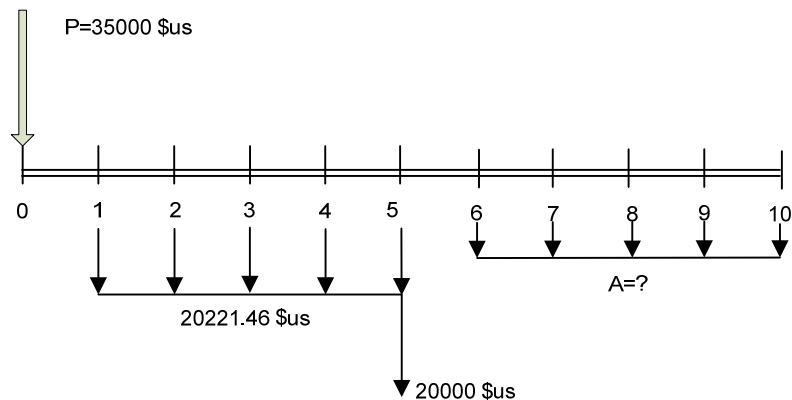
El valor de amortización del primer periodo

$$k = \text{Pago} - I$$

$$k = 20221.46 - 15389$$

$$k = 4832.46 \text{ \$us}$$

El plan de amortización hasta el año 5 es



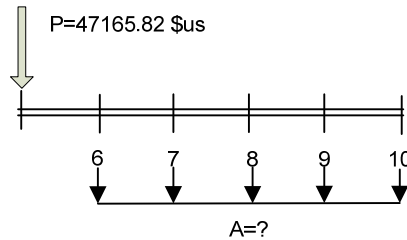
Años	Saldo	Amortización	Interés	Pago A	Pago extra
0	100000,00				
1	95167,54	4832,46	15389,00	20221,46	
2	89591,41	5576,13	14645,33	20221,46	
3	83157,17	6434,24	13787,22	20221,46	
4	75732,76	7424,41	12797,06	20221,46	
5	47165,82	28566,95	11654,51	20221,46	20000

Hasta el año 5 se debe 47 165.82 \$us, debiendo encontrar un nuevo plan de pagos

Datos: $i=15.389\%$ anual

$$P = 47\,165.82 \text{ $us}; \quad n = 5 \quad A = ?$$

Calculamos la cuota a pagar mensualmente:



$$A = P \cdot \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = 47165.82 \cdot \left(\frac{0.15389(1+0.15389)^5}{(1+0.15389)^5 - 1} \right) = 14200.11 \text{ $us}$$

$$I = \text{Saldo}_{i-1} \cdot i$$

El interés para el año 6 es:

$$I = 47165.82 \cdot 0.15389$$

$$I = 7258.35 \text{ $us}$$

El valor de amortización del primer periodo

$$k = \text{Pago} - I$$

$$k = 14200.11 - 7258.35$$

$$k = 6941.76 \text{ $us}$$

El nuevo plan de amortización hasta el año 5

Años	Saldo	Amortización	Interés	Pago A	Pago extra
0	100000,00				
1	95167,54	4832,46	15389,00	20221,46	
2	89591,41	5576,13	14645,33	20221,46	
3	83157,17	6434,24	13787,22	20221,46	
4	75732,76	7424,41	12797,06	20221,46	
5	47165,82	28566,95	11654,51	20221,46	20000
6	40224,06	6941,76	7258,35	14200,11	
7	32214,03	8010,03	6190,08	14200,11	
8	22971,34	9242,69	4957,42	14200,11	
9	12306,29	10665,05	3535,06	14200,11	
10	0,00	12306,29	1893,82	14200,11	

P 4.18 Una empresa constructora desea determinar un plan de pagos con sistema de amortización constante para cubrir una deuda de 50 000 \$us, la cual se pagara mensualmente durante 6 años, si la tasa de interés anual efectiva es de 24%. con un periodo de gracia de 2 años.

SOLUCIÓN

Datos: $i=24\%$ anual

$$P = 500\,000 \text{ $us}; \quad n = 6 \quad A = ?$$

Como se tiene un periodo de gracia de 2 años el número de periodos n es de 4

Primero determinaremos la amortización k

$$k = \frac{P}{n} = \frac{50000}{4} = 12500 \text{ $us}$$

Para el año 3 se tiene.

El saldo para el año 3 es:

$$\text{saldo} = P - k = 50000 - 12500$$

$$\text{saldo} = 37500 \text{ $us}$$

El interés es para el año 3 es:

$$I = P \cdot i = 50000 \cdot 0.24$$

$$I = 12000 \text{ $us}$$

El pago para el año 3 es:

$$Pago = k + I = 12500 + 12000$$

$$Pago = 24500 \$us$$

Realizando una tabla se tiene:

Años	Saldo	Amortización	Interes	Pago A
0	50000,00			
1	50000,00			
2	50000,00			
3	37500,00	12500,00	12000,00	24500,00
4	25000,00	12500,00	9000,00	21500,00
5	12500,00	12500,00	6000,00	18500,00
6	0,00	12500,00	3000,00	15500,00

SOLUCION DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 5.1 Se tiene una alternativa de inversión. Aumentar

Inversión	3500 bs.
Ingresos anuales netos	800 bs.
Vida útil (Años)	7

Determine si es necesario invertir en la alternativa según el criterio del VAN, la TMA es de 12% anual.

SOLUCION

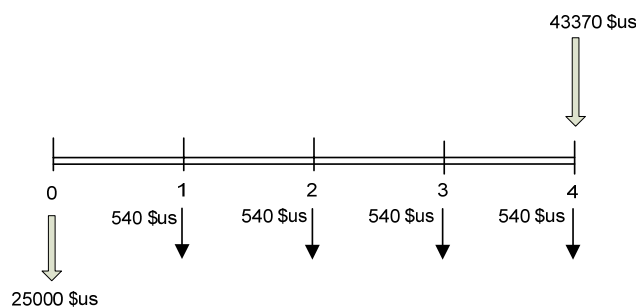
$$VAN = -3500 + 800(P/A, 12\%, 7)$$

$$VAN = -3500 + 3651$$

$$VAN = +151 \text{ bs.}$$

$VAN > 0$; se acepta a la alternativa.

P 5.2 Considere el siguiente diagrama de flujo y determine mediante el criterio del VAN si las inversiones son justificadas para una TMA de 13% anual

**SOLUCION**

$$VAN = -25000 - 540(P/A, 13\%, 4) + 60500(P/F, 13\%, 4)$$

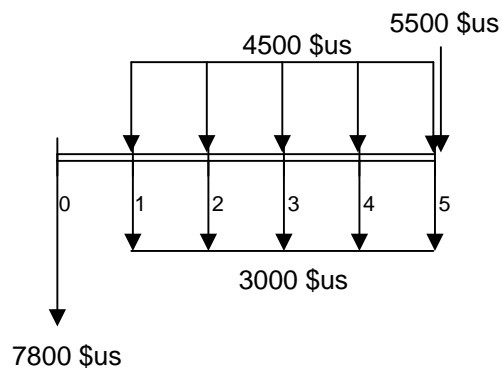
$$VAN = -25000 - 1606.2 + 26599.6$$

$$VAN = -6.6 \text{ bs.}$$

$VAN < 0$; rechazar la inversión.

P 5.3 Se desea comprar una camioneta pequeña a medio uso, para traslado de maquinaria de construcción y venderla en 5 años. Su costo es de 7800 \$us, su valor de reventa se estimó en 5500 \$us. Los costos anuales de mantenimiento, gasolina, seguro como SOAT y otros es de 3000 bs. y el ahorro en el traslado propio es de 4500 bs. Si la tasa de retorno es de 15%, ¿calcule si conviene seguir con la inversión mediante el método del VAN?

SOLUCION



$$VAN = -7800 + 1500(P/A, 15\%, 5) + 5500(P/F, 15\%, 5)$$

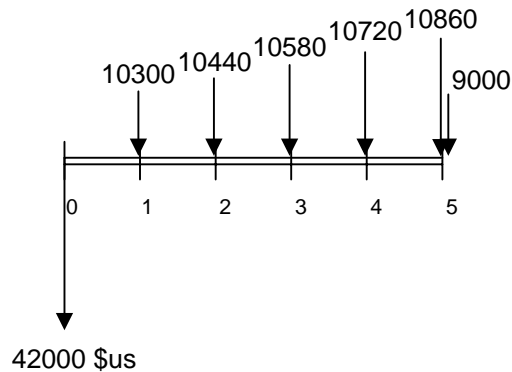
$$VAN = -7800 + 5028.2 + 2734.5$$

$$VAN = -37.3 \text{ \$us.}$$

$VAN < 0$, no conviene invertir

P 5.4 Se han invertido 42 000 \$us en un negocio que, según los cálculos, proporcionará ingresos de 10 300 \$us el primer año, con incrementos de 140 \$us anualmente, durante 5 años. Al final de ese tiempo, los activos que queden de la inversión podrían venderse en 9 000 \$us. Si la TMA del inversionista es de 13% anual, determine el VAN de los flujos de efectivo.

SOLUCION



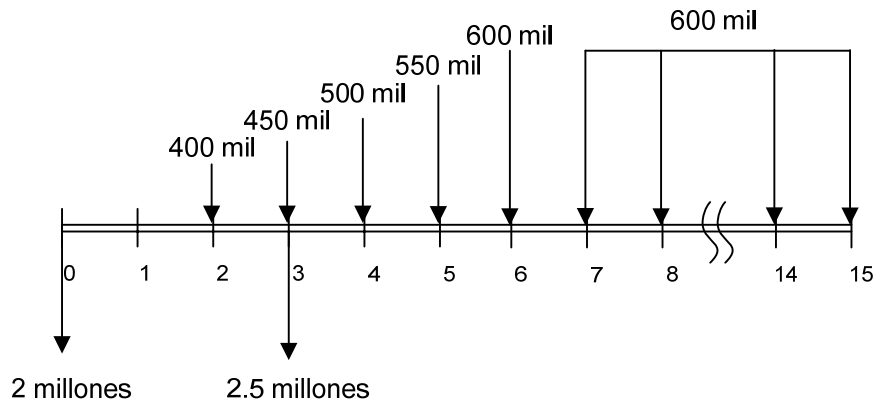
$$VAN = -42000 + 10300(P/G, 13\%, 5, 140) + 9000(P/F, 13\%, 5)$$

$$VAN = -42000 + 37092.7 + 4884.8$$

$$VAN = -22.5 \text{ $us.} \quad \text{Se rechaza la inversion}$$

P 5.5 La compañía de TV Cable “Interac TV” pretende expandir su servicio hacia el departamento de Santa Cruz, con los siguientes datos monetarios: Inversión inicial en la primera etapa del proyecto 2 millones de dólares; inversión en la segunda etapa al final de 3 años 2.5 millones. Ingresos por venta de membresía, 400 000 \$us el segundo año y aumento de 50 000 \$us en los años restantes hasta el año 6, después del cual los ingresos permanecerán constantes. Si se planea para un periodo de 15 años, determine el VAN de la inversión con una TMA del 8% anual.

SOLUCION



$$VAN = -2000000 - 2500000(P/F, 8\%, 3) +$$

$$400000(P/G, 8\%, 5, 50000)(P/F, 8\%, 1) + 600000(P/A, 8\%, 9)(P/F, 8\%, 6)$$

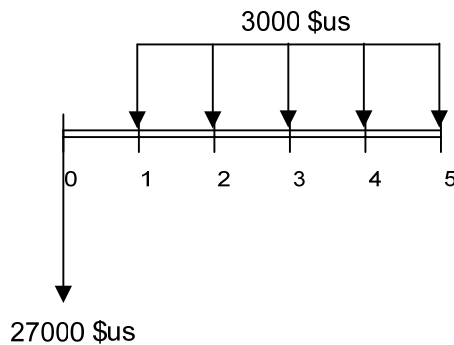
$$VAN = -2000000 - 1984580.6 + 1820097.5 + 2361959.4$$

$$VAN = 197476.3 \text{ \$us}$$

$$VAN > 0, \text{ se acepta la inversion}$$

P 5.6 Se invierten 27 000 bs. con la expectativa de recibir 6 000 bs al final de cada uno de los siguientes 5 años. ¿Cuál es la tasa interna de rendimiento de la inversión?

SOLUCION



$$VAN = -27000 + 6000(P/A, i\%, 5) = 0$$

$$VAN = -27000 + 6000 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i(1+i)^5} \right] = 0$$

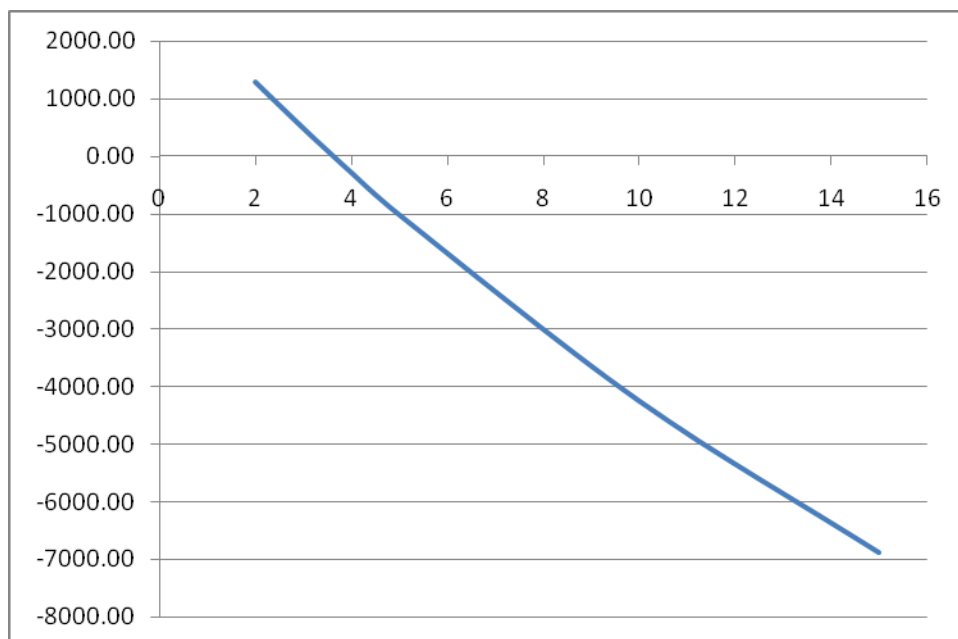
Nos damos valores de i hasta que la ecuacion anterior de cero

$i\%$	VAN
15	-6887.07
10	-4255.28
5	-1023.14
2	1280.76

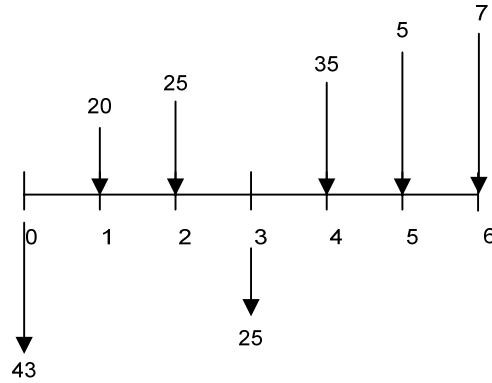
Observamos que cuando i esta entre los valores de 5% y 2% se produce el cambio de signo, es decir que habra un valor de i donde el resultado sea 0 (cero) o muy proximo a cero, y este valor de i sera la TIR

i%	VAN
15	-6887.07
10	-4255.28
5	-1023.14
3.7	-62.45
3.65	-24.39
3.62	-1.51
3.618	0.02
3.61	6.13
3.6	13.76
3.5	90.31
3	478.24
2	1280.76

La TIR es 3.618%



P 5.7 Calcúlese la TIR del diagrama de flujo de efectivo mostrado en la gráfica siguiente:



SOLUCION

$$VAN = -43 + 20(P/F, i\%, 1) + 25(P/F, i\%, 2) - 25(P/F, i\%, 3) + 35(P/F, i\%, 4) + 5(P/F, i\%, 5) + 7(P/F, i\%, 6) = 0$$

$$VAN = -43 + \frac{20}{(1+i)^1} + \frac{25}{(1+i)^2} - \frac{25}{(1+i)^3} + \frac{35}{(1+i)^4} + \frac{5}{(1+i)^5} + \frac{7}{(1+i)^6} = 0$$

Nos damos valores de i hasta que la ecuación anterior sea cero

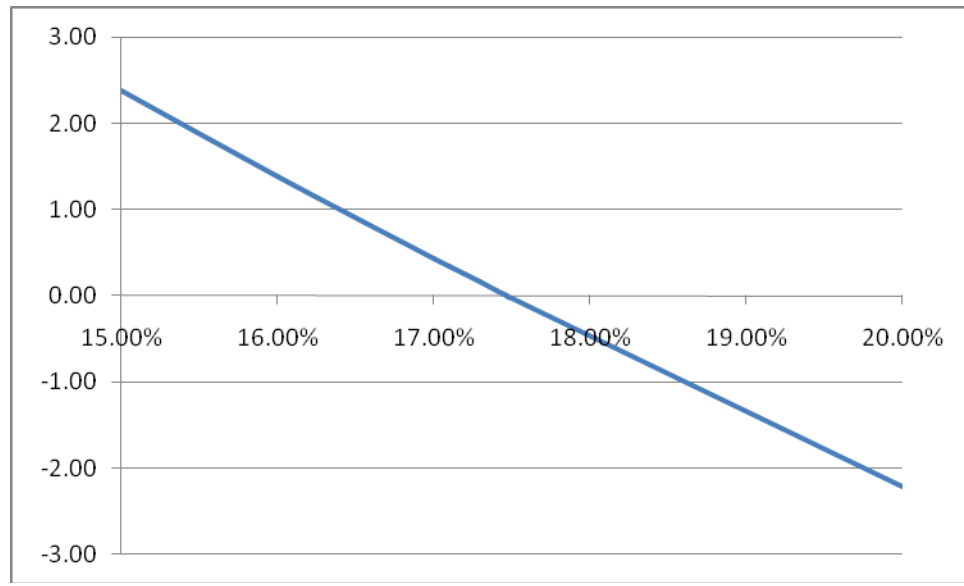
i	VAN
5%	15.06
10%	8.02
15%	2.38
20%	-2.21

Observamos que cuando i está entre los valores de 15% y 20% se produce el cambio de signo, es decir que habrá un valor de i donde el resultado sea 0 (cero) o muy próximo a cero, y este valor de i será la TIR

i	VAN
15.00%	2.38
16.00%	1.39
17.00%	0.43
17.10%	0.34
17.20%	0.25
17.30%	0.16
17.40%	0.06
17.45%	0.02

17.47%	0.00
17.48%	-0.01
17.50%	-0.03
20.00%	-2.21

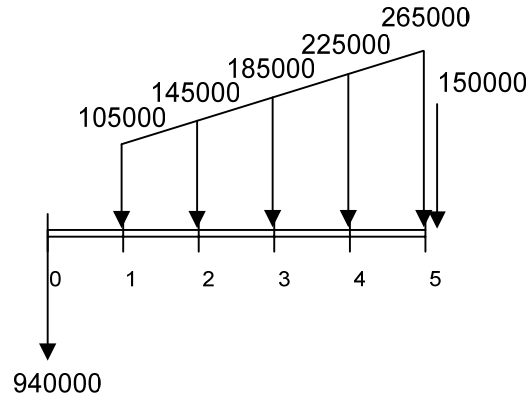
TIR = 17.47%



Gráficamente, TIR = 17.5% aproximadamente

P 5.8 Un estudio de factibilidad arrojó las siguientes cifras: inversión inicial 940 000 \$us; beneficio neto el primer año 105 000 \$us, con incrementos de 40 000 \$us en cada uno de los años siguientes; valor de salvamento 150 000 \$us al final del año 5. Si la TMA considerada es de 6% anual, determínese la conveniencia económica de hacer la inversión, por medio de la TIR.

SOLUCION



$$VAN = -940000 + 105000(P/G, i\%, 5, 40000) + 150000(P/F, i\%, 5) = 0$$

$$VAN = -940000 + 105000 \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i(1+i)^5} \right] + \frac{40000}{i} \left[\frac{(1+i)^5 - 1}{i(1+i)^5} - \frac{5}{(1+i)^5} \right] + \frac{150000}{(1+i)^5} = 0$$

Los valores de i para que la ecuación sea igual a cero son: $i=3.78\%$, $i=-84\%$, $i=-86.7\%$
 $TIR=3.78\% < TMA=6\%$, se rechaza la inversión.

P 5.9 Una persona invirtió 3 150 \$us en un negocio que le produjo ganancias de 500 \$us cada fin de año, de los años 1 a 6. A partir del año 7 su ganancia fue de 400 \$us, al final del año 8 la ganancia fue de 300 \$us y al final del año 9 la ganancia fue de 200 \$us, momento en que decidió retirarse del negocio. Al final del año 9, también vendió todo lo que quedaba en 80 \$us. Determine la tasa de ganancia anual que obtuvo esta persona.

SOLUCION

$$VAN = -3150 + 500(P/A, i\%, 6) + 400(P/F, i\%, 7) + 300(P/F, i\%, 8) + 280(P/F, i\%, 9) = 0$$

$$VAN = -3150 + 500 \left[\frac{(1+i)^6 - 1}{6 \cdot (1+i)^6} \right] + \frac{400}{(1+i)^7} + \frac{300}{(1+i)^8} + \frac{280}{(1+i)^9} = 0$$

$$TIR = 5.43\%$$

P 5.10 Se va a realizar las siguientes inversiones durante 6 meses, el primer mes se invertirá 4000 Bs, el segundo mes 3500 Bs, el tercer mes 5800 Bs, el cuarto 5000

Bs, el quinto 2000 Bs y por último el sexto mes se invierte 6000 Bs. El séptimo mes se recibe por concepto de ganancias la suma de 35000 Bs. Determine la tasa interna de retorno (TIR).

SOLUCION

$$VAN = -4000(P/F, i\%, 1) - 3500(P/F, i\%, 2) - 5800(P/F, i\%, 3) - 5000(P/F, i\%, 4) - 2000(P/F, i\%, 5) - 6000(P/F, i\%, 6) + 35000(P/F, i\%, 7) = 0$$

$$VAN = -\frac{4000}{(1+i)^1} - \frac{3500}{(1+i)^2} - \frac{5800}{(1+i)^3} - \frac{5000}{(1+i)^4} - \frac{2000}{(1+i)^5} - \frac{6000}{(1+i)^6} + \frac{35000}{(1+i)^7} = 0$$

$$TIR = 8.43\%$$

P 5.11 A un exitoso ingeniero civil se le presento un proyecto de inversión que consiste en una aportación inicial de 70 mil dólares con ganancias de 10 mil dólares durante el primer año y un incremento de 5 mil en cada uno de los años sucesivos.

- a) ¿Cuántos años será necesario mantener el negocio con ganancias en aumento para que la TMA de este ingeniero sea de 18% anual?
- b) Si el inversionista exige más rendimiento al negocio y eleva su TMA a 25%.

SOLUCION

a)

$$VAN = -70000 + 10000(P/F, 18\%, 1) + [5000(P/A, 18\%, n) + 5000(P/G, 18\%, n)](P/F, 18\%, 1) = 0$$

$$VAN = -70000 + \frac{10000}{(1+0.18)^1} + \left\{ 5000 \cdot \left[\frac{(1+0.18)^n - 1}{0.18(1+0.18)^n} \right] + \frac{5000}{0.18} \cdot \left[\frac{(1+0.18)^n - 1}{0.18(1+0.18)^n} - \frac{n}{(1+0.18)^n} \right] \right\} \frac{1}{(1+0.18)^1} = 0$$

$$\underline{n = 9 \text{ años}}$$

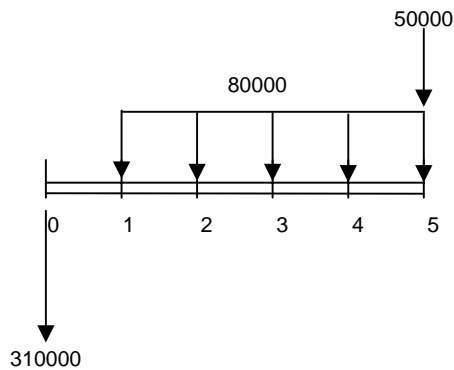
b)

$$VAN = -70000 + 10000(P/F, 25\%, 1) + [5000(P/A_1, 25\%, n) + 5000(P/G, 25\%, n)](P/F, 25\%, 1) = 0$$

$$VAN = -70000 + \frac{10000}{(1+0.25)^1} + \left\{ 5000 \cdot \left[\frac{(1+0.25)^n - 1}{0.25(1+0.25)^n} \right] + \frac{5000}{0.25} \cdot \left[\frac{(1+0.25)^n - 1}{0.25(1+0.25)^n} - \frac{n}{(1+0.25)^n} \right] \right\} \frac{1}{(1+0.25)^1} = 0$$

$$n = 16 \text{ años}$$

P 5.12 Después de analizar económicamente un proyecto se obtuvieron las siguientes cifras; inversión inicial de 310 000 \$us; ganancia neta anual de 80 000 \$us cada año durante 5 años; valor de salvamento de los activos al final del 5to. año de 50000 \$us. Las aportaciones de dinero para la inversión inicial fueron: accionistas 60%, TMA = 12%; banco A 20% interés que cobra 13%; banco B 20% de la inversión y una tasa de interés por el préstamo de 16%. Calcúlese la TMA mixta y determine la conveniencia económica de la inversión por el VAN.



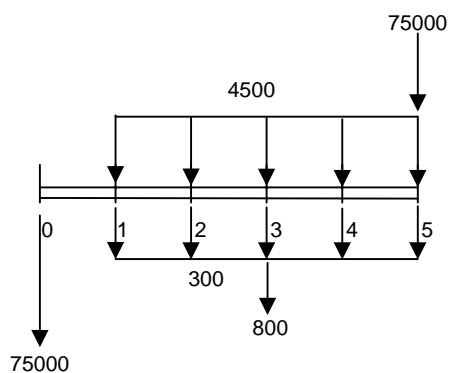
SOLUCION

Entidad	% de aportación		Rendimiento pedido	=	Promedio ponderado
Accionistas	60%	*	12%	=	7.2 %
Financiera A	20%	*	13%	=	2.6%
Financiera B	20%	*	16%	=	3.2%
	100%			suma	13%

$$VAN = -310000 + 80000(P/A, 13\%, 5) + 50000(P/F, 13\%, 5)$$

$$VAN = -1483.5 \text{ \$us} \quad \text{Rechazar la inversión}$$

P 5.13 Se compró un departamento hace 8 años en 75 000 \$us, su gasto de mantenimiento anual fue de 300 \$us por año. Al final de tres años se gasto 800 \$us en reparación del piso. Ahora que ya han transcurrido los 8 años se vende en 75 000 \$us. Durante el período de propiedad se rento el edificio en 4 500 \$us por año. Utilice el VAUE para evaluar esta inversión, la TMA es de 5% anual.



SOLUCION

$$VAUE = 4500 + 75000(A/F, 5\%, 5) - 300 - 75000(A/P, 5\%, 5) - 800(P/F, 5\%, 3)[A/P, 5\%, 5]$$

$$VAUE = 4500 + 75000 \left[\frac{0.05}{(1+0.05)^5 - 1} \right] - 300 - 75000 \left[\frac{0.05(1+0.05)^5}{(1+0.05)^5 - 1} \right] -$$
$$\frac{800}{(1+0.05)^3} \left[\frac{0.05(1+0.05)^5}{(1+0.05)^5 - 1} \right]$$

$$VAUE = 4500 + 13573.1 - 300 - 17323.1 - 159.62$$

$$\underline{VAUE = 290.38 \text{ \$us}}$$

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 6.1 Un equipo de excavación de 100 000 \$us fue instalado y se depreciada durante 5 años. Cada año. El sistema se vendió por 24 000 \$us al final de los 5 años

- (a) Calcule el cargo de depreciación anual.
(b) Represente gráficamente el valor en libros para cada uno de los 5 años.

SOLUCIÓN

Datos: $P=100\,000\ \$us$ $n=5\ años$

$VS=24\,000\ \$us$

a) *El cargo de depreciación anual es:*

$$d = d_t = \frac{1}{n}$$

$$d_t = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$D_t = (P - VS) \cdot d$$

$$D_t = (100000 - 24000) \cdot 0.20$$

$$D_t = 15200\ \$us$$

b) *El valor en libros se tiene aplicando la siguiente relación:*

Para el año 1

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

$$VL = 100000 - \left(\frac{100000 - 24000}{5} \right) \cdot 1$$

$$VL = 84800\ \$us$$

Para el año 2

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

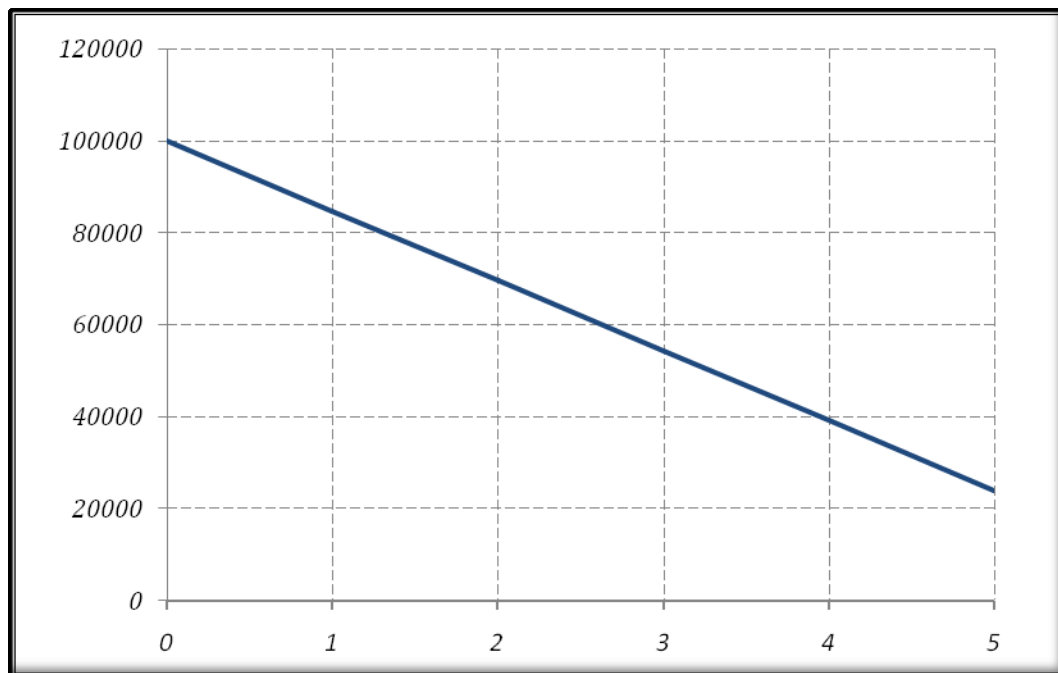
$$VL = 100000 - \left(\frac{100000 - 24000}{5} \right) \cdot 2$$

$$VL = 69600\ \$us$$

Resumiendo en una tabla se tiene

t Años	Cargo anual	Valores en libros
0	0	100000
1	15200	84800
2	15200	69600
3	15200	54400
4	15200	39200
5	15200	24000

Gráficamente



P 6.2 La firma S&R acaba de comprar una retroexcavadora por 55 000 \$us. La vida esperada son 5 años con un valor de salvamento de 15 000 \$us.

- Determine el cargo de depreciación lineal anual
- Determine el cargo de depreciación acelerada suma de los dígitos de los años SDA para el año 5
- Represente gráficamente el valor en libros para cada año para cada tipo de depreciación.

SOLUCIÓN

Datos: $P=55\ 000\ \$us$ $n=5\ años$

$VS=15\ 000\ \$us$

a) *El cargo de depreciación lineal anual es:*

$$d = d_t = \frac{1}{n}$$

$$d_t = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$D_t = (P - VS) \cdot d$$

$$D_t = (55000 - 15000) \cdot 0.20$$

$$D_t = 8000\ \$us$$

b) *El cargo de depreciación acelerada suma de los dígitos de los años SDA:*

$$D_t = \left[\frac{\frac{n-(t-1)}{n \cdot (n+1)}}{\frac{2}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

Para $t=5$

$$D_t = \left[\frac{\frac{5-(5-1)}{5 \cdot (5+1)}}{\frac{2}{2}} \right] \cdot (55000 - 15000)$$

$$D_t = 2666.7\ \$us$$

c) *Para una depreciación lineal*

Para el año 1

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

$$VL = 55000 - \left(\frac{55000 - 15000}{5} \right) \cdot 1$$

$$VL = 47000\ \$us$$

Para el año 5

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

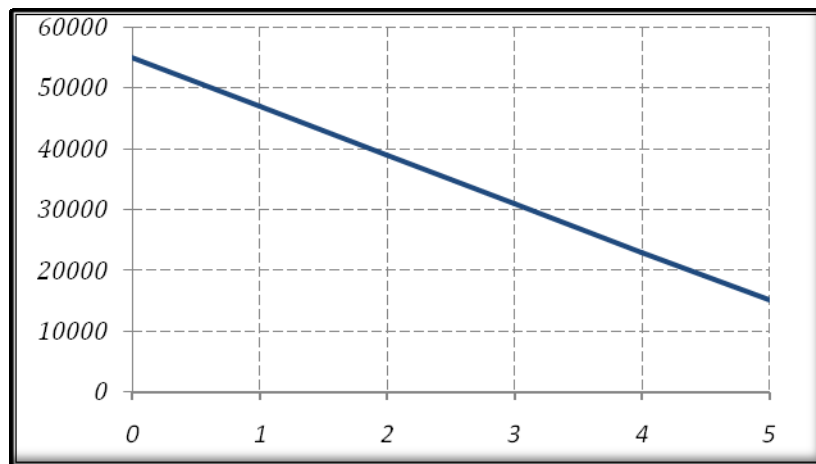
$$VL = 55000 - \left(\frac{55000 - 15000}{5} \right) \cdot 5$$

$$VL = 15000 \text{ \$us}$$

Resumiendo en una tabla se tiene

t Año	Cargo anual	Valores en libros
0	0	55000
1	8000	47000
2	8000	39000
3	8000	31000
4	8000	23000
5	8000	15000

Gráficamente



Para una depreciación acelerada suma de los dígitos de los años SDA

El cargo anual es:

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

Para el año 1 es:

$$D_t = \left[\frac{5 - (1 - 1)}{\frac{5 \cdot (5 + 1)}{2}} \right] \cdot (55000 - 15000)$$

$$D_t = 13333.3 \text{ Bs}$$

$$VL = 55000 - 13333.3 \text{ Bs}$$

Para el año 2 es:

$$D_t = \left[\frac{5 - (2 - 1)}{\frac{5 \cdot (5 + 1)}{2}} \right] \cdot (55000 - 15000)$$

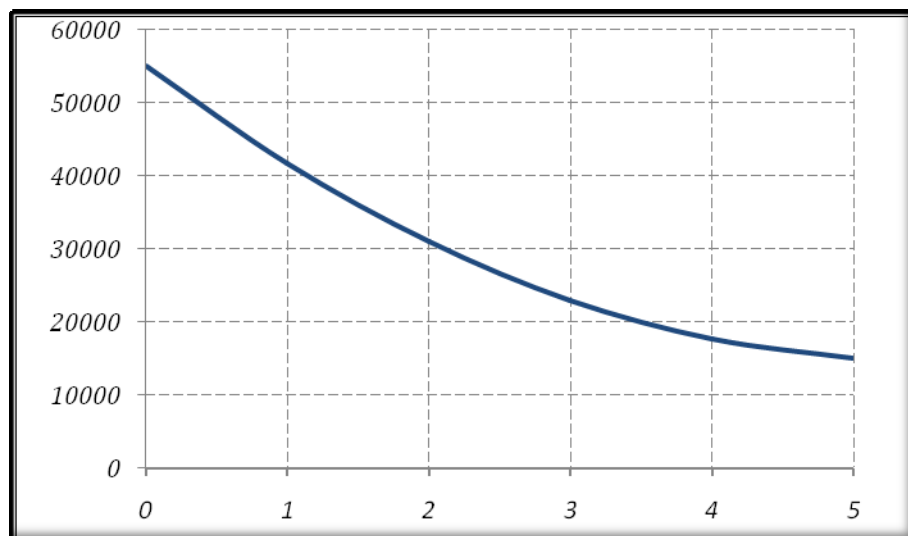
$$D_t = 10666.7 \text{ Bs}$$

$$VL = 41666.7 - 10666.7 = 31000.0 \text{ Bs}$$

Resumiendo en una tabla se tiene

Año	Cargo anual Dt	Valores en libros
0	0	55000
1	13333,3	41666,7
2	10666,7	31000,0
3	8000,0	23000,0
4	5333,3	17666,7
5	2666,7	15000,0

Gráficamente



P 6.3 La construcción de un edificio cuesta 320 000 \$us. Éste tiene una vida de 30 años con un valor de ventas estimado del 25% del costo de construcción. Calcule el cargo de depreciación anual y el valor en libros durante 4, 18 y 25, años utilizando (a) la depreciación en línea recta y (b) la depreciación SDA.

SOLUCIÓN

Datos: $P=320\,000\ \$us$ $n=30\ años$

$VS=25\%P$ $VS=80\,000\ \$us$

a) El cargo de depreciación anual lineal es:

$$d = d_t = \frac{1}{n}$$

$$d_t = \frac{1}{30} = 3.3\%$$

$$D_t = (P - VS) \cdot d$$

$$D_t = (320000 - 80000) \cdot 0.033$$

$$D_t = 8000\ \$us$$

El valor en libros se obtiene con la siguiente ecuación:

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

t Año	Cargo anual	Valores en libros
0	0	320000
1	8000	312000
2	8000	304000
3	8000	296000
4	8000	288000
5	8000	280000
6	8000	272000
7	8000	264000
8	8000	256000
9	8000	248000
10	8000	240000
11	8000	232000
12	8000	224000
13	8000	216000
14	8000	208000
15	8000	200000

t Año	Cargo anual	Valores en libros
16	8000	192000
17	8000	184000
18	8000	176000
19	8000	168000
20	8000	160000
21	8000	152000
22	8000	144000
23	8000	136000
24	8000	128000
25	8000	120000
26	8000	112000
27	8000	104000
28	8000	96000
29	8000	88000
30	8000	80000

b) El cargo anual es:

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

El valor en libros es

$$VL = VL_{t-1} - D_t$$

Año	Cargo anual Dt	Valores en libros
0	0	320000
1	15483,9	304516,1
2	14967,7	289548,4
3	14451,6	275096,8
4	13935,5	261161,3
5	13419,4	247741,9
6	12903,2	234838,7
7	12387,1	222451,6
8	11871,0	210580,6
9	11354,8	199225,8
10	10838,7	188387,1
11	10322,6	178064,5
12	9806,5	168258,1
13	9290,3	158967,7
14	8774,2	150193,5
15	8258,1	141935,5

Año	Cargo anual Dt	Valores en libros
16	7741,9	134193,5
17	7225,8	126967,7
18	6709,7	120258,1
19	6193,5	114064,5
20	5677,4	108387,1
21	5161,3	103225,8
22	4645,2	98580,6
23	4129,0	94451,6
24	3612,9	90838,7
25	3096,8	87741,9
26	2580,6	85161,3
27	2064,5	83096,8
28	1548,4	81548,4
29	1032,3	80516,1
30	516,1	80000,0

P 6.4 Un activo tiene un costo inicial de 45 000 \$us, un periodo de vida de 10 años y un valor de salvamento de 3000 \$us. Utilice el procedimiento de depreciación SDA a LR y determine el valor en libros del año 3.

Respuesta.- LR VL=19800 \$us, SDA VL=26672.7 \$us

SOLUCIÓN

Datos: $P=45\ 000\ \$us$ $n=10\ años$

$VS=3\ 000\ \$us$

El cargo de depreciación lineal es:

Para el año 3

$$VL = P - \left(\frac{P - VS}{n} \right) \cdot t$$

$$VL = 45000 - \left(\frac{45000 - 3000}{10} \right) \cdot 3$$

$$VL = 32400 \text{ \$us}$$

Para una depreciación acelerada suma de los dígitos de los años SDA se debe determinar los valores anteriores

Para el año 1 es:

$$D_t = \left[\frac{n - (t - 1)}{\frac{n \cdot (n + 1)}{2}} \right] \cdot (P - VS)$$

$$D_t = \left[\frac{10 - (1 - 1)}{\frac{10 \cdot (10 + 1)}{2}} \right] \cdot (45000 - 3000)$$

$$D_t = 7636.4 \text{ \$us}$$

$$VL = 45000 - 7636.4 \text{ \$us}$$

$$VL = 37363.6 \text{ \$us}$$

Para el año 2 es:

$$D_t = \left[\frac{10 - (2 - 1)}{\frac{10 \cdot (10 + 1)}{2}} \right] \cdot (45000 - 3000)$$

$$D_t = 6872.7 \text{ \$us}$$

$$VL = 37363.6 - 6872.7 \text{ \$us}$$

$$VL = 30490.9 \text{ \$us}$$

Para el año 3 es:

$$D_t = \left[\frac{10 - (3 - 1)}{\frac{10 \cdot (10 + 1)}{2}} \right] \cdot (45000 - 3000)$$

$$D_t = 6109.1 \$us$$

$$VL = 30490.9 - 6109.1 \$us$$

$$VL = 24381.8 \$us$$

P 6.5 Determine cuanto se deberá pagar en impuestos por IVA para una empresa constructora que tiene un total de gastos de 560 000 Bs, al mismo tiempo por concepto de compras se tiene facturado un total de 335 450 Bs.

SOLUCIÓN

Datos: *gasto=45 000 Bs Compras=335 450 Bs*

$$diferencia = gasto - compras$$

$$diferencia = 560000 - 335450$$

$$diferencia = 224550 Bs$$

$$Impuestos = 0,13\% \cdot diferencia$$

$$Impuestos = 29191.5 Bs$$

SOLUCION DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 7.1 Una empresa constructora desea saber cuándo reemplazar una maquina de uso especial. Si su valor comercial actual es de 30 000 \$us y disminuye 20% con cada año que pasa y su costo de operación anual es de 4 000 \$us y aumenta un 25% por año, determine la vida útil económica del activo. Tasa de interés 7%.

SOLUCION

Cuadro de valores anuales:

Año	Valor comercial	COA
	[\$us]	[\$us]
0	30000	---
1	24000	-4000
2	19200	-5000
3	15360	-6250
4	12288	-7812.5

Procedemos a calcular los CAUE's totales:

$$Total\ CAUE_k = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k) \quad \dots \text{ de la Ec. 7.4}$$

$$Total\ CAUE_1 = -30000(A/P, 10, 1) + 24000_1(A/F, 10, 1) - [4000(P/F, 10, 1)](A/P, 10, 1)$$

$$Total\ CAUE_1 = -12100\ \$us.$$

$$Total\ CAUE_2 = -30000(A/P, 10, 2) + 19200_2(A/F, 10, 2) - [4000(P/F, 10, 1) + 5000(P/F, 10, 2)](A/P, 10, 2)$$

$$Total\ CAUE_2 = -11800.48\ \$us.$$

De la misma forma se hallan los demás CAUE's, dando como resultado la siguiente tabla:

Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[\$us]	[\$us]	[\$us]
0	30000	---	---
1	24000	-4000	-12100.00
2	19200	-5000	-11800.48
3	15360	-6250	-11686.49
4	12288	-7812.5	-11748.02

Elegimos el menor costo: -11686.49 bs. en el año 3. Por tanto **VUE = 3 años.**

P 7.2 Halle las vidas útiles económicas de las alternativas A y B de la siguiente tabla, con una tasa de interés del 10%.

ALTERNATIVA A			ALTERNATIVA B		
Año	Valor comercial	COA	Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]		[Bs]	[Bs]
0	70000	---	0	125000	---
1	60300	-10000	1	105000	-32500
2	52000	-11000	2	94000	-35000
3	46000	-12000	3	86000	-38200
4	40000	-13000	4	79000	-41800
5	36000	-14000	5	72500	-45300
6	28000	-15000			
7	20000	-16000			

SOLUCION

Con la Ecuación 7.4, hallamos los CAUE's totales como se hizo en el ejercicio anterior:

$$Total\ CAUE_k = -P(A/P, i, k) + VS_k(A/F, i, k) - \left[\sum_{j=1}^{j=k} COA_j(P/F, i, j) \right] (A/P, i, k)$$

Tabla de resultados Alternativa A:

ALTERNATIVA A			
Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[Bs]	[Bs]	[Bs]
0	70000	---	---
1	60300	-10000	-26700.00
2	52000	-11000	-26047.62
3	46000	-12000	-25187.31
4	40000	-13000	-24845.29
5	36000	-14000	-24379.24
6	28000	-15000	-24667.07
7	20000	-16000	-24891.89

Elegimos el menor costo y su año es el VUE. **VUE = 5 años.**

Tabla de resultados Alternativa B:

ALTERNATIVA B			
Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[Bs]	[Bs]	[Bs]
0	125000	---	---
1	105000	-32500	-65000.00
2	94000	-35000	-60952.38
3	86000	-38200	-59335.35
4	79000	-41800	-58918.34
5	72500	-45300	-59046.37

Elegimos el menor costo y su año es el VUE. **VUE = 4 años.**

P 7.3 Una trituradora nueva para materiales compuestos tiene un costo inicial de $P = 100\,000$ \$us, y puede usarse durante un máximo de 6 años. Su valor de rescate se estima con la relación $VS = P(0.85)^n$, en la que n es el número de años transcurridos después de la compra. El costo de operación sería de 7 500 \$us el primer año y aumentaría 1 000 \$us cada año a partir de entonces. Use una $i = 18\%$ anual. Determine la vida útil económica.

SOLUCION

Utilizando la ecuación 7.4, se tiene:

Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[\$us]	[\$us]	[\$us]
0	100000.00	---	---
1	85000.00	-7500	-40500.00
2	72250.00	-8500	-38688.07
3	61412.50	-9500	-37191.72
4	52200.63	-10500	-35959.68
5	44370.53	-11500	-34948.60
6	37714.95	-12500	-34121.84

Elegimos el menor costo: -34121.84 perteneciente al año 6. Por tanto VUE = 6 años.

P 7.4 Se tienen las dos siguientes tablas de valores para un *defensor* y un *retador*, realice un análisis de reemplazo. $i = 8\%$.

DEFENSOR		
Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	52000.00	---
1	41600.00	-3200
2	33280.00	-4700
3	26624.00	-6200
4	21299.20	-7700
5	17039.36	-9200
6	13631.49	-10700
7	10905.19	-12200
8	8724.15	-13700

RETADOR		
Año	Valor comercial	COA
	[Bs]	[Bs]
0	69000.00	---
1	41600.00	-800
2	33280.00	-2000
3	26624.00	-3200
4	21299.20	-4400

SOLUCION

Se presentan las tablas de CAUE's para casa caso:

DEFENSOR			
Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[Bs]	[Bs]	[Bs]
0	52000.00	---	---
1	41600.00	-3200	-17760.00
2	33280.00	-4700	-17081.15
3	26624.00	-6200	-16599.77
4	21299.20	-7700	-16279.09
5	17039.36	-9200	-16088.97
6	13631.49	-10700	-16004.74
7	10905.19	-12200	-16006.09
8	8724.15	-13700	-16076.35

RETADOR			
Año	Valor comercial	COA	CAUE total
	[Bs]	[Bs]	[Bs]
0	69000.00	---	---
1	41600.00	-800	-20120.00
2	33280.00	-2000	-18839.23
3	26624.00	-3200	-17830.60
4	21299.20	-4400	-17045.27

$VUE_{\text{DEFENSOR}} = 6 \text{ años.}$

$CAUE_{\text{DEFENSOR}} = - 16\,004.74 \text{ Bs.}$

$VUE_{\text{RETADOR}} = 4 \text{ años.}$

$CAUE_{\text{RETADOR}} = - 17\,045.27 \text{ Bs.}$

Comparamos ambos CAUE's y elegimos el menor que corresponde al *defensor*, por tanto, concluimos con: Económicamente conviene mantener al *defensor* por 6 años más.

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 8.1 Se va realizar la compra de equipo, para lo cual se tiene dos alternativas que se muestra en la siguiente tabla:

	equipo 1	equipo 2
Costo \$us	40 000	45 000
Mantenimiento y operación anual	2 000	2 500
Ingreso anual	15 000	17 000
Vida útil en años	8	8

Mediante un análisis incremental determine la compra de uno de los tractores si la TMA es de 24% anual.

SOLUCIÓN

Equipo 1

Datos: $P=40\,000\ \$us$ $n=8\ años$

$MyO=2\,000\ \$us$

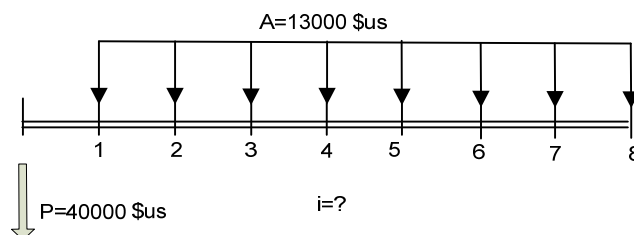
$I=15\,000\ \$us$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 15000 - 2000$$

$$A = 13000$$



$$TIR \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-40000 + 13000 \cdot \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i \cdot (1+i)^8} \right] = 0$$

$$TIR = i = 0.279857$$

Para el equipo 1 se tiene una

$$TIR = 27.9857\%$$

Equipo 2

Datos: $P=45\ 000\ \$us$ $n=8\ años$

$$MyO=2\ 500\ \$us$$

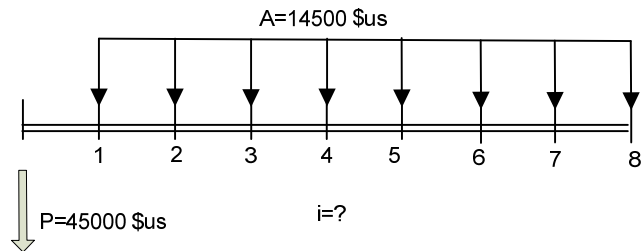
$$I=17\ 000\ \$us$$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 17000 - 2500$$

$$A = 14500$$



$$TIR \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-45000 + 14500 \cdot \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i \cdot (1+i)^8} \right] = 0$$

$$TIR = i = 0.27652$$

Para el equipo 2 se tiene una

$$TIR = 27.652\%$$

Hasta este punto se ve que los dos equipos superan la TMA y el mejor equipo es el primero ya que tiene una mayor TIR, pero falta determinar si el incremento en la inversión del segundo equipo es mayor que la TMA

Determinar la TIR incremental.

$$\Delta P = P_{\text{equipo2}} - P_{\text{equipo1}}$$

$$\Delta P = 5000$$

$$\Delta A = A_{\text{equipo2}} - A_{\text{equipo1}}$$

$$\Delta A = 1500$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-5000 + 1500 \cdot \left[\frac{(1+i)^8 - 1}{i \cdot (1+i)^8} \right] = 0$$

$$TIR = i = 0.2495$$

Para el incremento se tiene una

$$TIR = 24.95\%$$

Por lo tanto según un análisis de TIR incremental justifica un incremento en inversión por lo tanto la mejor opción es el equipo 2 ya que la TIR incremental es mayor a la TMA

P 8.2 Una empresa productora de cemento desea ampliar los depósitos de almacenamiento, para lo cual se pretende la construcción de silos de almacenamiento, para lo cual se tiene dos propuesta. Determine la mejor propuesta si la TMA de la empresa es de 15% (realice un análisis de TIR incremental)

	Silos de H°A°	Silos de Metálicos
Costo \$us	32 600	26 400
Mantenimiento y operación anual	800	1 500
Ingreso anual	12 800	12 800
Vida útil en años	15	15

SOLUCIÓN

Silo de H°A°

Datos: $P=32\,600\ \$us$ $n=15\ \text{años}$

$MyO=800\ \$us$

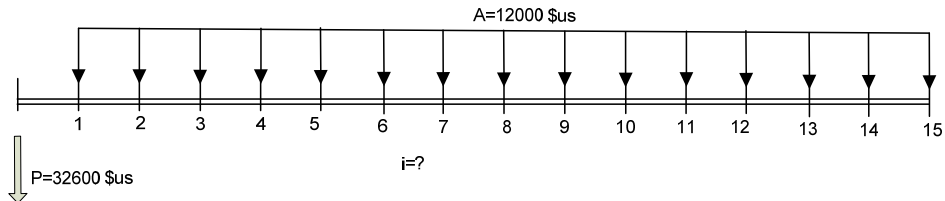
$$I=12\ 800\ \$us$$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 12800 - 800$$

$$A = 12000$$



$$TIR \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-32600 + 12000 \cdot \left[\frac{(1+i)^{15} - 1}{i \cdot (1+i)^{15}} \right] = 0$$

$$TIR = i = 0.364625$$

Para el silo de H^oA^o se tiene una

$$TIR = 36.462\%$$

Silo Metálico

Datos: $P=26\ 400\ \$us$ $n=15\ años$

$$MyO=2\ 300\ \$us$$

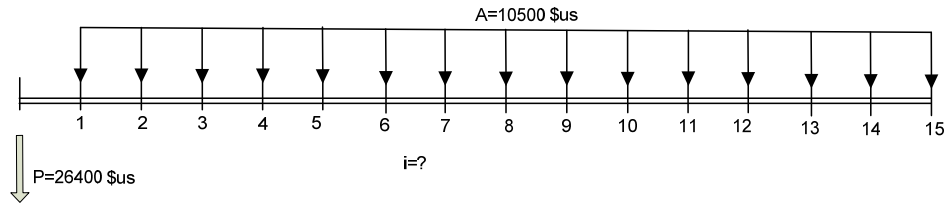
$$I=12\ 800\ \$us$$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 12800 - 2300$$

$$A = 10500$$



$$\text{TIR} \Rightarrow \text{VAN} = 0$$

$$\text{VAN} = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-26400 + 10500 \cdot \left[\frac{(1+i)^{15} - 1}{i \cdot (1+i)^{15}} \right] = 0$$

$$\text{TIR} = i = 0.39503$$

Para el equipo 1 se tiene una

$$\text{TIR} = 39.503\%$$

Determinar la TIR incremental.

$$\Delta P = P_{\text{siloHFA}} - P_{\text{siloMetal}}$$

$$\Delta P = 6200$$

$$\Delta A = A_{\text{siloHFA}} - A_{\text{siloMetal}}$$

$$\Delta A = 700$$

$$\text{VAN} = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-6200 + 700 \cdot \left[\frac{(1+i)^{15} - 1}{i \cdot (1+i)^{15}} \right] = 0$$

$$\text{TIR} = i = 0.07445$$

Para el incremento se tiene una

$$\text{TIR} = 7.445\%$$

Por lo tanto según un análisis de TIR incremental no se justifica una mayor inversión por lo tanto la mejor opción es el silo de acero con un TIR de 39.5%

P 8.3 Dado el siguiente cuadro determine la mejor alternativa mutuamente excluyente (análisis incremental) para una TMA de 15% anual.

	A	B	C
Costo \$us	145 000	135 000	180 000
Mantenimiento y operación anual	16 000	14 500	21 000
Ingreso anual	41 500	38 000	53 000
Vida útil en años	20	20	20

SOLUCIÓN

Ordenando de mayor a menor se tiene

	B	A	C
Costo \$us	135 000	145 000	180 000
Mantenimiento y operación anual	14 500	16 000	21 000
Ingreso anual	38 000	41 500	53 000
Vida útil en años	20	20	20

Alternativa B

Datos: $P=135\,000\ \$us$ $n=20\ años$

$MyO=14\,500\ \$us$

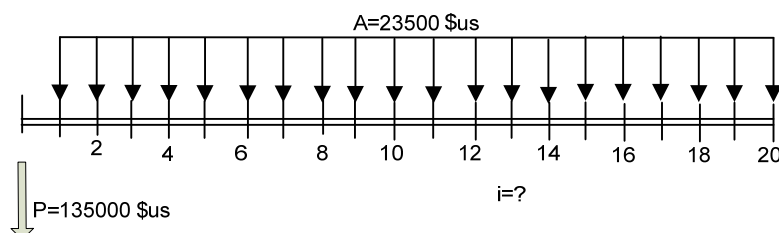
$I=38\,000\ \$us$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 38\,000 - 14\,500$$

$$A = 23\,500$$



$$\text{TIR} \Rightarrow \text{VAN} = 0$$

$$\text{VAN} = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-135000 + 23500 \cdot \left[\frac{(1+i)^{20} - 1}{i \cdot (1+i)^{20}} \right] = 0$$

$$\text{TIR} = i = 0.1660$$

Para la alternativa B se tiene una

$$\text{TIR} = 16.60\%$$

Alternativa A

Datos: $P = 145\,000$ \$us $n = 20$ años

$MyO = 16\,000$ \$us

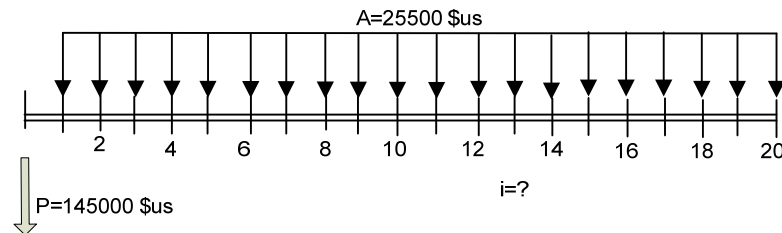
$I = 41\,500$ \$us

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 41500 - 16000$$

$$A = 25500$$



$$\text{TIR} \Rightarrow \text{VAN} = 0$$

$$\text{VAN} = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-145000 + 25500 \cdot \left[\frac{(1+i)^{20} - 1}{i \cdot (1+i)^{20}} \right] = 0$$

$$\text{TIR} = i = 0.16798$$

Para la alternativa A se tiene una

$$\text{TIR} = 16.798\%$$

Alternativa C

Datos: $P=180\,000$ \$us $n=20$ años

$MyO=21\,000$ \$us

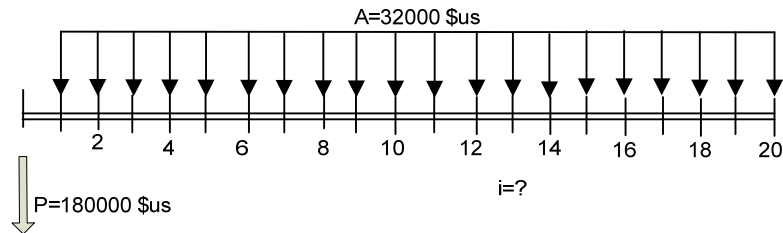
$I=53\,000$ \$us

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 53\,000 - 21\,000$$

$$A = 32\,000$$



$$TIR \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-180\,000 + 32\,000 \cdot \left[\frac{(1+i)^{20} - 1}{i \cdot (1+i)^{20}} \right] = 0$$

$$TIR = i = 0.17009$$

Para la alternativa A se tiene una

$$TIR = 17.009\%$$

Como todas las alternativas son viables, ahora se analizaran las alternativas de menor a mayor determinando si el incremento de cada una:

Incremento A-B

$$\Delta P_{AB} = P_A - P_B$$

$$\Delta P_{AB} = 10\,000$$

$$\Delta A_{AB} = A_A - A_B$$

$$\Delta A_{AB} = 2000$$

$$TIR_{\Delta_{AB}} \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-10000 + 2000 \cdot \left[\frac{(1+i)^{20} - 1}{i \cdot (1+i)^{20}} \right] = 0$$

$$TIR_{\Delta_{AB}} = i = 0.1942$$

Para el incremento de B a A se tiene una

$$TIR_{\Delta_{AB}} = 19.42\%$$

Como el TIR es mayor a la TMA la mejor opción es la A

Ahora se debe compararla con la siguiente alternativa

Incremento A-C

$$\Delta P_{CA} = P_C - P_A$$

$$\Delta P_{CA} = 35000$$

$$\Delta A_{CA} = A_C - A_A$$

$$\Delta A_{CA} = 2000$$

$$TIR_{\Delta_{AB}} \Rightarrow VAN = 0$$

$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] = 0$$

$$-35000 + 2000 \cdot \left[\frac{(1+i)^{20} - 1}{i \cdot (1+i)^{20}} \right] = 0$$

$$TIR_{\Delta_{AB}} = i = 0.013068$$

Para el incremento de A a C se tiene una

$$TIR_{\Delta_{AB}} = 1.306\%$$

que es menos a la TMA, por lo tanto la mejor alternativa es A con una

$$TIR = 16.798\%$$

P 8.4 Una consultora decide comprar de un equipo portátil para análisis de agua, para esto se tiene tres alternativa las cuales se detallan en el siguiente cuadro. Determine mediante un análisis de VAN el mejor equipo si se tiene un TMA de 18%.

	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
Costo Bs	10 800	15 400	12 500
Mantenimiento y operación anual	1 400	1 800	1 600
Ingreso anual	3 200	3 200	3 200
Vida útil en años	8	8	8

SOLUCIÓN

Equipo 1

Datos: $P=10\ 800\ Bs$ $n=8\ años$ $TMA=18\%$

$MyO=1\ 400\ Bs$

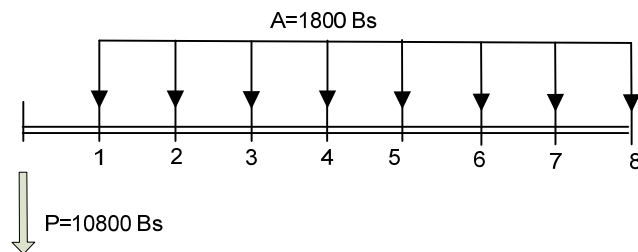
$I=3\ 200\ Bs$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 3200 - 1400$$

$$A = 1800$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -10800 + 1800 \cdot \left[\frac{(1+0.18)^8 - 1}{0.18 \cdot (1+0.18)^8} \right]$$

$$VAN = -3460.38\ Bs$$

Equipo 2

Datos: $P=15\ 400\ Bs$ $n=8\ años$ $TMA=18\%$

$MyO=1\ 800\ Bs$

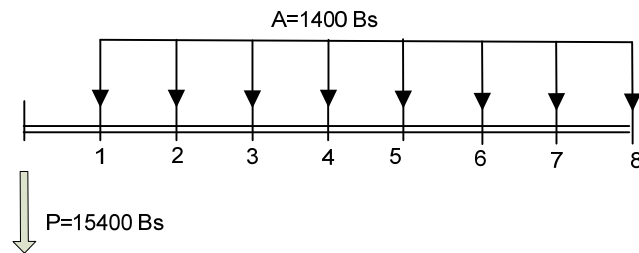
$I=3\ 200\ Bs$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 3200 - 1800$$

$$A = 1400$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -15400 + 1400 \cdot \left[\frac{(1+0.18)^8 - 1}{0.18 \cdot (1+0.18)^8} \right]$$

$$VAN = -9691.41\ Bs$$

Equipo 2

Datos: $P=12\ 500\ Bs$ $n=8\ años$ $TMA=18\%$

$MyO=1\ 600\ Bs$

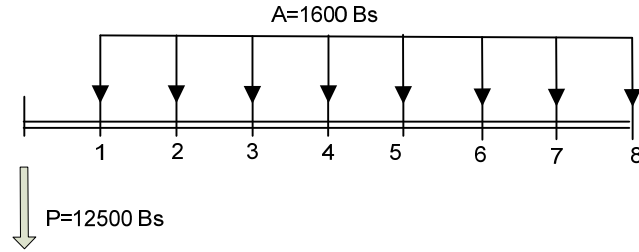
$I=3\ 200\ Bs$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 3200 - 1600$$

$$A = 1600$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -12500 + 1600 \cdot \left[\frac{(1+0.18)^8 - 1}{0.18 \cdot (1+0.18)^8} \right]$$

$$VAN = -5975.89 \text{ Bs}$$

El mejor es el Equipo 1 con un de VAN=-3460.38 Bs

P 8.5 Se va a adquirir vehículos para la supervisión de una carretera. Se cuenta con dos alternativas, las cuales son: alternativa 1, la compra de Ford Explorers con un coste de 35 000 \$us con un costo de operación de 2 000 \$us anuales; la segunda alternativa es la compra de Toyota 4Runners con un costo de 30 000 \$us con un costo de operación de 3 000 \$us anuales. Determine la mejor alternativa con un TMA de 22% después de 4 años de uso, si el valor de salvamento del Ford Explorers será de 16 500 \$us y 12 000 \$us los Toyota 4Runners, utiliza el método de valor presente.

SOLUCIÓN

Alternativa 1 Marca Ford

Datos: $P=35\,000 \text{ $us}$ $n=4 \text{ años}$ $TMA=22\%$

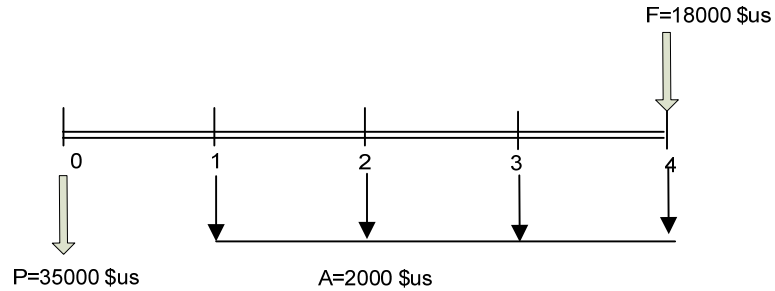
$MyO=2\,000 \text{ $us}$

$VS=F=18\,000 \text{ $us}$

El de flujo de efectivo neto es

$$A = -MyO$$

$$A = -2000$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] + F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -35000 - 2000 \cdot \left[\frac{(1+0.22)^4 - 1}{0.22 \cdot (1+0.22)^4} \right] + 18000 \left[\frac{1}{(1+0.22)^4} \right]$$

$$VAN = -31862.1 \text{ $us}$$

Alternativa 1 Marca Toyota

Datos: $P=30\ 000$ \$us $n=4$ años $TMA=22\%$

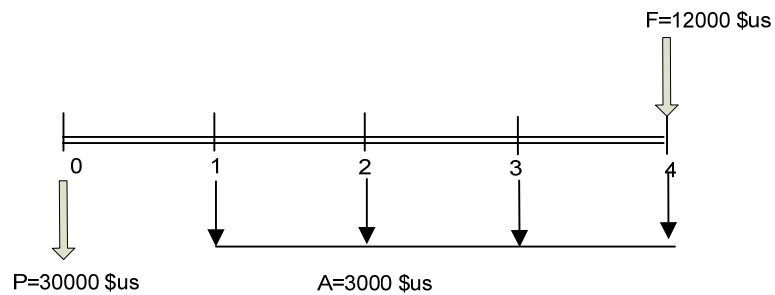
$MyO=3\ 000$ \$us

$VS=F=12\ 000$ \$us

El de flujo de efectivo neto es

$$A = -MyO$$

$$A = -3000$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right] + F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -30000 - 3000 \cdot \left[\frac{(1+0.22)^4 - 1}{0.22 \cdot (1+0.22)^4} \right] + 12000 \left[\frac{1}{(1+0.22)^4} \right]$$

$$VAN = -32064.13 \$us$$

La mejor es la Alternativa 1 es Ford Explorers VAN=-31862.1 \$us

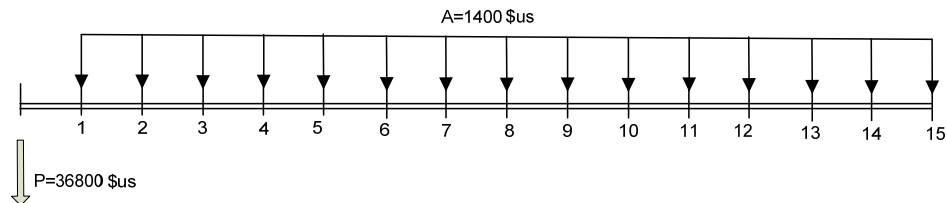
P 8.6 Se cuenta con dos alternativas para la construcción sistematizada de viguetas prefabricadas. La alternativa A tiene una inversión de 36 800 \$us, con un flujo neto de efectivo de 1 400 \$us mensuales. El alternativa B tiene una inversión 26 000 \$us, con un flujo neto efectivo de 1 250 \$us mensuales. Si la TMA es de 24% y la vida útil para cada alternativa es de 15 años, mediante un análisis de VAN determine la mejor alternativa.

SOLUCIÓN

Alternativa A

Datos: $P=36\,800 \$us$ $n=15 \text{ años}$ $TMA=24\%$

$$A=1400 \$us$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

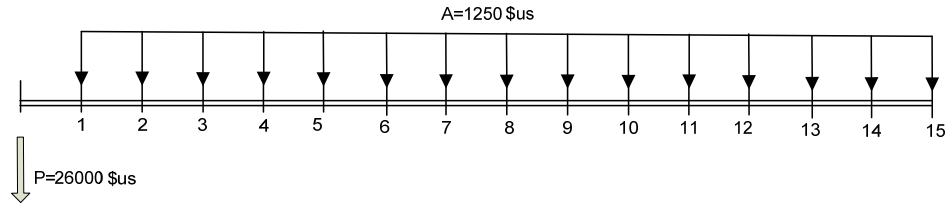
$$VAN = -36800 - 1400 \cdot \left[\frac{(1+0.24)^{15} - 1}{0.24 \cdot (1+0.24)^{15}} \right]$$

$$VAN = -31198.19 \$us$$

Alternativa B

Datos: $P=26\,000 \$us$ $n=15 \text{ años}$ $TMA=24\%$

$$A=1250 \$us$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -26000 - 1250 \cdot \left[\frac{(1+0.24)^{15} - 1}{0.24 \cdot (1+0.24)^{15}} \right]$$

$$VAN = -20998.38 \$us$$

La mejor es la alternativa es Alternativa B con un VAN=-20998.38 \$us

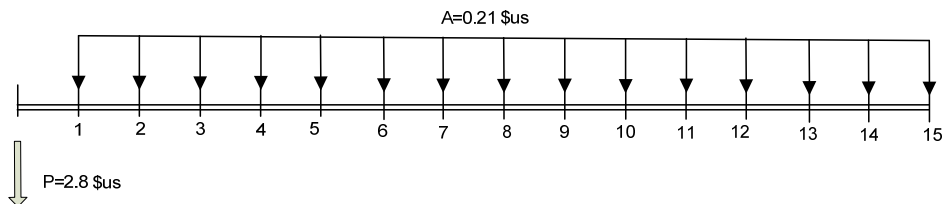
P 8.7 Con el fin de comunicar a dos capitales de provincias, la prefectura de Cochabamba pretende la construcción de una carretera, para la cual se tienen dos alternativas. La alternativa 1 comprende una inversión de 2.8 millones de dólares con un mantenimiento de 100 000 \$us anuales. La alternativa 2 comprende una inversión de 3.8 millones de dólares y un mantenimiento de 74 000 \$us anuales. Si la tasa de rendimiento de la prefectura es de 8% determine mediante un análisis de VAN cual de las alternativas es preferible en un periodo de 15 años

SOLUCIÓN

Alternativa 1

Datos: $P=2.8$ millones de \$us $n=15$ años $TMA=8\%$

$A=0.21$ millones de \$us



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

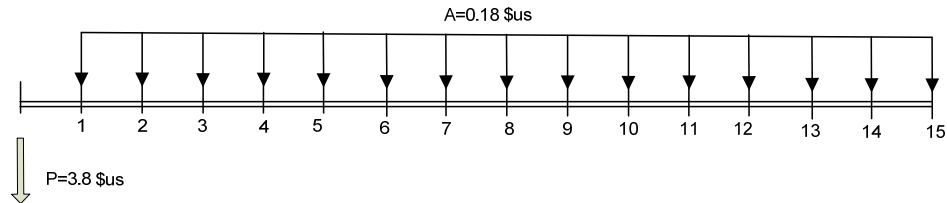
$$VAN = -2.8 - 0.21 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{15} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{15}} \right]$$

$$VAN = -1.003 \text{ millones de \$us}$$

Alternativa 2

Datos: $P=3.8$ millones de \$us $n=15$ años $TMA=8\%$

$A=0.18$ millones de \$us



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -3.8 - 0.18 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{15} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{15}} \right]$$

$$VAN = -2.259 \text{ millones de \$us}$$

La mejor es la alternativa es Alternativa 1 con un de $VAN=-1.003$ millones \$us

P 8.8 Una empresa constructora pretende invertir en la construcción de un edificio. El problema es que no se ha decidido si el edificio será diseñado para alquilar tiendas o para venderlo como apartamentos se tienen las siguientes estimaciones. Las tiendas generaran un ingreso de 123 000 \$us pos año y se gastan 5 000 \$us en mantenimiento con un tiempo de funcionamiento de 20 años y la inversión será de 480 000 \$us. La opción de apartamentos es que se venderán la mitad de estos a 320 000 \$us el primer año y los restantes se estima que serán vendidos a un plazo de 3

años en el cual se generara 100 000 \$us por año, el costo de este es de 415 000\$us. Determine la mejor inversión mediante un análisis VAN entre las dos opciones, si la TMA es de 24% anual.

SOLUCIÓN

Como las vidas son diferentes se determina el MCM de 20 y 4 que sale 20 años quedando el nuevo diagrama de flujo de la siguiente manera

Alternativa 1

Datos: $P=480\,000$ \$us $n=20$ años $TMA=24\%$

$MyO=5\,000$ \$us

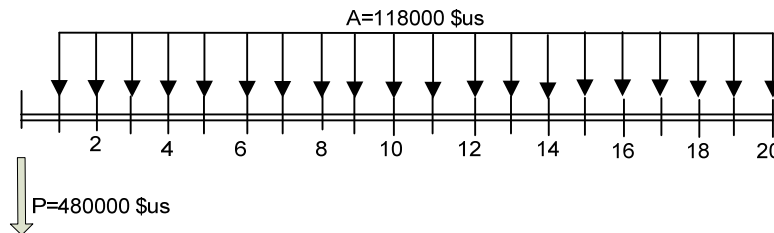
$I=123\,000$ \$us

El de flujo de efectivo neto es

$$A = I - MyO$$

$$A = 123\,000 - 5\,000$$

$$A = 118\,000$$



$$VAN = -P + A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN = -480\,000 + 118\,000 \cdot \left[\frac{(1+0.24)^{20} - 1}{0.24 \cdot (1+0.24)^{20}} \right]$$

$$VAN = 5010.3 \text{ de } \$us$$

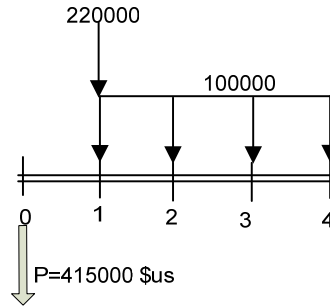
Alternativa 2

Datos: $P=415\,000$ \$us $n=4$ años $TMA=24\%$

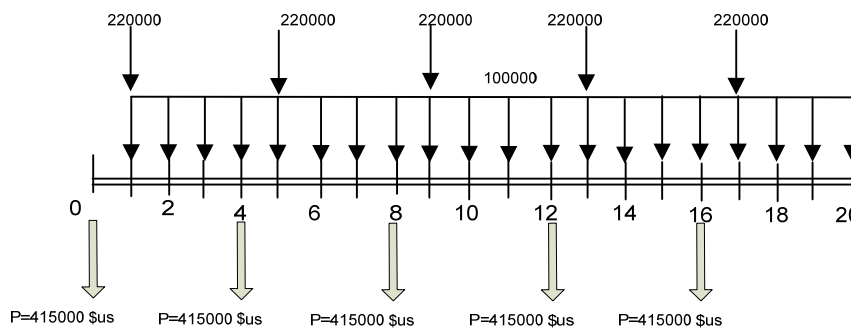
Año 1 se tendrá con 320 000 \$us

El año 2, 3 y 4 se tendrá 100 000 \$us cada año

Quedando el siguiente diagrama de flujo



Aplicando el MCM para la alternativa se tiene



$$VAN = -415000 + 100000 \cdot \left[\frac{(1+0.24)^{20} - 1}{0.24 \cdot (1+0.24)^{20}} \right] + 22000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^1} \right]$$

$$-415000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^4} \right] + 220000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^5} \right] - 415000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^8} \right] + 220000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^9} \right]$$

$$-415000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^{12}} \right] + 220000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^{13}} \right] - 415000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^{16}} \right] + 220000 \left[\frac{1}{(1+0.24)^{17}} \right]$$

$$VAN = 4867.17 \$us$$

La mejor opción es la alternativa de alquilar Tiendas con un VAN=5010.3 \$us

P 8.9 En el cuadro siguiente se muestran dos alternativas para el diseño de un puente.

Determine la mejor alternativa si la TMA es de 10% anual

	Puente H°A°	Puente de Acero
Costo \$us	410 000	480 000
Mantenimiento \$us/año	30 000	40 000
Vida útil	20	30

SOLUCIÓN

Como la vida útil de las alternativas es grande se utilizara un horizonte de 20 años, debido a que utilizar el MCM=60 años se hace muy largo

Puente de H°A°

Datos: $P=410\,000\ \$us$ $n=20\ \text{años}$ $TMA=10\%$

$MyO=30\,000\ \$us$

$$VAN = -410000 - 30000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^{20} - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^{20}} \right]$$

$$VAN = -665406.91\ \$us$$

Puente de Acero

Datos: $P=480\,000\ \$us$ $n=20\ \text{años}$ $TMA=10\%$

$MyO=40\,000\ \$us$

$$VAN = -480000 - 40000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^{20} - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^{20}} \right]$$

$$VAN = -820542.55\ \$us$$

La mejor opción es la alternativa de construir un puente de H°A° con un VAN=-665406.91 \$us

P 8.10 8.10.- Determine la mejor maquina que se describe a continuación mediante la un análisis de VAN, si la TMA es se 25% anual.

	Maquina A	Maquina B
Costo inicial \$us	58 000	97 000
MyO \$us/anual	64 000	88 000
Valor de rescate	8 500	26 400
Vida en años	4	8

SOLUCIÓN

Como las vidas son diferentes se determina el MCM de 4 y 8 que sale 8 años quedando el nuevo diagrama de flujo de la siguiente manera

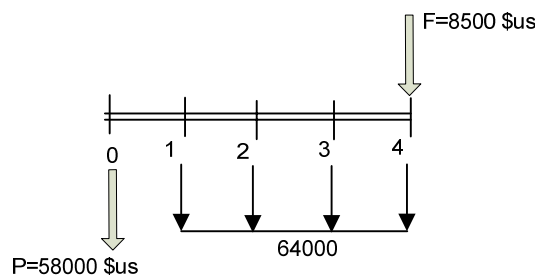
Maquina A

Datos: $P=48\ 000$ \$us $n=4$ años $TMA=25\%$

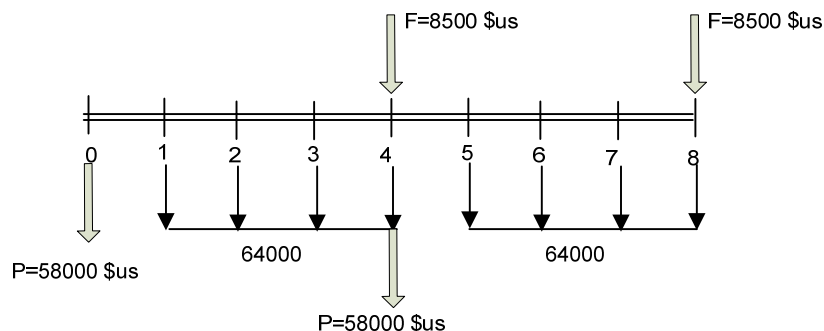
$MyO=64\ 000$ \$us

$F=8\ 500$ \$us

El diagrama de flujo es:



Aplicando el MCM para la alternativa queda



$$VAN = -58000 - 64000 \cdot \left[\frac{(1+0.25)^8 - 1}{0.25 \cdot (1+0.25)^8} \right] + 8500 \left[\frac{1}{(1+0.25)^4} \right]$$

$$-58000 \left[\frac{1}{(1+0.25)^4} \right] + 8500 \left[\frac{1}{(1+0.25)^8} \right]$$

$$VAN = -289899.46 \text{ \$us}$$

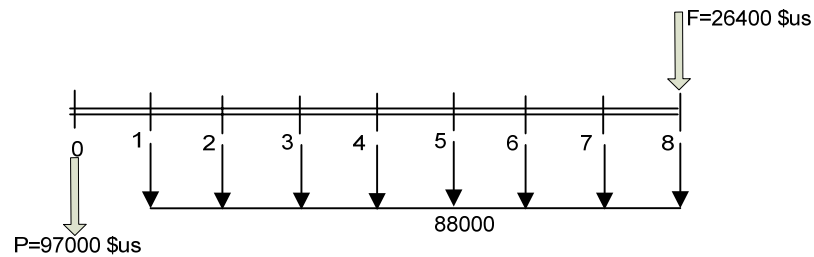
Maquina B

Datos: $P=97\ 000 \text{ \$us}$ $n=4 \text{ años}$ $TMA=25\%$

$MyO=88\ 000 \text{ \$us}$

$F=8\ 500 \text{ \$us}$

El diagrama de flujo es:



$$VAN = -97000 - 88000 \cdot \left[\frac{(1+0.25)^8 - 1}{0.25 \cdot (1+0.25)^8} \right] + 26400 \left[\frac{1}{(1+0.25)^8} \right]$$

$$VAN = -385515.01 \text{ \$us}$$

La mejor opción es la Maquina A con un $VAN= -289899.46 \text{ \$us}$

Con límite de presupuesto

P 8.11 Una empresa constructora cuenta con 200 000 \$us para la compra de maquinaria pesada. Al realizar dicha compra se pretende establecer una TMA de 15% anual en los siguientes trabajos que se adjudique. Debido a que el presupuesto es limitado se debe elegir solo algunas maquinas de la siguiente lista:

	Maquina	Precio \$us	Flujo de efectivo neto anual \$us	Vida útil
1	2 Volquetas	86 000	45 000	6
2	1 Retroexcavadora	54 000	43 000	6
3	1 Tractor Bulldozer	80 000	70 000	6
4	1 Cargador frontal	40 000	35 000	6

SOLUCIÓN

El número total de conjuntos para m proyectos se calcula utilizando la relación $2^m = 2^4 = 16$, con un $b = 400\ 000$ \$us.

Nº	Maquinaria	Inversión Inicial \$us	Nº	Proyecto	Inversión Inicial \$us
1	2 volquetas	86 000	9	1 Retroexcavadora + 1 Cargador Frontal	94 000
2	1 Retroexcavadora	54 000	10	1 Tractor Bulldozer + 1 Cargador Frontal	120 000
3	1 Tractor Bulldozer	80 000	11	2 volquetas + 1 Retroexcavadora + 1 Tractor Bulldozer	220 000
4	1 Cargador Frontal	40 000	12	2 volquetas + 1 Retroexcavadora+ 1 Cargador frontal	180 000

<div>5</div> <div>2 volquetas + 1 Retroexcavadora</div> <div>140 000</div>	<div>13</div> <div>2 volquetas + 1 Tractor Bulldozer + 1 Cargador Frontal</div> <div>206 000</div>
<div>6</div> <div>1 Retroexcavadora + 1 Tractor Bulldozer</div> <div>166 000</div>	<div>14</div> <div>1 Retroexcavadora + 1 Tractor Bulldozer + 1 Cargador Frontal</div> <div>174 000</div>
<div>7</div> <div>2 volquetas+ 1 Cargador Frontal</div> <div>126 000</div>	<div>15</div> <div>2 volquetas + 1 Retroexcavadora + 1 Tractor Bulldozer +1 Cargador Frontal</div> <div>260 000</div>
<div>8</div> <div>1 Retroexcavadora + 1 Tractor Bulldozer</div> <div>134 000</div>	<div>16</div> <div>NO HACER</div> <div>0</div>

1. DOS VOLQUETAS

Datos: $P=86\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$A=45\ 000\ \$us$

$$VAN = -86000 + 45000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 84301.72\ \$us$$

2. RETROEXCAVADORA

Datos: $P=54\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$A=43\ 000\ \$us$

$$VAN = -54000 + 43000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 108732.76\ \$us$$

3. TRACTOR

Datos: $P=80\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=70\,000\ \$us$$

$$VAN = -80000 + 70000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 184913.79\ \$us$$

4. CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=40\,000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=35\,000\ \$us$$

$$VAN = -40000 + 35000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 92456.89\ \$us$$

5. 2 VOLQUETA + 1 RETROEXCAVADORA

Datos: $P=40\,000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=35\,000\ \$us$$

$$VAN = -140000 + 88000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 193034.48\ \$us$$

6. 2 VOLQUETA + 1 TRACTOR BULLDOZER

Datos: $P=166\,000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=115\,000\ \$us$$

$$VAN = -166000 + 115000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 269215.51\ \$us$$

7. 2 VOLQUETA + 1 CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=126\,000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=80\,000\ \$us$$

$$VAN = -126000 + 80000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 176758.62 \$us$$

8. 1 RETROEXCAVADORA + 1 TRACTOR BULLDOZER

Datos: $P=134\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=113\ 000\ \$us$$

$$VAN = -134000 + 113000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 293646.54 \$us$$

9. 1 RETROEXCAVADORA + 1 CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=94\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=78\ 000\ \$us$$

$$VAN = -94000 + 78000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 201189.65 \$us$$

10. 1 TRACTOR BULLDOZER + 1 CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=120\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=105\ 000\ \$us$$

$$VAN = -120000 + 105000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 277370.68 \$us$$

12. 2 VOLQUETAS + 1 RETROEXCAVADORA + 1 CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=180\ 000\ \$us$ $n=6\ años$ $TMA=15\%$

$$A=158\ 000\ \$us$$

$$VAN = -180000 + 158000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 417948.27 \$us$$

14. 1 RETROEXCAVADORA + 1 TRACTOR BULLDOZER + 1 CARGADOR FRONTAL

Datos: $P=174\ 000 \$us$ $n=6$ años $TMA=15\%$

$$A=148\ 000 \$us$$

$$VAN = -174000 + 148000 \cdot \left[\frac{(1+0.15)^6 - 1}{0.15 \cdot (1+0.15)^6} \right]$$

$$VAN = 386103.44 \$us$$

Se eligen las siguientes máquinas: 2 VOLQUETAS, 1 RETROEXCAVADORA, 1 CARGADOR FRONTAL con un de VAN=417948.27 \$us

P 8.12 Determine cual de los proyecto o conjunto de proyectos independientes debería elegirse si se disponen de 1 200 000 \$us con una TMA de 10% anual

Proyecto	Inversión inicial \$us	Flujo de efectivo neto \$us/año	Vida en años
A	500 000	150 000	9
B	560 000	100 000	9
C	590 000	180 000	9
D	820 000	97 000	9
E	750 000	240 000	9

SOLUCIÓN

El número total de conjuntos para m proyectos se calcula utilizando la relación

$$2^m = 2^5 = 32, \text{ con un } b=400\ 000 \$us.$$

Nº	Proyecto	Inversión Inicial \$us
1	A	500 000
2	B	560 000
3	C	590 000

Nº	Proyecto	Inversión Inicial \$us
17	ABD	1 880 000
18	ABE	1 810 000
19	ACD	1 910 000

4	D	820 000
5	E	750 000
6	AB	1 060 000
7	AC	1 090 000
8	AD	1 320 000
9	AE	1 250 000
10	BC	1 150 000
11	BD	1 380 000
12	BE	1 310 000
13	CD	1 410 000
14	CE	1 340 000
15	DE	1 570 000
16	ABC	1 650 000

20	ACE	1 840 000
21	ADE	2 070 000
22	BCD	1 970 000
23	BCE	1 900 000
24	BDE	2 130 000
25	CDE	2 160 000
26	ABCD	2 470 000
27	ABCE	2 400 000
28	ABDE	2 630 000
29	ACDE	2 660 000
30	BCDE	2 720 000
31	ABCDE	3 220 000
32	NO HACER	0

1. PROYECTO A

Datos: $P=500\,000$ \$us $n=9$ años $TMA=10\%$

$A=150\,000$ \$us

$$VAN = -500000 + 150000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 363853.57 \text{ $us}$$

2. PROYECTO B

Datos: $P=560\,000$ \$us $n=9$ años $TMA=10\%$

$A=100\,000$ \$us

$$VAN = -560000 + 100000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 15902.38 \text{ $us}$$

3. PROYECTO C

Datos: $P=590\,000$ \$us $n=9$ años $TMA=10\%$

$$A=180\,000\ \$us$$

$$VAN = -590000 + 180000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 446624.29\ \$us$$

4. PROYECTO D

Datos: $P=820\,000\ \$us$ $n=9\ años$ $TMA=10\%$

$$A=97\,000\ \$us$$

$$VAN = -820000 + 97000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = -261374.69\ \$us$$

5. PROYECTO E

Datos: $P=750\,000\ \$us$ $n=9\ años$ $TMA=10\%$

$$A=240\,000\ \$us$$

$$VAN = -750000 + 240000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 632165.72\ \$us$$

6. PROYECTO A+B

Datos: $P=106\,000\ \$us$ $n=9\ años$ $TMA=10\%$

$$A=250\,000\ \$us$$

$$VAN = -106000 + 250000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 379755.95\ \$us$$

7. PROYECTO A+C

Datos: $P=109\,000\ \$us$ $n=9\ años$ $TMA=10\%$

$$A=330\,000\ \$us$$

$$VAN = -109000 + 330000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 810477.86 \$us$$

10. PROYECTO B+C

Datos: $P=115\ 000 \$us$ $n=9$ años $TMA=10\%$

$$A=280\ 000 \$us$$

$$VAN = -115000 + 280000 \cdot \left[\frac{(1+0.10)^9 - 1}{0.10 \cdot (1+0.10)^9} \right]$$

$$VAN = 462526.67 \$us$$

La mejor opción es el conjunto 7 con los Proyectos A+C con un VAN=810 477.86 \$us

P 8.13 Para una TMA de 30% por año y el limite de inversión de capital es $b=400\ 000$ \$us, seleccione el mejor conjunto entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto
A	267 000	94 100	8
B	330 000	130 500	6
C	158 000	56 200	9
D	100 000	50 000	4

SOLUCIÓN

El número total de conjuntos para m proyectos se calcula utilizando la relación $2^m=2^4=16$, con un $b=400\ 000$ \$us.

Nº	Proyecto	Inversión Inicial \$us
1	A	267 000
2	B	330 000
3	C	158 000

Nº	Proyecto	Inversión Inicial \$us
9	BD	430 000
10	CD	258 000
11	ABC	755 000

4	D	100 000
5	AB	597 000
6	AC	425 000
7	AD	367 000
8	BC	488 000

12	ABD	697 000
13	BCD	588 000
14	ACD	525 000
15	ABCD	855 000
16	NO HACER	0

1. PROYECTO A

Datos: $P=267\,000$ \$us $n=8$ años $TMA=30\%$

$A=94\,100$ \$us

$$VAN = -267000 + 94100 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^8 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^8} \right]$$

$$VAN = 8214.43 \text{ $us}$$

2. PROYECTO B

Datos: $P=330\,000$ \$us $n=6$ años $TMA=30\%$

$A=130\,500$ \$us

$$VAN = -330000 + 130500 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^6 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^6} \right]$$

$$VAN = 14878.35 \text{ $us}$$

3. PROYECTO C

Datos: $P=158\,000$ \$us $n=9$ años $TMA=30\%$

$A=56\,200$ \$us

$$VAN = -158000 + 56200 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^9 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^9} \right]$$

$$VAN = 11667.88 \text{ $us}$$

4. PROYECTO D

Datos: $P=100\,000$ \$us $n=4$ años $TMA=30\%$

$$A=50\,000 \text{ \$us}$$

$$VAN = -100000 + 50000 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^4 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^4} \right]$$

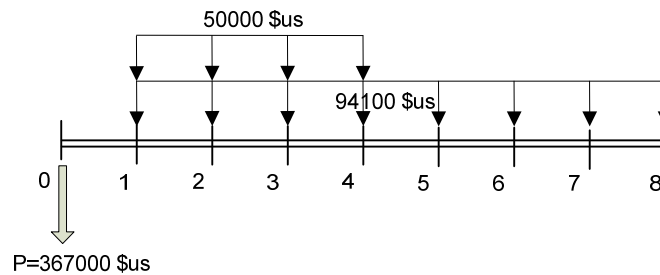
$$VAN = 11667.88 \text{ \$us}$$

5. PROYECTO A+D

Datos: $P=367\,000 \text{ \$us}$ $n=8$ años para el proyecto A y $n=4$ para el proyecto D

$$TMA=30\%$$

El diagrama de flujo es:



$$VAN = -367000 + 94100 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^8 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^8} \right] + 50000 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^4 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^4} \right]$$

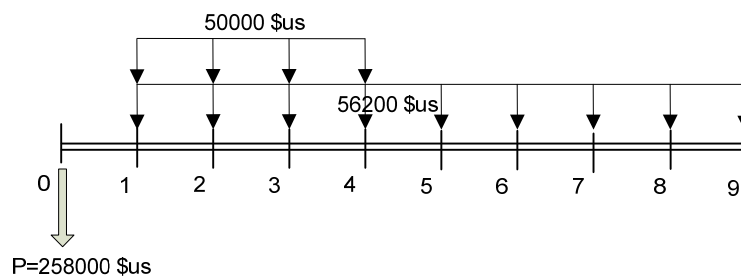
$$VAN = 16526.47 \text{ \$us}$$

6. PROYECTO C+D

Datos: $P=258\,000 \text{ \$us}$ $n=9$ años para el proyecto C y $n=4$ para el proyecto D

$$TMA=30\%$$

El diagrama de flujo es:



$$VAN = -258000 + 56200 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^9 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^9} \right] + 50000 \cdot \left[\frac{(1+0.30)^4 - 1}{0.30 \cdot (1+0.30)^4} \right]$$

$$VAN = 19979.91 \text{ \$us}$$

La mejor opción es el conjunto 6 con los Proyectos C+D con un VAN=19 979.91 \$us

P 8.14 Para el anterior ejercicio resuelva mediante programación lineal.

SOLUCIÓN

El VAN de cada proyecto es:

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto	VAN _k \$us
A	267 000	94 100	8	8 214.43
B	330 000	130 500	6	14 878.35
C	158 000	56 200	9	11 667.88
D	100 000	50 000	4	8 312.03

Aplicando las condiciones son:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \sum_{k=1}^{k=m} VAN_k x_k = Z \\ \text{Restricciones} & \sum_{k=1}^{k=m} FEN_{k0} x_k \leq b \\ & x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m \end{array}$$

Maximizar:

$$8214.43 \cdot x_1 + 14878.35 x_2 + 11667.88 x_3 + 8312.03 \cdot x_4 = Z$$

Restricción

$$267000 \cdot x_1 + 330000 \cdot x_2 + 158000 \cdot x_3 + 100000 \cdot x_4 \leq 400000$$

Para el conjunto AB: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=0$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 0 + 8312.03 \cdot 0 = 23092.78$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 0 \leq 400000$$

$$597000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto AC: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 0 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 0 = 19882.31$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 0 + 158000 \cdot 1 + 100000 \cdot 0 \leq 400000$$

$$425000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto AD: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 0 + 11667.88 \cdot 0 + 8312.03 \cdot 1 = 16526.46$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 0 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$367000 \leq 400000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto BC: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$8214.43 \cdot 0 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 0 = 26546.23$$

$$267000 \cdot 0 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 1 + 100000 \cdot 0 \leq 400000$$

$$488000 \leq 400000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto BD: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 0 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 0 + 8312.03 \cdot 1 = 23190.38$$

$$267000 \cdot 0 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$430000 \leq 400000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto CD: $x_1=0$ $x_2=0$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 0 + 14878.35 \cdot 0 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 1 = 19979.91$$

$$267000 \cdot 0 + 330000 \cdot 0 + 158000 \cdot 1 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$258000 \leq 400000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto ABC: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=0$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 0 = 34760.66$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 1 + 100000 \cdot 0 \leq 400000$$

$$755000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ABD: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 0 + 8312.03 \cdot 1 = 31404.81$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$697000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ACD: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 0 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 1 = 28194.34$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$525000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto BCD: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 0 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 1 = 34858.26$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$588000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ABCD: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$ $x_4=1$

$$8214.43 \cdot 1 + 14878.35 \cdot 1 + 11667.88 \cdot 1 + 8312.03 \cdot 1 = 43072.69$$

$$267000 \cdot 1 + 330000 \cdot 1 + 158000 \cdot 0 + 100000 \cdot 1 \leq 400000$$

$$855000 \leq 400000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

<i>Conjunto de Proyecto</i>	<i>Maximizar \$us</i>	<i>Restricción \$us</i>	
-----------------------------	-----------------------	-------------------------	--

A	8 214.43	267 000	OK
B	14 878.35	330 000	OK
C	11 667.88	158 000	OK
D	8 312.03	100 000	OK
AB	23 092.78	597 000	Excede el presupuesto
AC	19 882.31	425 000	Excede el presupuesto
AD	16 526.46	367 000	OK
BC	26 546.23	488 000	Excede el presupuesto
BD	23 190.38	430 000	Excede el presupuesto
CD	19 979.91	258 000	OK
ABC	34 760.66	755 000	Excede el presupuesto
ABD	31 404.81	697 000	Excede el presupuesto
ACD	28 194.34	525 000	Excede el presupuesto
BCD	34 858.26	588 000	Excede el presupuesto
ABCD	43 072.69	855 000	Excede el presupuesto

*La mejor opción es el conjunto que forman los Proyectos C+D con un
VAN=19 979.91 \$us*

P 8.15 Para una TMA de 15% por año y el límite de inversión de capital es $b=50\,000$ \$us, seleccione entre los siguientes proyectos independientes.

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto
A	27 000	9 500	5
B	34 000	10 500	6
C	18 000	6 600	4

SOLUCIÓN

El VAN de cada proyecto es:

Proyecto	Inversión Inicial \$us	Flujo de efectivo anual (utilidad) \$us	Vida del proyecto	VAN_k \$us
A	27 000	9 500	5	4 845.47
B	34 000	10 500	6	5 737.07
C	18 000	6 600	4	842.86

Aplicando las condiciones son:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \sum_{k=1}^{k=3} VAN_k x_k = Z \\ \text{Restricciones} & \sum_{k=1}^{k=3} FEN_{k0} x_k \leq b \\ & x_k = 0 \text{ o } 1 \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m \end{array}$$

Maximizar:

$$4845.47 \cdot x_1 + 5737.07 x_2 + 842.86 x_3 = Z$$

Restricción

$$27000 \cdot x_1 + 34000 \cdot x_2 + 18000 \cdot x_3 \leq 50000$$

Para el conjunto AB: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=0$

$$4845.47 \cdot 1 + 5737.07 \cdot 1 + 842.86 \cdot 0 = 10582.54$$

$$27000 \cdot 1 + 34000 \cdot 1 + 18000 \cdot 0 \leq 50000$$

$$61000 \leq 50000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto AC: $x_1=1$ $x_2=0$ $x_3=1$

$$4845.47 \cdot 1 + 5737.07 \cdot 0 + 842.86 \cdot 1 = 5688.33$$

$$27000 \cdot 1 + 34000 \cdot 0 + 18000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$45000 \leq 50000 \Rightarrow OK$$

Para el conjunto BC: $x_1=0$ $x_2=1$ $x_3=1$

$$4845.47 \cdot 0 + 5737.07 \cdot 1 + 842.86 \cdot 1 = 6579.93$$

$$27000 \cdot 0 + 34000 \cdot 1 + 18000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$52000 \leq 50000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

Para el conjunto ABC: $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$

$$4845.47 \cdot 1 + 5737.07 \cdot 1 + 842.86 \cdot 1 = 11425.4$$

$$27000 \cdot 1 + 34000 \cdot 1 + 18000 \cdot 1 \leq 50000$$

$$79000 \leq 50000 \Rightarrow \text{Excede el presupuesto}$$

<i>Conjunto de Proyecto</i>	<i>Maximizar \$us</i>	<i>Restricción \$us</i>	
A	4 845.47	27 000	OK
B	5 737.07	34 000	OK
C	842.86	18 000	OK
AB	10 582.54	61 000	Excede el presupuesto
AC	5 688.33	45 000	OK
AD	6 579.93	52 000	Excede el presupuesto
ABC	11 425.4	79 000	Excede el presupuesto

La mejor opción es el conjunto B con un VAN=5 737.07 \$us

EJERCICIOS PROPUESTOS

P 9.1 A la poca certidumbre que existe con respecto a los valores de una maquinaria, se pide calcular su VAN en un rango de $\pm 25\%$ en:

- a) Inversión de capital
- b) Flujo neto de efectivo anual
- c) Valor de salvamento
- d) Vida útil

Con base en las siguientes estimaciones:

Inversión de capital	=	1980 \$us.
Ingresos al año	=	800 \$us
Gastos al año	=	300 \$us
Valor de salvamento	=	500 \$us
Vida útil	=	4 años

Dibuje un diagrama que resuma la sensibilidad del valor presente a cambios en cada parámetro cuando la TMA=6% anual

SOLUCION

Diagrama de flujo inicial

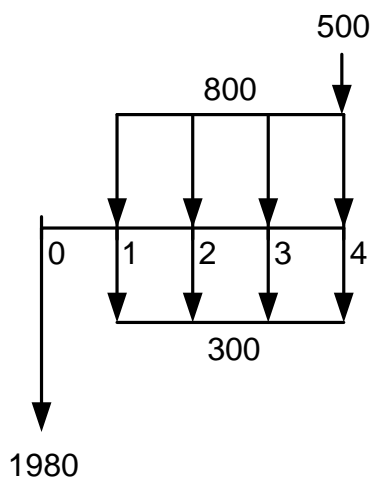
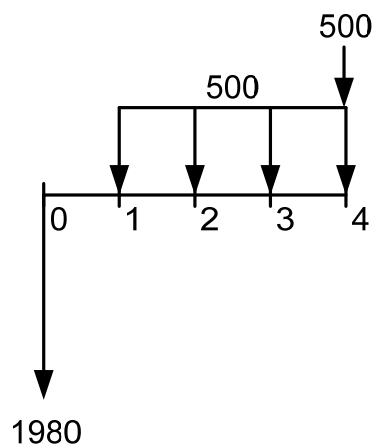


Diagrama de flujo restando los gastos anuales a los ingresos anuales



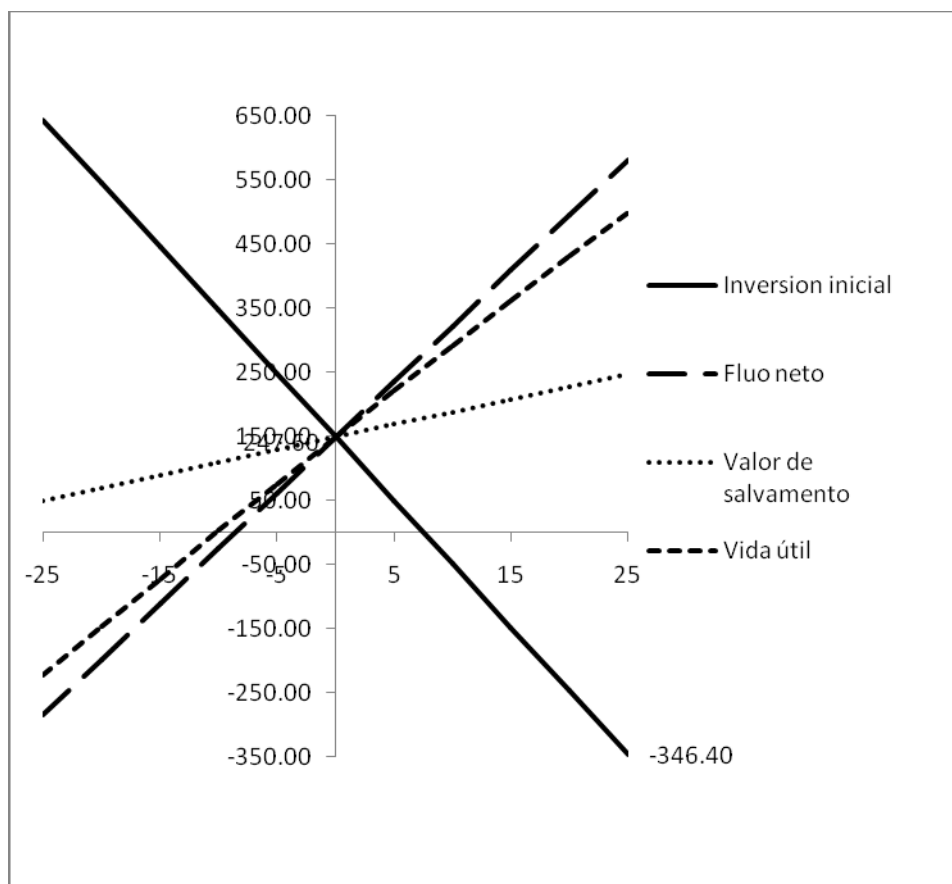
Calculo del VAN:

$$VAN(6\%) = -1980 + 500(P/A, 6\%, 4) + 500(P/F, 6\%, 4)$$

$$VAN(6\%) = -1980 + 1732.55 + 396.05$$

$$VAN(6\%) = 148.6\$us$$

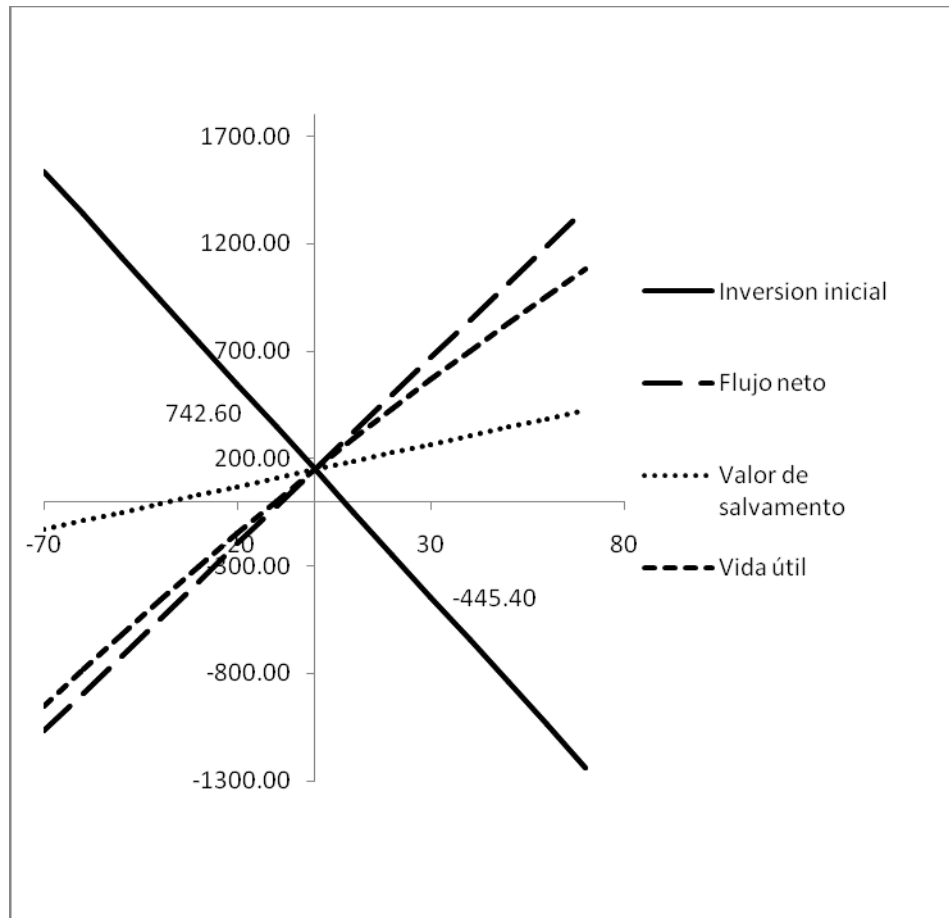
Hacemos variar en un $\pm 25\%$ los incisos a), b), c) y d) y tenemos la siguiente gráfica:



Observamos que el *Valor inicial* y el *flujo neto de efectivo anual* son altamente sensibles para el resultado final, en menor grado de sensibilidad esta la *vida útil* y es significativa y por último el *valor de salvamento* que está en un grado de sensibilidad intermedio.

P 9.2 Del ejercicio propuesto 9.1, cambien el rango a $\pm 70\%$, compare resultados y llegue a alguna conclusión si es que hubiese.

SOLUCION



Observamos que al aumentar el rango simplemente aumentan los valores picos y no así la sensibilidad.

P 9.3 En un canal de drenaje se experimentan rápidas inundaciones, dicho canal tiene una capacidad suficiente para llevar $780 \text{ m}^3/\text{s}$. Algunos estudios de ingeniería producen los siguientes datos con respecto a la probabilidad de que un flujo de agua dado en cualquier año sea rebasado y el costo de ampliar el canal:

FLUJO DE AGUA	PROBALIDAD DE QUE OCURRA UN FLUJO DE AGUA MAS GRANDE EN CUALQUIER AÑO	INVERSION DE CAPITAL PARA AMPLIAR EL CANAL PARA CONDUCIR ESTE FLUJO
(pie ³ /seg)	%	\$us
780	23	---
1000	12	-18000
1230	10	-26500
1410	6	-33400
1650	4	-48900

Los registros indican que el promedio de daño a la propiedad asciende a 44 000 \$us cuando ocurre un desbordamiento. Se cree que éste sería el daño promedio cada vez que el flujo de tormenta fuera mayor que la capacidad canal. La reconstrucción del canal se financiará con bonos a 12 años que producen el 13% de interés al año. Se desea determinar el tamaño del canal más económico (capacidad del flujo de agua).

SOLUCION

Hallamos el valor por el cual se va a multiplicar la inversión de capital:

$$1(A/P, 13\%, 12) = 0.169$$

FLUJO DE AGUA	MONTO DE RECUPERACION DE CAPITAL			PROB. QUE OCURRA UN FLUJO DE AGUA MAS GRANDE EN CUALQUIER AÑO	PROMEDIO DAÑO A LA PROPIEDAD	DAÑO ANUAL A LA PROPIEDAD	COSTO ANUAL EQUIVALENTE ESPERADO
1	2	3	4=2*3	5	6	7=5*6	8=7+4
(m ³ /seg)	\$us		\$us	%	\$us	\$us	\$us
780				23	-44000	-10120	-10120
100	-18000	0.169	-3042	12	-44000	-5280	-8322
1230	-26500	0.169	-4479	10	-44000	-4400	-8878.5
1410	-33400	0.169	-5645	6	-44000	-2640	-8284.6
1650	-48900	0.169	-8264	4	-44000	-1760	-10024.1

El costo total anual equivalente esperado para el daño a la estructura y a la propiedad de todas las alternativas de tamaños de canal sería como se muestra en la tabla anterior. Estos cálculos muestran que el mínimo costo anual esperado se alcanzará al ampliar el canal de modo que se puede conducir 1410 [m³/s], con la esperanza de que una inundación más grande pueda ocurrir en 1 año cada 16 en promedio, con lo que se ocasionarían daños a la propiedad por 44 000 dólares.

P 9.4 Se evalúan tres alternativas para la protección de un tendido de fibra óptica, con las siguientes inversiones requeridas y probabilidades de falla:

ALTERNATIVA	INVERSION DE CAPITAL	PROBABILIDAD DE PERDIDA EN CUALQUIER AÑO
	\$us	%
A	-7000	20
B	-9500	8
C	-12300	2

Si ocurre una pérdida, costará 6 300 dólares y habrá una probabilidad de 0.55 y 11 800 dólares con la probabilidad de 0.23. Las probabilidades de pérdida en cualquier año son independientes de las probabilidades asociadas con el costo que resulta de una pérdida, de ocurre alguna. Cada alternativa tiene una vida útil de 6 años y ningún valor de mercado en ese momento. La TMA es de 9% por año y se espera que los gastos anuales de mantenimiento sean 12% de la inversión de capital. Se desea determinar cual alternativa es la mejor con base en los costos totales anuales esperados.

SOLUCION

Los costos esperados de una pérdida, si ocurre, se pueden calcular de la siguiente manera:

$$-6300(0.55) - 11800(0.23) = -6179 \text{ $us}$$

$$1(A/P, 9\%, 6) = 0.223$$

ALTER-NATIVA	MONTO DE RECUPERACION DE CAPITAL			MANTENIMIENTO ANNUAL		COSTO ANNUAL ESPERADO DE FALLA			COSTO TOTAL ANUAL
1	2	3	4=2*3	5	6=2*5	7	8	9=7*8	10=4+6+9
	\$us		\$us	%	\$us	\$us	%	\$us	\$us
A	-7000	0.223	-1561.0	12	-840	-6179	20	-1235.8	-3636.8
B	-9500	0.223	-2118.5	12	-1140	-6179	8	-494.32	-3752.8
C	-12300	0.223	-2742.9	12	-1476	-6179	2	-123.58	-4342.5

De esta manera, la alternativa A es la mejor con base en el costo total anual.

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

P 10.1 La prefectura pretende realizar la construcción de una carretera alternativa a la provincia de Chapare, de esta forma pretende incentivar el turismo en otras zonas de la dicha provincia. Analice y enuncie el costo, beneficio y contrabeneficio que puedan existir en el proyecto.

SOLUCIÓN

Costo: *se tiene el costo final de la construcción de la carretera, costo por mantenimiento de la carretera*

Beneficio: *como se cuenta con una nueva carretera se incentiva el turismo en la zona teniendo un incremento en empleos directos e indirectos, una mejor comunicación ayuda al desarrollo de la provincia.*

Contrabeneficio: *falta de seguridad en ambientes aledaños a la carretera, debido a las visitas extranjeras se podría atacar contra la fauna y flora del lugar*

P 10.2 Clasifique cada flujo de efectivo como costo, beneficio y contrabeneficio

- a) Ingreso anual generado por el turismo
- b) Aumento en el mantenimiento anual pagado por la alcaldía debido al deterioro de las calles
- c) Gasto por la construcción de un puente
- d) Mayor fluidez en el tráfico de los vehículos.
- e) pérdida de empleo en las embarcaciones debido a la construcción de un puente

SOLUCIÓN

Costo:

- b) Aumento en el mantenimiento anual pagado por la alcaldía debido al deterioro de las calles
- c) Gasto por la construcción de un puente

Beneficio:

- a) Ingreso anual generado por el turismo
- d) Mayor fluidez en el tráfico de los vehículos

Contrabeneficio:

- e) perdida de empleo en las embarcaciones debido a la construcción de un puente

P 10.3 Los flujos efectivos anuales estimados para un proyecto propuesto por la prefectura del departamento tiene un costo de 1 500 000 Bs por año, los cuales generaran un beneficio de 400 000 Bs anuales y perdidas de 210 000 Bs durante 20 años. Determina la razón B/C y el Valor de B-C si la tasa de interés es de 8% anual.

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=2 650 000 Bs

Beneficio=400 000 Bs

Contrabeneficio=210 000 Bs

n = 20 años

i=8% anual

Determinar los valores presentes (VAN) de los beneficios y de los contrabeneficios

$$VAN = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 800000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{i \cdot (1+0.08)^{20}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 3927258.96 \text{ Bs}$$

$$VAN_{\text{contrabeneficios}} = 210000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{i \cdot (1+0.08)^{20}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 2061810.96 \text{ Bs}$$

B/C Convencional

$$B/C = \frac{VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contraBeneficio}}}{VAN_{\text{costo}}}$$

$$B/C = \frac{3927258.96 - 206181096}{2650000}$$

$$B/C = 1.24$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

Método B/C, B – C:

$$B/C = VAN_{\text{beneficioNeto}} - VAN_{\text{costo}}$$

$$B/C = (VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contrabeneficio}}) - VAN_{\text{costo}}$$

$$B/C = (3927258.96 - 2061810.96) - 1500000$$

$$B/C = 365448.01 \text{ Bs}$$

Como la relación B-C es positiva, se justifica la inversión.

P 10.4 Se espera que el costo inicial de calificar y regar gravilla en una carretera rural corta sea de 200 000 Bs. El costo de mantenimiento de la carretera será de 25 000 Bs por año. Aunque la carretera nueva no es muy suave, permite acceso a un área a la cual anteriormente sólo podía llegar mediante animales de carga. Esta ha conducido en un incremento del 100% en los valores de la propiedad a lo largo de la carretera. Si el valor de mercado anterior de las propiedades se estimaba en un monto total de 200 000 Bs, calcule (a) la razón B/C convencional y (b) la razón B/C modificada para la carretera, utilizando una tasa de interés del 8% anual y un periodo de estudio de 20 años.

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=200 000 Bs

n = 20 años

Beneficio=400 000 Bs anuales

i=8% anual

Contrabeneficio=0 Bs

MyO=25 000 Bs anuales

Determinando el valor anual A del costo

$$A = P_{\text{COSTO}} \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 20370.44 \text{ Bs}$$

B/C Convencional

$$B/C = \frac{A_{\text{Beneficio}} - A_{\text{Contrabeneficio}}}{A_{\text{costo}} + A_{\text{MyO}}}$$

$$B/C = \frac{400000 - 0}{20370.44 + 25000}$$

$$B/C = 8.82$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

Método B/C, B - C:

$$B/C = A_{\text{beneficioNeto}} - A_{\text{costo}}$$

$$B/C = (A_{\text{beneficio}} - A_{\text{contrabeneficio}}) - (A_{\text{costo}} + A_{\text{MyO}})$$

$$B/C = (400000 - 0) - (112829.27 + 25000)$$

$$B/C = 354629.56 \text{ Bs}$$

Como la relación B-C es positiva, se justifica la inversión.

P 10.5 La alcaldía de Cochabamba en la labor de mantener los sitios históricos de la ciudad pretende invertir 500 000 Bs en la refacción y reparación de estos, cuya vida se estima de 20 años. Se proyecta que los costos de mantenimiento anual sean de 50 000 Bs. Se espera la visita de 15 000 personas al año que generaran un ingreso de 95 000 Bs al año. Determine la razón B/C si se tienen una tasa de rendimiento de 5% anual.

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=500 000 Bs

MyO=50 000 Bs

Beneficio=95 000 Bs anuales

i=8% anual

Contrabeneficio=0 Bs

n = 20 años anuales

Utilizando el VAN se tiene.

$$VAN = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 500000 \cdot \left[\frac{(1+0.05)^{20} - 1}{0.05 \cdot (1+0.05)^{20}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 1183909.98 \text{ Bs}$$

$$VAN_{\text{MyO}} = 50000 \cdot \left[\frac{(1+0.05)^{20} - 1}{0.05 \cdot (1+0.05)^{20}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 623110.52 \text{ Bs}$$

B/C Convencional

$$B/C = \frac{VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contraBeneficio}}}{VAN_{\text{costo}} + VAN_{\text{MyO}}}$$

$$B/C = \frac{1183909.98 - 0}{500000 + 623110.52}$$

$$B/C = 1.05$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

P 10.6 La prefectura del departamento de Cochabamba estudia la factibilidad de construir una presa para control de inundaciones en un río. El costo inicial del proyecto sería

de 2.2 millones de dólares. Por mantenimiento y operación se estima que se gastara durante 30 años 365 000 \$us. Utilice el método B/C modificado para determinar si debe construirse la presa considerando que el daño en el sector agrario por falta de agua se reduciría en 200 000 \$us anuales, y se contara con un beneficio de 660 000 \$us al año por el suministro de agua y electricidad. Suponga que la presa seria permanente y que la tasa de interés es de 10% anual.

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=2.2 millones \$us

MyO=365 000 \$us

Beneficio=660 000 \$us mas 200 000

i=10% anual

Contrabeneficio=0

n = 30 años anuales

Utilizando el VAN se tiene.

$$VAN = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 860000 \cdot \left[\frac{(1+0.1)^{30} - 1}{0.1 \cdot (1+0.1)^{30}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 8107146.44 \$us$$

$$VAN_{\text{MyO}} = 365000 \cdot \left[\frac{(1+0.1)^{30} - 1}{0.1 \cdot (1+0.1)^{30}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 3440823.78 \$us$$

B/C Modificado

$$B/C = \frac{VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contraBeneficio}} - VAN_{\text{MyO}}}{VAN_{\text{costo}}}$$

$$B/C = \frac{7164454.99 - 0 - 3440823.78}{2200000}$$

$$B/C = 2.12$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

P 10.7 La prefectura de Cochabamba pretende realizar la construcción de un puente, para este efecto se cuenta con la siguiente alternativa que tiene una inversión de 480 000 \$us, con un costo en mantenimiento de 24 000 \$us al año, el cual se estima que beneficiara a la región en 500 000 \$us al año en producción agrícola. Mediante un análisis de B/C modificado. Determine si se justifica la inversión a realizar, la tasa de interés es de 8% anual durante 25 años.

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=480 000 millones \$us

MyO=24 000 \$us

Beneficio=500 000 \$us

i=8% anual

Contrabeneficio=0 Bs

n = 25 años anuales

Utilizando el VAN se tiene.

$$VAN = A \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 500000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{25} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{25}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 5337388.09 \$us$$

$$VAN_{\text{MyO}} = 224000 \cdot \left[\frac{(1+0.08)^{25} - 1}{0.08 \cdot (1+0.08)^{25}} \right]$$

$$VAN_{\text{beneficios}} = 2391149.87 \$us$$

B/C modificado

$$B/C = \frac{VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contraBeneficio}} - VAN_{\text{MyO}}}{VAN_{\text{costo}}}$$

$$B/C = \frac{5337388.09 - 0 + 2391149.87}{480000}$$

$$B/C = 6.14$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

P 10.8 Calcule la razón B/C convencional, modificada y B-C, para las estimaciones del siguiente flujo de efectivo, con una tasa de descuento de 11% anual

	Flujo de efectivo
Valor presente de los beneficios \$us/año	2 000 000
Valor anual de las perdidas \$us/año	430 000
Costo inicial \$us	35 000 000
Costo de operación y mantenimiento \$us/año	650 000
Vida del proyecto en años	25

SOLUCIÓN

Datos:

Costo=35 000 000 \$us *MyO=560 000 \$us anuales*

Beneficio=2 000 000 \$us anuales *i=11% anual*

Contrabeneficio= 430 000 \$us *n = 25 años*

Determinando el valor anual A del costo

$$A = P_{\text{COSTO}} \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = P_{\text{COSTO}} \cdot \left[\frac{0.11 \cdot (1+0.11)^{25}}{(1+0.11)^{25} - 1} \right] = 4155908.47 \text{ $us}$$

B/C Convencional

$$B/C = \frac{A_{\text{Beneficio}} - A_{\text{Contrabeneficio}}}{A_{\text{costo}} + A_{\text{MyO}}}$$

$$B/C = \frac{20000000 - 430000}{4155908.47 + 650000}$$

$$B/C = 4.07$$

B/C modificado

$$B/C = \frac{VAN_{\text{beneficio}} - VAN_{\text{contraBeneficio}} - VAN_{\text{MyO}}}{VAN_{\text{costo}}}$$

$$B/C = \frac{20000000 - 430000 - 650000}{4155908.47}$$

$$B/C = 4.55$$

Como la relación B/C es mayor que 1, se justifica la inversión.

Método B/C, B – C:

$$B/C = A_{\text{beneficioNeto}} - A_{\text{costo}}$$

$$B/C = (A_{\text{beneficio}} - A_{\text{contrabeneficio}}) - (A_{\text{costo}} + A_{\text{MyO}})$$

$$B/C = (20000000 - 430000) - (4155908.47 + 650000)$$

$$B/C = 14764091.51 \text{ \$us}$$

Como la relación B-C es positiva, se justifica la inversión

P 10.9 Seleccione la mejor alternativa entre las dos que se muestran a continuación utilizando una tasa de interés del 10% anual y el método de la razón B/C. Suponga que una de las alternativas debe ser seleccionada.

	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3
beneficios \$us/año	200 000	300 000	145 000
perdidas \$us/año (contrabeneficio)	50 000	68 000	20 000
Costo inicial \$us	800 000	1 200 000	460 000
Costo de operación y mantenimiento \$us/año	35 000	48 000	18 000
Vida del proyecto en años	20	20	20

SOLUCIÓN

Ordenando las alternativas de menor a mayor según el costo inicial o inversión.

	Alternativa 3	Alternativa 1	Alternativa 2
Costo inicial \$us	460 000	800 000	1 200 000
Vida del proyecto en años	20	20	20

B/C Convencional

$$B/C = \frac{A_{\text{Beneficio}} - A_{\text{Contrabeneficio}}}{A_{\text{costo}} + A_{\text{MyO}}}$$

Como el costo de inversión no es una serie uniforme se determinara su equivalencia en el a siguiente paso

$$A = P_{\text{COSTO}} \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Alternativa 1

$$A = 800000 \cdot \left[\frac{0.10 \cdot (1+0.10)^{20}}{(1+0.10)^{20} - 1} \right] = 93967.7 \text{ \$us}$$

Alternativa 2

$$A = 1200000 \cdot \left[\frac{0.10 \cdot (1+0.10)^{20}}{(1+0.10)^{20} - 1} \right] = 14951.55 \text{ \$us}$$

Alternativa 3

$$A = 460000 \cdot \left[\frac{0.10 \cdot (1+0.10)^{20}}{(1+0.10)^{20} - 1} \right] = 54031.43 \text{ \$us}$$

En el siguiente cuadro se muestra los beneficios, contrabeneficios, costo, mantenimiento y operación y aplicando la relación B/C convencional se tiene que todas las alternativas son viables

	Beneficios \$us/año	Perdidas \$us/año (contrabeneficio)	Costo inicial \$us/año	Costo de operación y mantenimiento \$us/año	B/C
Alternativa 3	145 000	20 000	54031.43	18 000	1.74
Alternativa 1	200 000	50 000	93967.7	35 000	1.16
Alternativa 2	350 000	68 000	140951.55	48 000	1.49

Considerando un análisis incremental se tiene como primera pareja las *alternativas 3* como el defensor y *la alternativa 1* como el retador.

	Beneficios \$us/año	Perdidas \$us/año (contrabeneficio)	Costo inicial \$us/año	Costo de operación y mantenimiento \$us/año	B/C
Alternativa 3	145 000	20 000	54031.43	18 000	1.74
Alternativa 1	200 000	50 000	93967.7	35 000	1.16
Δ_{1-3}	55 000	30 000	39936.27	17 000	0.44

Como la relación $\Delta B/C$ es menor a 1 el retador (alternativa 1) no es la mejor alternativa.

Considerando un análisis incremental se tiene como segunda pareja las *alternativas 3* como el defensor y *la alternativa 2* como el retador.

	Beneficios \$us/año	Perdidas \$us/año (contrabeneficio)	Costo inicial \$us/año	Costo de operación y mantenimiento \$us/año	B/C
Alternativa 3	145 000	20 000	54031.43	18 000	1.74
Alternativa 2	350 000	68 000	140951.55	48 000	1.63
Δ_{2-3}	205 000	48 000	86 920.12	30 000	1.34

Como la relación $\Delta B/C_{2-3}$ es mayor a 1 alternativa 2 (retador) es la que se elige.

P 10.10 Se cuentan con dos alternativas para la implementación de electricidad en pueblos alejados del sistema de electrificación. La primera opción es de construir un donde se instalara generadores a diesel, y la segunda es realizar el tendido eléctrico hasta dicha población, determine la mejor alternativa si la tasa de descuento es del 1% mensual durante un periodo de 25 años

	Tendido eléctrico	Generador diesel
Beneficios Bs/mes	250 000	300 000
Costo inicial Bs	3 000 000	5 500 000
Costo de MyO Bs/mensual	60 000	150 000
Valor de rescate Bs		800 000

SOLUCIÓN

La tasa de descuento es de 1% mensual, el numero de periodos n es $25 \cdot 12 = 300$ periodos

Ordenando las alternativas de menor a mayor según el costo inicial o inversión.

	Tendido eléctrico	Energía solar
Costo inicial \$us	3 000 000	4 500 000
Vida del proyecto en años	25	25

Como el costo de inversión y el valor de rescate, no son una serie uniforme se determinara su equivalencia en el a siguiente paso

$$A = P_{\text{COSTO}} \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = F_{\text{RESCATE}} \cdot \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Tendido electrico

$$A = 3000000 \cdot \left[\frac{0.01 \cdot (1 + 0.01)^{300}}{(1 + 0.01)^{300} - 1} \right] = 31596.72 \text{ Bs / mes}$$

Generador a diesel

$$A = 1200000 \cdot \left[\frac{0.01 \cdot (1 + 0.01)^{300}}{(1 + 0.01)^{300} - 1} \right] = 47395.09 \text{ Bs}$$

$$A = 800000 \cdot \left[\frac{0.01}{(1 + 0.01)^{300} - 1} \right] = 425.79 \text{ Bs / mes}$$

En el siguiente cuadro se muestra los beneficios, contrabeneficios, costo, mantenimiento y operación y aplicando la relación B/C convencional se tiene que todas las alternativas son viables

	Beneficios Bs/mes	Costo inicial Bs/año	Costo MyO Bs/año	B/C
Tendido eléctrico	250 000	31596.72	60 000	2.73
Generados Diesel	300 425.79*	47395.09	120 000	1.797

*el valor de rescate se suma al beneficio

Considerando un análisis incremental se tiene a la *alternativa de tendido eléctrico* como el defensor y la *alternativa de generados diesel* como el retador.

	Beneficios Bs/año	Costo inicial Bs/año	Costo MyO Bs/año	B/C
Tendido eléctrico	250 000	3 000 000	60 000	2.73
Generados Diesel	300 425.79*	4 500 000	120 000	1.797
Δ	50 425.79	15798.36	60 000	0.66

Como la relación ΔB/C es menor a 1 el retador (alternativa 1) no se justifica una mayor inversión.